Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

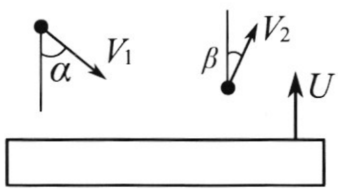
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 6$ м/с, направленную под углом $\alpha\left(\sin\alpha = \dfrac{2}{3}\right)$ к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2, составляющей угол $\beta\left(\sin\beta = \dfrac{1}{3}\right)$ с вертикалью.



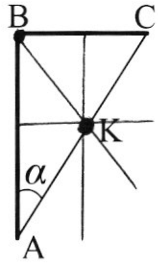
1) Найти скорость V_2.
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1 = 330$ К, а неона $T_2 = 440$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.
2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

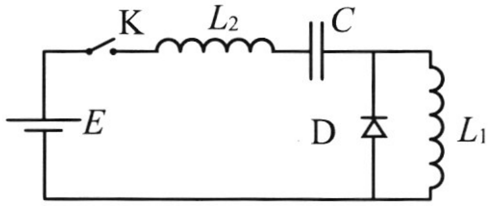
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины AB и BC перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром B. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру B.



1) Пластина BC заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC, если пластину AB тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

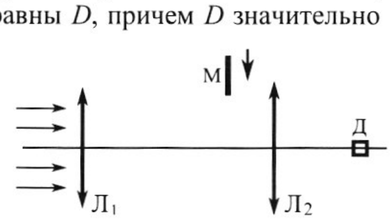
2) Пластины BC и AB заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma, \sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке K на середине отрезка AC.

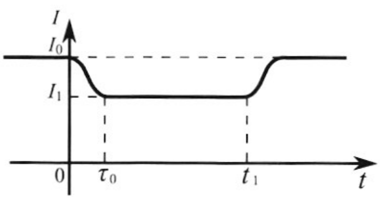
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E, катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C, диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2.



1) Найти период T этих колебаний.
2) Найти максимальный ток I_{01}, текущий через катушку L_1.
3) Найти максимальный ток I_{02}, текущий через катушку L_2.

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз Л$_1$ и Л$_2$ (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1{,}5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D, причем D значительно меньше F_0. На линзу Л$_1$ падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от Л$_1$. На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.





1) Найти расстояние между линзой Л$_2$ и фотодетектором.
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1.

Известными считать величины F_0, D, τ_0.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

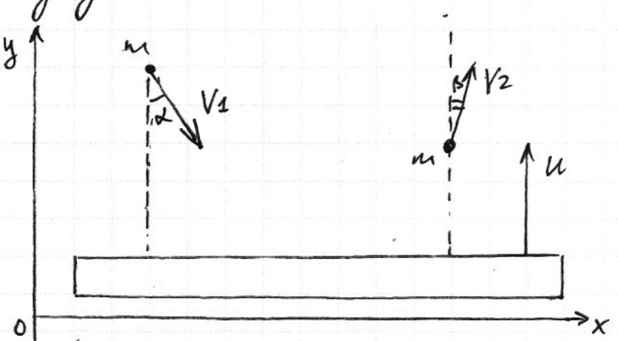
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

задача 1.



$V_1 = 6$ м/с

$\sin\alpha = \frac{2}{3}$

$\sin\beta = \frac{1}{3}$

а) V_2 -?

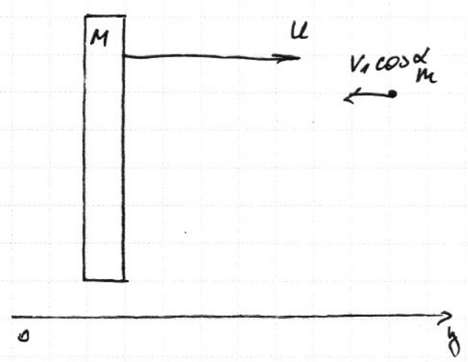
б) u -?

решение:

а) Система замкнута вдоль оси OX, поэтому из

ЗСИ $\Rightarrow m V_1 \sin\alpha = m V_2 \sin\beta \Rightarrow V_2 = \frac{V_1 \sin\alpha}{\sin\beta} = 6 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{1} = 12$ м/с

б)



перейду в систему отсчёта, связанную с массивной плитой, тогда: ЗСИ:

OY: $m(V_1\cos\alpha + u) = m(V_2\cos\beta - u)$

$V_1\cos\alpha + u = V_2\cos\beta - u \Rightarrow$

$u = \frac{V_2\cos\beta - V_1\cos\alpha}{2} = \frac{\frac{V_2\sqrt{8}}{3} - \frac{V_1\sqrt{7}}{3}}{2} = \frac{V_2\sqrt{8} - V_1\sqrt{7}}{6} =$

$= \frac{12\sqrt{8} - 6\sqrt{7}}{6} = 2\sqrt{8} - \sqrt{7}$

Ответ: $V_2 = 12$ м/с ; $u = 2\sqrt{8} - \sqrt{7}$

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

(Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2.

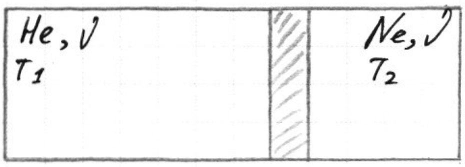
$\nu = \frac{6}{25}$, $T_1 = 330K$, $T_2 = 440K$,

$R = 8,31$

а) $\frac{V_{He}}{V_{Ne}}$ – ?

б) T_0 – ?

в) Q – ?



решение:

а) $p_{He} V_{He} = \nu R T_1$, т.к. поршень находится в равновесии $\Rightarrow$

$p_{Ne} V_{Ne} = \nu R T_2$ $\quad p_{He} = p_{Ne} = p \Rightarrow$

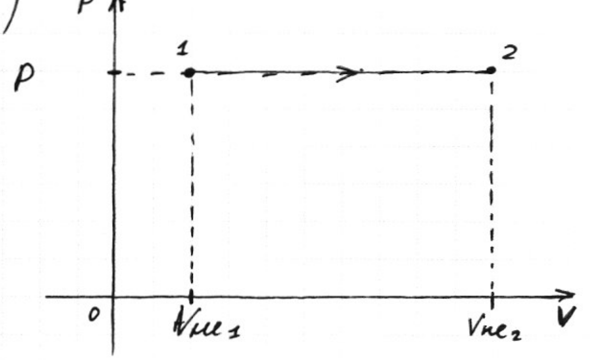
$$\frac{V_{He}}{V_{Ne}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{330}{440} = \frac{3}{4}.$$

б) Поскольку система изолирована $\Rightarrow$ можно записать, что суммарная внутренняя энергия системы постоянна $\Rightarrow$

$$U = \frac{3}{2}\nu R T_1 + \frac{3}{2}\nu R T_2 = \frac{3}{2}\nu R T_0 + \frac{3}{2}\nu R T_0 \Rightarrow$$

$$T_1 + T_2 = 2T_0 \Rightarrow T_0 = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{330+440}{2} = \frac{770}{2} = 385K.$$

в)



Опять же поскольку система изолирована $\Rightarrow$ в неё не поступает тепло $\Rightarrow$

$Q_{He} + Q_{Ne} = 0$, для определённости буду искать Q_{He}.

$Q_{He} = A + \Delta U$

$Q_{He} = p(V_{He_2} - V_{He_1}) + \Delta U =$

$$= \nu R (T_0 - T_1) + \frac{3}{2}\nu R (T_0 - T_1) = \frac{5}{2}\nu R (T_0 - T_1) =$$

$$= \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{25} \cdot 8,31 \cdot 55 = \frac{3}{5} \cdot 55 \cdot 8,31 = 33 \cdot 8,31 = 274,23 \text{ Дж}.$$

$8,31 \times 33$: $2493 + 2493 = 274,23$

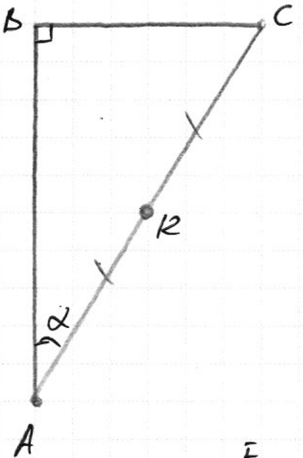
Ответ: $\frac{V_{He}}{V_{Ne}} = \frac{3}{4}$; $T_0 = 385K$; $Q = 274,23$ Дж.

☐ черновик ☑ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3.



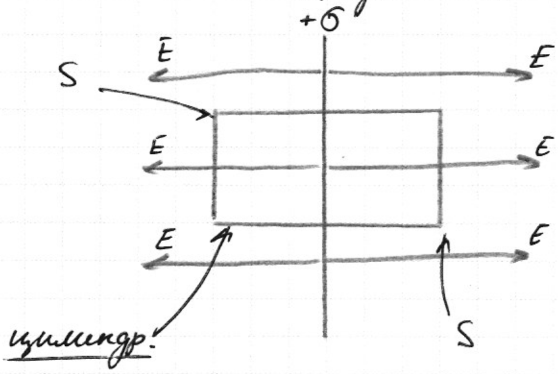
$\alpha = \frac{\pi}{4}$

а) $\frac{E_{2k}}{E_{1k}}$ - ?

б) E_k - ? $\left(\sigma_1 = 4\sigma; \sigma_2 = \sigma, \alpha = \frac{\pi}{8}\right)$

решение:

а) пусть пластина BC заряжена с поверхностной плотностью заряда σ, тогда по теореме Гаусса:



Поскольку пластина бесконечна можно считать, что поле вблизи неё - однородно, тогда:

$E \cdot 2S = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_i q_i$, где

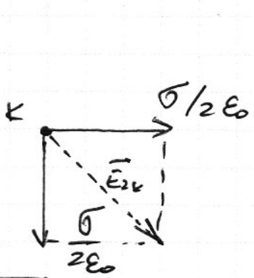
$\sum_i q_i = \sigma S \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$.

тогда $E_{1k} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$. + стороны равны $\left(\frac{\pi}{4} = 45^\circ\right) \Rightarrow \triangle ABC$ - р/б.

Поскольку для напряжённости эл. поля верен принцип суперпозиции $\Rightarrow$

$\vec{E_{2k}} = \vec{E_{1k}} + \vec{E_{1k}}'$

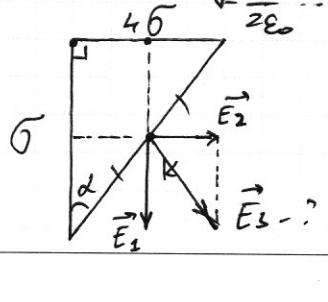
, тогда $E_{2k} = \sqrt{2\left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)^2} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \cdot \sqrt{2}$, тогда:



$\Rightarrow \frac{E_{2k}}{E_{1k}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{2\varepsilon_0}{\sigma} = \sqrt{2}$.

Ответ: $\frac{E_{2k}}{E_{1k}} = \sqrt{2}$;

б)



$E_1 = \frac{4\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{2\sigma}{\varepsilon_0}$, $E_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ $\Rightarrow E_3 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sqrt{17}$

$E_3 = \sqrt{\frac{4\sigma^2}{\varepsilon_0^2} + \frac{\sigma^2}{4\varepsilon_0^2}} = \sqrt{\frac{17\sigma^2}{4\varepsilon_0^2}} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sqrt{17}$.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

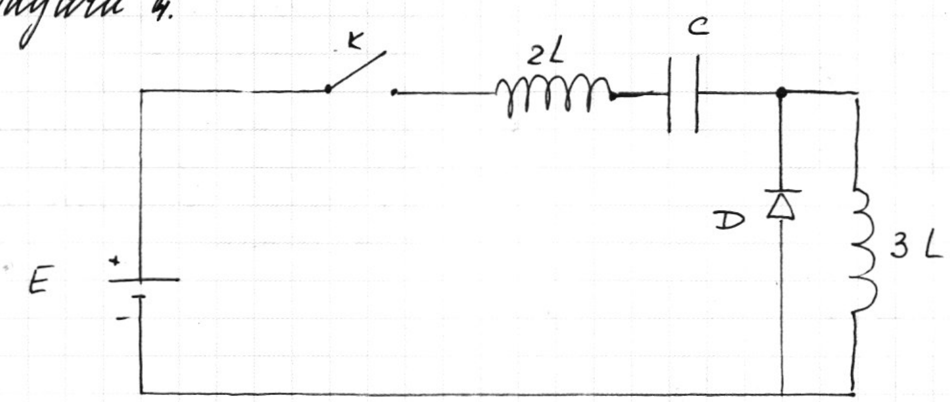
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4.

а) T - ?

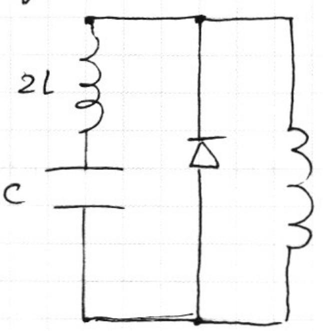
б) I_{01} - ?

в) I_{02} - ?



решение:

а) поскольку $\mathcal{E}$ можно считать внешней силой ⇒ для нахождения периода колебаний его можно не учитывать (T колебаний не зависит от действия внешних сил), тогда схема выглядит следующим образом:



замечу, что получается если я запущу систему (сообщу заряд dq) для примера на левую обкладку конденсатора, тогда заряд пойдёт через диод, затем на катушке создастся ЭДС, а потом заряд придёт к правой обкладке, затем снова заряд пройдёт по катушке $2L$, но на этот раз пойдёт через катушку $3L$ и вернётся на левую обкладку. период системы без $3L$:

$$-2L\ddot{q} + \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow \ddot{q} = \frac{q}{2LC} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{2LC}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_0} \Rightarrow$$

$T_1 = 2\pi\sqrt{2LC}$, тогда с катушкой $3L$: $-5L\ddot{q} + \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow$

$$T_2 = 2\pi\sqrt{5LC} \Rightarrow T_0 = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} = \frac{T_1+T_2}{2} = \pi\left(\sqrt{2LC}+\sqrt{5LC}\right).$$

б) понятно, что максимальный ток в катушке L_1 будет тогда, когда $\mathcal{E}_{si_2} = -L\dfrac{dI}{dt} = 0$ (нет изменения силы тока).
(максимальным)

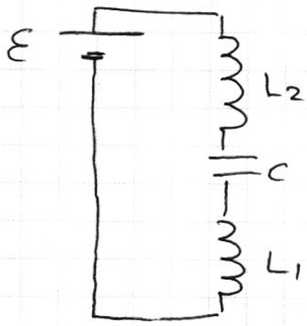
~~Тогда I_{01} будет совпадать~~ с током ~~протекающем в цепи~~ ~~Тогда~~ по ~~Кирхгофу~~: $\cancel{\mathcal{E} = \mathcal{E}_{si\,2} = \frac{q}{C}}$

$\cancel{\mathcal{E} - 2L\dot{q} = \frac{q}{C}}$

$\mathcal{E} - 2L\dot{I} = \cancel{\dfrac{I \cdot dt}{C}}$; $\cancel{\mathcal{E} = \dfrac{2L\,dI}{dt} = \dfrac{\int I dt}{C}}$

$\cancel{\dfrac{2LI_2^2}{2} + \dfrac{3LI_2^2}{2} + \dfrac{Cq^2}{2} = Q}$

поскольку ток максимален => рассмотрим цепь бу диода, максимальный ток через катушку L_2 будет совпадать с так током.



$\mathcal{E}_{si_2} = 0$ =>

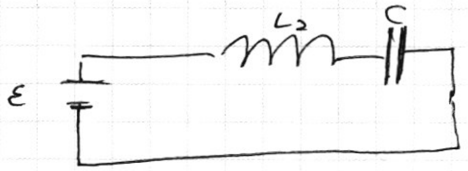
$\mathcal{E} = U_C + \mathcal{E}_{si}$

$\mathcal{E} = U_C + \dfrac{LdI}{dt} \Rightarrow U_C = \mathcal{E} + \dfrac{LdI}{dt} = U_C$

$R_L = \sqrt{\omega L}$ $\quad \omega = \dfrac{2\pi}{T}$.

$R_C = \dfrac{1}{\sqrt{\omega C}}$

в) максимальный ток в этом случае будет тогда, когда ток идёт по диоду =>



, тогда: $\cancel{\dfrac{L_2 I^2}{2}}$ $\quad LI_{max}^2 + \dfrac{C\mathcal{E}^2}{2} =$

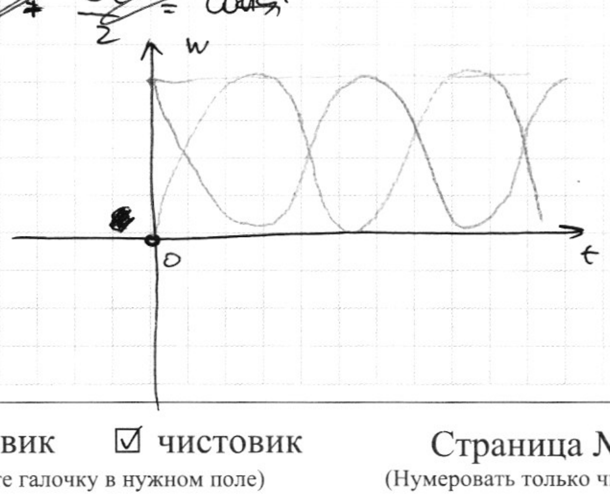
$\cancel{\mathcal{E} = U_C \Rightarrow (\mathcal{E}_{si} = 0)} =$

$\cancel{\dfrac{2LI_{max\,2}^2}{2} + \dfrac{C\mathcal{E}^2}{2} = const}$

$\cancel{T = 2\pi\sqrt{LC}}$

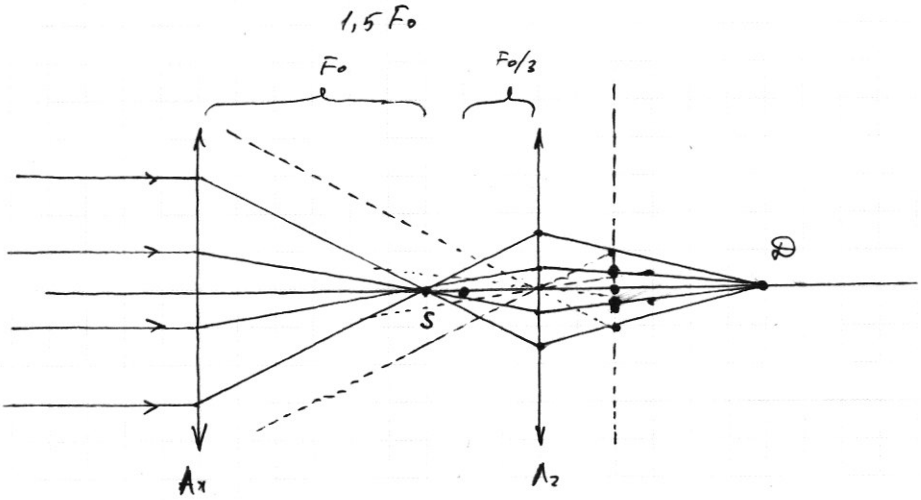
$\cancel{q = q_0 \cos(\omega t)}$

$I = \cancel{q_0\omega \sin(\omega t) \Rightarrow I = q_0\omega}$



Задача 5

1) x – ?
2) V – ?
3) t_1 – ?

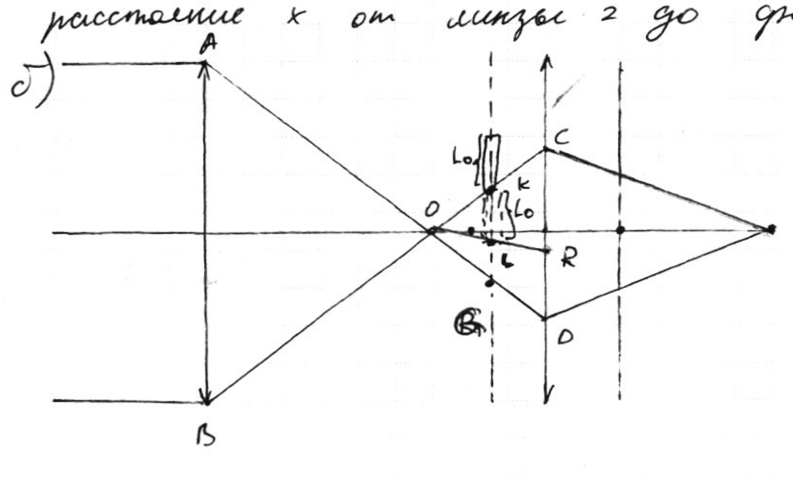


решение:

а) рассмотрим точку S на оптической оси, тогда можно сказать, что это некое светящееся тело, тогда можно записать ур-ние линзы: $\frac{1}{f} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F}$, где $f = 1{,}5F_0 - F_0 = 0{,}5F_0 \Rightarrow \frac{1}{0{,}5F_0} + \frac{1}{d} = \frac{1}{F_0/3}$

$\frac{1}{d} = \frac{3}{F_0} - \frac{2}{F_0} \Rightarrow \frac{1}{d} = \frac{1}{F_0} \Rightarrow d = F_0$ – это и есть искомое расстояние x от линзы 2 до фотодетектора ($x = F_0$).

б)



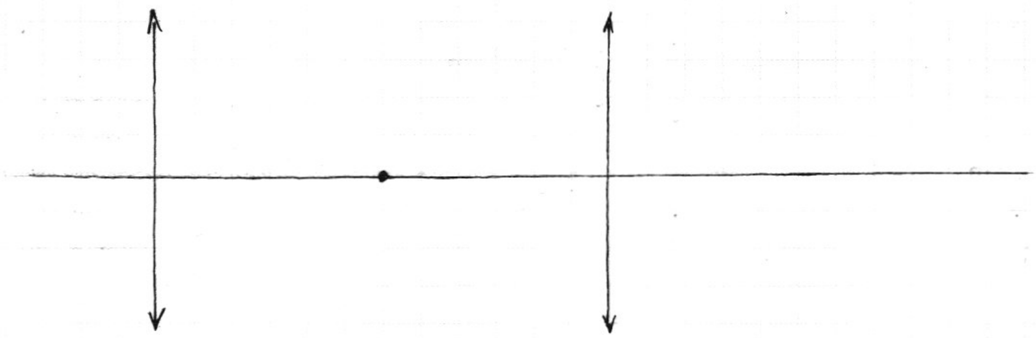
рассмотрим 2 крайних луча, проходящих через линзу. Тогда кривой скачок на графике будет обусловлен тем, что М (с размером L_0) попадёт в край нижнего луча и будет идти до тех пор, пока М не пересечёт луч 2 раз, только уже верхней частью.

тогда за τ_0 тело прошло $L_0 = V_x\tau_0$. поскольку $I \sim P \Rightarrow I \sim n$, где n – кол-во лучей.

$\triangle AOB \sim \triangle COP \Rightarrow \frac{D}{CD} = \frac{F_0}{\frac{1}{2}F_0} \Rightarrow CD = \frac{D}{2}$. $\triangle OLK \sim \triangle OCR \Rightarrow \frac{F_0}{2} \cdot \frac{1}{\cancel{\frac{3}{2}F_0}\,\frac{5}{4}F_0 - F_0} = \frac{CR}{L_0} \Rightarrow$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 5.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{F_0}{2}\cdot\frac{1}{\frac14 F_0} = \frac{CR}{L_0} \Rightarrow CR = L_0\cdot\frac{4}{2} = 2L_0$, тогда. + (*)

$\cancel{\frac{I_1}{I_0} = \frac{S_2 - S_1}{S_2} = 1-\left(\frac{CR}{CD}\right)^2 = 1 - \frac{4}{3}L_0\cdot\frac{2}{D} = 1-\frac{4}{3}\cdot v_xT_0\cdot\frac{2}{D} =}$

$\cancel{= 1 - \frac{8}{3}\frac{v_xT_0}{D}, \quad \frac{I_1}{I_0} = \frac{8}{9}, \quad \frac{I_1}{I_0} = \frac{8}{9} \Rightarrow}$

$\cancel{\frac{8}{9} = 1 - \frac{8}{3}\frac{v_xT_0}{D} \Rightarrow \frac19 = \frac83\frac{v_xT_0}{D} \Rightarrow \frac{1}{24}\frac{D}{T_0} = v.}$

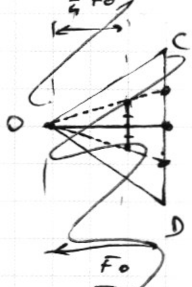
в) t_1 – время, когда M начнёт пересекать крайний верхний луч. По рисунку расстояние, которое должен будет пройти M за $t_1 - T_0$ – KG, тогда по $\sim\Delta \Rightarrow$

$\frac{KG}{CD} = \frac{\frac54 F_0 - F_0}{F_0/2} = \frac12 \quad KG = \frac{2}{4}\cdot\frac{D}{2} = \frac{D}{4}$, тогда

$\cancel{\frac{3D}{8}\cdot\frac{1}{v} = t_1 - T_0 \Rightarrow t_1 = \frac{3D}{8}\cdot\frac{1\cdot 24T_0}{D} = t_1 - T_0}$

$9T_0 = t_1 - T_0 \Rightarrow t_1 = 10T_0. \quad \frac{D}{4}\cdot\frac{1}{v} = t_1 - T_0 \Rightarrow t_1 = T_0 + \frac{D}{4}\cdot\frac{12T_0}{D} = 4T_0$

б) (*) $n \sim S \Rightarrow$ поскольку движение происход 1 оси оптической $\Rightarrow$ рассмотрим сколько закрывает в (ширину).



$\cancel{\frac{L_0}{D} = \frac{\frac54 F_0 - F_0}{\frac{F_0}{2}} = \frac12 \Rightarrow L_0 = \frac{D}{4} \quad x = 2L_0 \Rightarrow}$

$S = x \Rightarrow$

$S_1 = \left(\frac{CR}{2}\right)^2\pi = \frac{\pi CR^2}{4} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{CR^2}{CD^2} = \left(\frac{2L_0\cdot 2}{D}\right)^2 =$

$S_2 = \left(\frac{CD}{2}\right)^2\pi = \frac{\pi CD^2}{4} \quad = \left(\frac{4L_0}{D}\right)^2 = \left(\frac{4v_xT_0}{D}\right)^2$

$\frac{I_1}{I_0} = \frac89 \Rightarrow -\frac19 = -\left(\frac{4v_xT_0}{D}\right)^2 \Rightarrow \frac13 = \frac{4v_xT_0}{D} \Rightarrow$

$\boxed{v_x = \frac{D}{12T_0}}$ Ответ: $x = F_0$; $V = \frac{D}{12}$; $t_1 = 4T_0$.

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

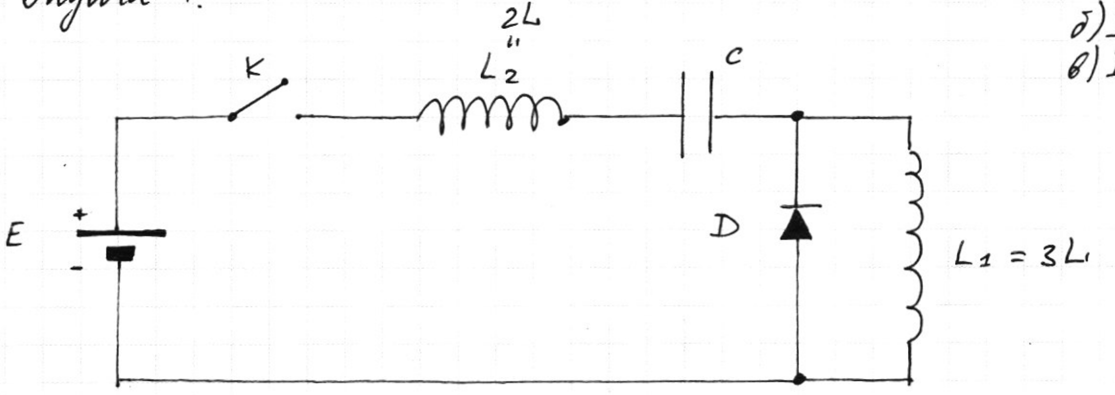
Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4.

а) T - ?
б) I_{01} - ?
в) I_{02} - ?

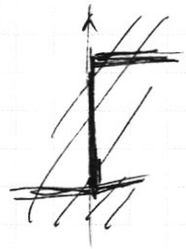


решение:

а) поскольку диод не пропускает ток против своего „направление" => при прохождении тока от „+" к „-" ток будет идти через 2 катушку (1). По Киргхофу до

$\cancel{\mathcal{E} = L\frac{dI}{dt} = U_C}$ $\quad \mathcal{E} - 2L\frac{dI}{dt} - 3L\frac{dI}{dt} = U_C$

$\mathcal{E} - 5L\dot{I} = \frac{q}{C}$



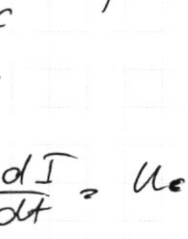
$\mathcal{E} - 5L\ddot{q} = \frac{q}{C} \Rightarrow \mathcal{E} = \frac{q}{C} + 5L\ddot{q}$

$\frac{\mathcal{E}}{5L} = \frac{q}{5LC} + \ddot{q}$, в начальный момент времени $q_0 = 0$ =>

$\mathcal{E} = 5L\ddot{q}$

$\mathcal{E} - 2L\frac{dI}{dt} = U_C = \frac{q}{C}$

$q = q_0\cos(\omega t)$

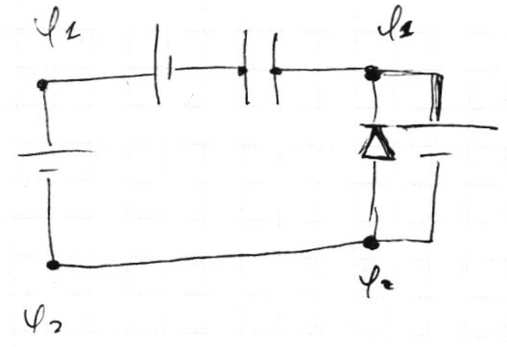


поскольку $\mathcal{E}$ можно считать как внешнюю силу в колеб. контуре => а T колебаний не зависит от внешних сил =>

$2L\sqrt{\frac{1}{2LC}} = \omega_0^2 \Rightarrow$

$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow$

$2\pi\sqrt{2LC}$



$\mathcal{E} - 2L\frac{dI}{dt} - 3L\frac{dI}{dt} = \frac{q}{C}$

$\mathcal{E} - 5L\ddot{q} = \frac{q}{C} \Rightarrow$

$\ddot{q} = \frac{q}{5LC} \Rightarrow \quad T\omega_0^2 = \sqrt{\frac{1}{5LC}}$

$\mathcal{E}$

$\frac{LI^2}{2} +$

$\frac{LI_1^2}{2} + \frac{L_2 I_2^2}{2} + \frac{CU^2}{2} \to$

$2L\frac{dI}{dt} + \frac{q}{C}$ $\quad \mathcal{E} - 2L\ddot{q} - 3L\ddot{q}$