

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

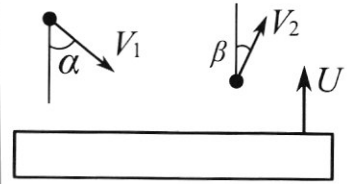
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{3}{4}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{2}$) с вертикалью.

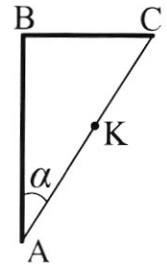


1) Найти скорость V_2 .
2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль К).

- 1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

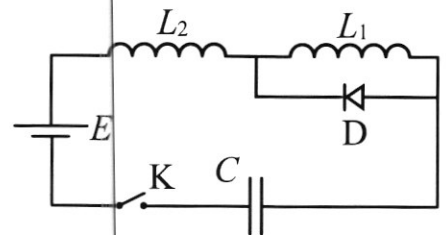
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

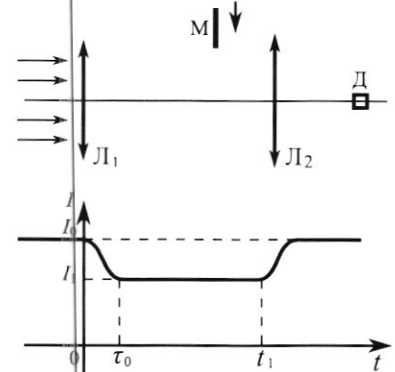
2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

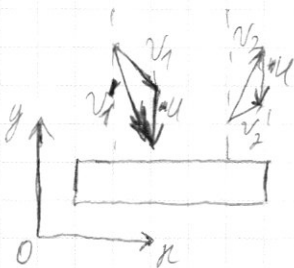
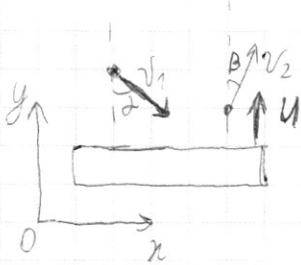
5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени.
- 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



N1
7) Заметим, что изменение импульса шарика Δp ~~составит~~ $\Delta p_x = 0$, $\Delta p_y = \Delta p_{y1} \Rightarrow v_{1y} = v_{2y} \Rightarrow$

$$\Rightarrow v_1 \sin(\alpha) = v_2 \sin(\beta) \Rightarrow$$

$$v_2 = \frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)} v_1 = \frac{3/4}{1/2} \cdot 8 = 12 \text{ (м/с)}$$

2) Перейдём в с.о. плиты, ~~тогда~~ будем рассматривать проекции скоростей на ось OY, т.к. скорости в проекции на ось OX не меняются

Заметим, что ~~т.к.~~ шарик отскакивает от плиты, то $v'_{2y} > 0$
Также, т.к. ~~столкновение~~ столкновение неупругое, то $v'_{2y} < v'_{1y}$

$$\begin{cases} v'_{2y} = v_{2y} - u \\ v'_{1y} = -v_{1y} - u \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_{2y} > u \\ v_{2y} - u < v_{1y} + u \Rightarrow u > \frac{v_{2y} - v_{1y}}{2} \end{cases}$$

$$v_{2y} = \cos(\beta) v_2 = \sqrt{1 - \sin^2(\beta)} v_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 12 = 6\sqrt{3} \text{ (м/с)}$$

$$v_{1y} = \cos(\alpha) v_1 = \sqrt{1 - \sin^2(\alpha)} v_1 = \frac{\sqrt{7}}{4} \cdot 8 = 2\sqrt{7} \text{ (м/с)}$$

$$u \in (3\sqrt{3} + \sqrt{7}; 6\sqrt{3})$$

ОТВЕТ: 1) $v_2 = 12 \text{ м/с}$; 2) $u \in (3\sqrt{3} + \sqrt{7}; 6\sqrt{3})$



N2
Поршень дв. без трения $\Rightarrow p_1 = p_2 = p$

$$\begin{aligned} pV_1 &= \mu R T_1 \\ pV_2 &= \mu R T_2 \end{aligned} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{5}$$

№2 (прод.)

2) По первому закону термодинамики

$$Q_1 = A_1 + \Delta U_1$$

$$Q_2 = A_2 + \Delta U_2$$

Заметим, что $A_1 = -A_2$, т.к. для каждого момента времени $dV_1 = -dV_2$; т.к. сосуд теплоиз. $\Rightarrow Q_1 + Q_2 = 0$, тогда

$$\underbrace{Q_1 + Q_2}_0 = \underbrace{(A_1 + A_2)}_0 + \Delta U_1 + \Delta U_2 \Rightarrow \Delta U_1 + \Delta U_2 = 0 \Rightarrow \mu C_{V1} \Delta T_1 + \mu C_{V2} \Delta T_2 = 0$$

$$\Rightarrow T_k - T_1 + T_k - T_2 = 0 \Rightarrow T_k = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{500 + 300}{2} = 400 \text{ (K)}$$

3) Заметим, что процесс изобарный, т.к. $dV_1 = -dV_2$ и $dT_1 = -dT_2$, т.к. $\delta Q_1 + \delta Q_2 = \delta A_1 + \delta A_2 + \mu C_{M1} dT_1 + \mu C_{M2} dT_2 \Rightarrow dT_1 + dT_2 = 0$

Тогда $p = \frac{\mu R T_2}{V_2} = \frac{\mu R T_1}{V_1}$, а $A_2 = p \Delta V_2$

Пусть $V = V_1 + V_2$ - сум. объём газов, тогда $V_k = \frac{1}{2} V$, т.к. T_k и p для обоих газов - равны; $V_1 = \frac{3}{8} V$ и $V_2 = \frac{5}{8} V$, т.к. $(V_1/V_2 = 3/5)$

Значит, что полученное азотом тепло от кислорода идёт только в азот

$$\begin{aligned} \text{Тепло, полученное азотом от кислорода: } Q_2 &= -p \Delta V_2 + \mu C_{M2} \Delta T_2 = \\ &= -\frac{\mu R T_2}{5/8 V} \left(\frac{1}{2} V - \frac{5}{8} V \right) - \frac{\mu R}{2} \frac{5}{2} \mu R (T_k - T_2) = \frac{\mu R}{5} \mu R T_2 + \\ &+ \frac{5}{2} \mu R (T_2 - T_k) = \mu R \left(\frac{1}{5} T_2 + \frac{5}{2} T_2 - \frac{5}{2} T_k \right) = \mu R \left(\frac{27}{10} T_2 - \frac{5}{2} T_k \right) = \\ &= \frac{3}{7} \cdot 8,31 \cdot \left(\frac{27}{10} \cdot 500 - \frac{5}{2} \cdot 400 \right) = 7246,5 \text{ (Дж)} = Q_{\text{пер}} \end{aligned}$$

Ответ: 1) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{5}$; 2) $T_k = 400 \text{ K}$; 3) $Q_{\text{пер}} = 7246,5 \text{ Дж}$

№3

Докажем, факт, что для заряж. плоскости $E_{\perp} = k \sigma$

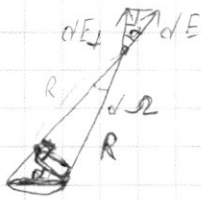
плотность заряда $\Rightarrow E_{\perp} = k \sigma$



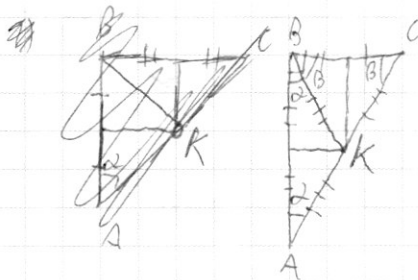
Рассмотрим dS , тогда

$$dE = \frac{k \sigma \cdot dS \cdot R^2}{R^2 \cos^2 \alpha} \Rightarrow dE_{\perp} = dE \cos \alpha \Rightarrow E_{\perp} = k \sigma$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

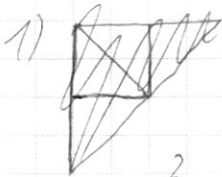


$$\Rightarrow E_{\perp} = k \delta \Omega \quad \sqrt{3} (\text{ПРОД.})$$



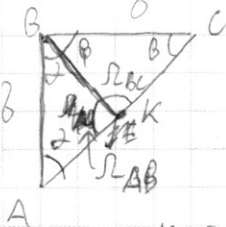
т.к. $\triangle ABC$ - ПРЯМ.
т.к. K - СЕР. АС $\Rightarrow BK$ - МЕДИАНА \Rightarrow
 $\Rightarrow BK = KC = AK \Rightarrow K$ - СЕР. ПЕР. ВС И АВ
 \Rightarrow ЧЗ-ЗА СИМ. $E_{K(BC)} = E_{\perp K(BC)}$ и

ЗАМЕТИМ, ЧТО $\vec{E}_{AB} \perp \vec{E}_{BC}$
 $E_{K(AB)} = E_{\perp K(AB)}$



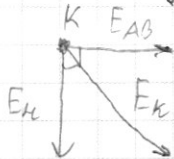
$$B = \frac{1}{2} \pi - \alpha = \frac{1}{4} \pi$$

$$\Omega_{BC} = \frac{\pi - 2\alpha}{2\pi} \cdot 4\pi = \pi \Rightarrow E_K = k \delta \pi$$



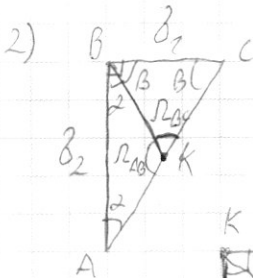
$$E_K = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2}$$

$$E_{AB} = \Omega_{AB} = \frac{\pi - 2\alpha}{2\pi} \cdot 4\pi = \pi \Rightarrow E_{AB} = k \delta \pi$$



$$E_K = \sqrt{2} k \delta \pi$$

$$\frac{E_K}{E_{AB}} = \sqrt{2}$$



$$B = \frac{1}{2} \pi - \alpha = \frac{5}{14} \pi$$

$$\Omega_{AB} = \frac{\pi - 2\alpha}{2\pi} \cdot 4\pi = \frac{10}{7} \pi \Rightarrow E_{AB} = k \delta_2 \frac{10}{7} \pi$$

$$\Rightarrow E_{AB} = k \delta_2 \cdot \frac{10}{7} \pi$$

$$\Omega_{BC} = \frac{\pi - 2\alpha}{2\pi} \cdot 4\pi = \frac{4}{7} \pi \Rightarrow E_{BC} = k \delta_1 \frac{4}{7} \pi$$

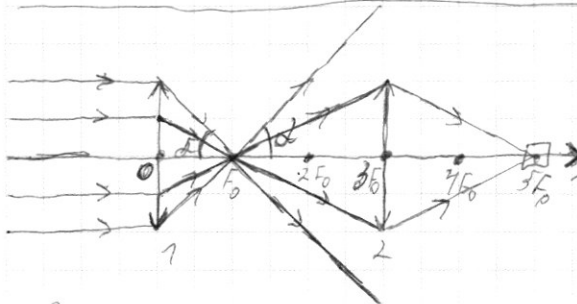
$$E_K = \sqrt{E_{AB}^2 + E_{BC}^2} = \sqrt{(k \delta_2 \cdot \frac{10}{7})^2 + (k \delta_1 \cdot \frac{4}{7})^2} k \pi =$$

№3 (ПРОД.)

$$\# = \sqrt{\frac{100}{49} + \frac{64}{49}} \cdot k \cdot 8 \pi = \frac{2}{7} \sqrt{47} \cdot k \cdot 8 \pi = \frac{\sqrt{47} \cdot 8}{14 \epsilon \epsilon_0}$$

ОТВЕТ: 1) $\frac{E_B}{E_K} = \sqrt{2}$; 2) $E_K = \frac{\sqrt{47} \cdot 8}{14 \epsilon \epsilon_0}$

№5



ПОСЛЕ ПЕРВОЙ ЛИНЗЫ ЛУЧИ СФОРМИРУЮТСЯ В ТОЧКЕ F_0 , ДА НА РАССТ. $2F_0$ ОТ 2 ЛИНЗЫ, ТОГДА ПОСЛЕ 2 ЛИНЗЫ ЛУЧИ СФОРМИРУЮТСЯ В ТОЧКЕ $5F_0$

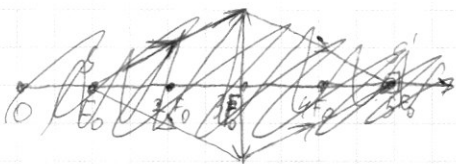
ЗАМЕТИМ, ЧТО ЧАСТЬ СВЕТА НЕ ПОПАДАЕТ НА 2 ЛИНЗУ, Т.К.

СИЛЮТСЯ В ТОЧКЕ НА РАССТ. $f_2 = 2F_0$ ОТ ВТОРОЙ ЛИНЗЫ (Т.К. $\frac{1}{f_0} = \frac{1}{2F_0} + \frac{1}{2F_0} \Rightarrow$)

$2F_0 \sin(\alpha) > F_0 \sin(\alpha)$
 $2F_0 \sin(\alpha) > F_0 \sin(\alpha)$

\Rightarrow ПОСЛЕ ПРОХОЖДЕНИЯ 2Х ЛИНЗ ЛУЧИ СФОРМИРУЮТСЯ В ТОЧКЕ $5F_0$

~~ВРЕМЯ ЗА КОТОРОЕ ЛИНЗА ПРОЙДЕТ ПО ПУТИ ЛУЧЕЙ МОЖНО ЗАМЕЧАТЬ НА РАССТ. СВЕТА В ТОЧКЕ F_0 .~~



БУДЕМ РАССМАТРИВАТЬ ТОЛЬКО СВЕТ ПОПАДАЮЩИЙ НА ФОТОДЕТЕКТОР.

ПУСТЬ МАХ МОЩНОСТЬ P_0 , ТОГДА $\frac{P_1}{P_0} = \frac{I_1}{I_0}$

Т.К. МОЩНОСТЬ ПУЧКА РАВНОМЕРНО РАСПРЕД. НА СРЕЗЕ ЛЮБОМ ПОПЕРЕЧНОМ СЕЧЕНИИ ПУЧКА, ТО $\frac{S_M}{S_C(2F_0)} = \frac{P_0 - P_1}{P_0} = \frac{1}{4}$, Т.К. $R_C(2F_0) = \frac{1}{2} R_{OL}$ (Т.К.

$2F_0$ - СЕР. МЕЖДУ F_0 И $3F_0$) $\Rightarrow S_C(2F_0) = \frac{1}{4} S_{OL} \Rightarrow S_M = \frac{1}{16} S_{OL} \Rightarrow R_M$

$\Rightarrow R_M = \frac{R_L}{4} \Rightarrow D_M = \frac{1}{4} D$

ЗА ВРЕМЯ τ_0 ЛИНЗА ПОЛНОСТЬЮ ОКАЗАЛАСЬ В ПУЧКЕ СВЕТА \Rightarrow

$v = \frac{D_M}{\tau_0} = \frac{D}{4\tau_0}$

ВРЕМЯ t_1 - ВРЕМЯ, ЗА КОТОРОЕ ЛИНЗА ПРОШЛА $D_C(2F_0) = \frac{1}{2} D \Rightarrow$

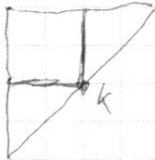
$\Rightarrow t_1 = \frac{1/2 D}{v} = \frac{1}{2} \cdot 4 \tau_0 = 2 \tau_0$

№4

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$v_{2y} = v_{1y}$



$$\begin{array}{r|l} 764 & 2 \\ 82 & 2 \\ \hline 41 & \end{array}$$

$v_{2y} > 0$

~~$v_{2y} < 0$~~

~~$v_{2y} + v_{1y} > 0$~~

~~$v_{2y} + v_{1y} < 0$~~

$v_{2y} + v_{1y} < 0$

$v_{2y} - u - v_{1y} - u < 0$

$2u > v_{2y} - v_{1y}$

$\sqrt{7 - \frac{9}{16}} = \frac{1}{4} \sqrt{7}$

$p V_{02} = \mu R T_{02} \Rightarrow$

$p V_{N2} = \mu R T_{N2}$

T

$Q = A + \Delta U$

$\delta Q = p dV + \mu C_V dT$

$p_{02} = \frac{\mu R T_{02}}{V_{02}} \Rightarrow p = \frac{\mu R T_2}{V_2}$

~~$\frac{\mu R T_{N2}}{V_{N2}}$~~

~~$\frac{T_{N2}}{T_{02}} = \frac{V_{N2}}{V_{02}}$~~

$p_1 V_1 = \mu R T_1$

$p_{02} = \frac{p_1 V_1 T_{02}}{\mu V_{02} T_1}$

$\frac{1}{3} T_1 - \frac{5}{2} T_1 + \left(\frac{5}{2} T_1\right) - 1000$

$\frac{2-75}{6} = -\frac{13}{6}$

$\frac{35}{10} \quad \frac{2}{10} + \frac{25}{10} = \frac{27}{10}$

$50 \cdot 27 - 1000 = 1000 - 50 \cdot 13$

$50 \cdot 27 = 1000$

$C_V = \frac{1}{2} R$

$C_p = \frac{1+2}{2} R$

$\left(1 - \frac{2}{7}\right) \cdot 2 \sqrt{L} = \frac{10}{7} \sqrt{L}$

$$\begin{array}{r|l} 831 & 7 \\ \hline 722 & 1 \\ \hline 109 & \end{array}$$

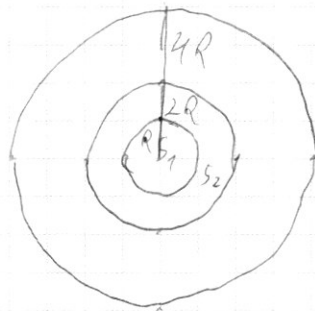
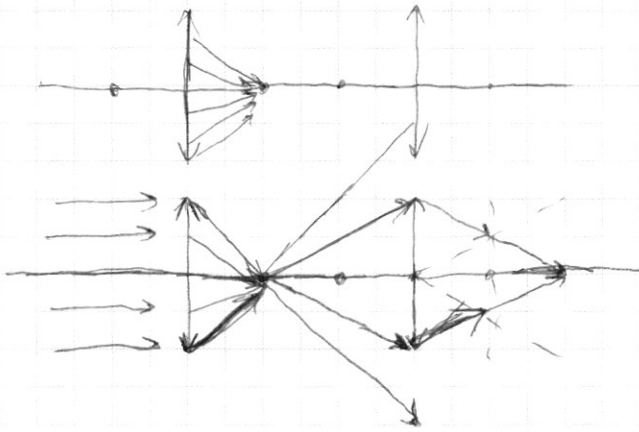
$$\begin{array}{r} \times 83,1 \\ 1,5 \\ \hline 475,5 \\ + 83,1 \\ \hline 1246,5 \\ \hline 5 \\ \hline 7 \end{array}$$

$\frac{27 \cdot 50}{1350}$

$1350 - 1000 = 350$

$350 \cdot \frac{2}{7} = 100$

$\left(1 - \frac{5}{7}\right) \cdot 2 \sqrt{L} = \frac{4}{7} \sqrt{L}$



$$S_1 = \pi R^2$$

$$S_2 = 4\pi R^2 \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{4}$$

$$E = \mathcal{E}_c + U_c$$

$$E = \mathcal{E}_{c(2)} + \min(U_D, \mathcal{E}_{c(1)}) + U_c$$

~~Е =~~

$$E =$$

$$\mathcal{E}_c = L \frac{dI}{dt}$$

$$\mathcal{E}_{c(2)} = 2\mathcal{E}_{c(1)} = 2\mathcal{E}_c$$

~~$$E = 2\mathcal{E}_c + \min(U_D, \mathcal{E}_c) + U_c$$~~

~~$$E = 2\mathcal{E}_c$$~~

$$\mathcal{E}_{c(2)} + U_D = E$$

$$\frac{1}{C} x + L \ddot{x} = E$$

$$E = 2L \frac{dI}{dt}$$

~~$$\frac{dI}{dt} = E - \frac{1}{CL} q$$~~

$$E = L \frac{dI}{dt} + U_c$$

~~$$\ddot{q} = E - \frac{1}{CL} q$$~~

~~$$L \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} I = E$$~~

$$\frac{1}{C} \int I dt$$





ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)