

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

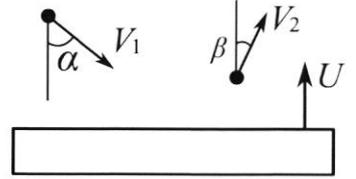
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 12$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{1}{2}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.

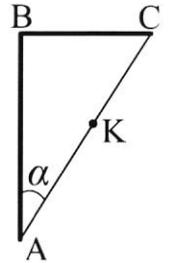


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве $\nu = 6/7$ моль. Начальная температура водорода $T_1 = 350$ К, а азота $T_2 = 550$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

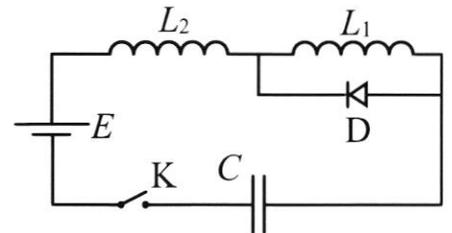
- 1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



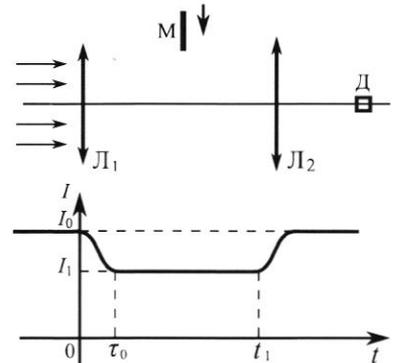
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 3\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/5$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями $3F_0$ и F_0 , соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 5I_0/9$.



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1

Дано: Решение:

$v_1 = 12 \text{ м/с}$ ①

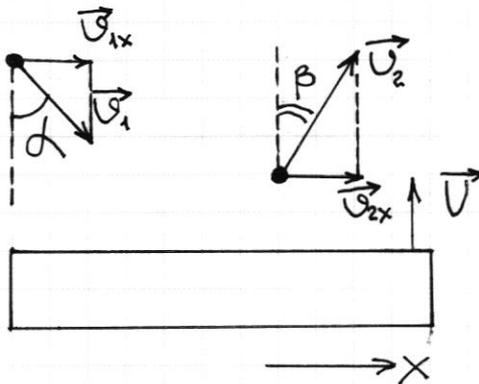
$\sin \alpha = \frac{1}{2}$

$\sin \beta = \frac{1}{3}$

Найти:

1) v_2

2) v



② При соударении на шарик действуют только вертикальные силы (т.к. трения нет), а значит горизонтальная составляющая импульса шарика

(по закону сохр. импульса) не изменится:

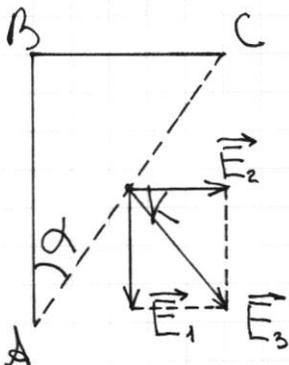
$p_{1x} = p_{2x}$, где p_{1x}, p_{2x} — проекции импульса на Ox до и после удара;
 $m v_{1x} = m v_{2x}$, где m — масса шарика, v_{1x} и v_{2x} — проекции на Ox скоростей;

$v_{1x} = v_1 \cdot \sin \alpha$, $v_{2x} = v_2 \cdot \sin \beta$;

$v_1 \cdot \sin \alpha = v_2 \cdot \sin \beta$; $v_2 = v_1 \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$; $v_2 = 12 \cdot \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 18 \text{ (м/с)}$

Ответ: $v_2 = 18 \text{ (м/с)}$

Задача №3



Плоскость K находится над серединой BC и серединой AB . Тогда поле, создаваемое в $(\cdot)K$ пластиной будет перпендикулярно ~~к~~ создающей поле пластине.

1) В первом случае пластины одинакового размера ($AB = BC$, т.к. $\text{tg} \alpha = \frac{BC}{AB} = \text{tg}(\frac{\pi}{4}) = 1$); $(\cdot)K$ находится от них на одинаковом расстоянии, пов. плотности

заряда одинаковы, а заряды и напряжённости полей, создаваемых в (:)к также равны: $E_2 = E_1$.

Результирующая напряжённость поля равна:

$$\vec{E}_3 = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 ; E_3 = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \sqrt{E_1^2 + E_1^2} = E_1 \cdot \sqrt{2}$$

До сообщения заряда пластине A/B напряжённость поля была равна просто E_1 .

Пласти образцы, напряжённость поля ^{в (:)к} увеличится в $\frac{E_1 \cdot \sqrt{2}}{E_1} = \sqrt{2}$ раз.

Ответ: напряжённость электрического поля в (:)к увеличится в $\sqrt{2}$ раз. ($\sqrt{2} \approx 1,41$).

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №4

Дано;

Решение:

$$L_1 = 4L$$

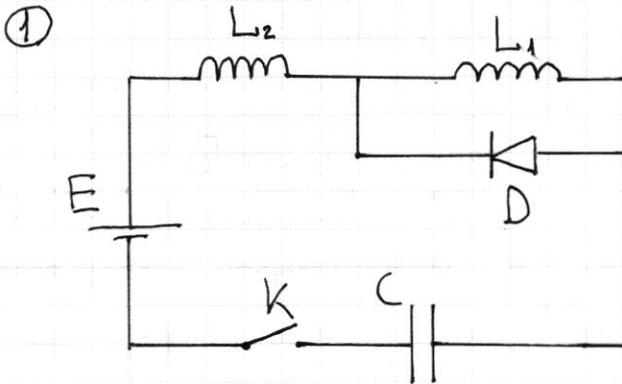
$$L_2 = 3L$$

C, E

Найти:

$T, I_{M1},$

I_{M2}



После замыкания
ключа ток в цепи
пойдёт по часов.
стрелке через L_1 и L_2
и ~~з~~ через некоторое
время конденсатор
зарядится, ток идти
перестанет.
Это произойдёт
через время t_1 , равное

первоначальному периоду колебаний для контура с
 L_1 и L_2 : $t_1 = \frac{T_1}{2}$, где $T_1 = 2\pi\sqrt{(L_1 + L_2)C}$ — ф-ла Томсона;

при пол. соединении индуктивности складываются;

$$t_1 = \pi\sqrt{(4L + 3L)C} = \pi\sqrt{7LC}$$

Далее ток пойдёт в обратном направлении, но
теперь он не пойдёт через L_1 , а пойдёт через диод D и
 L_2 (сопротивление идеального диода нулевое). Система перейдёт
в начальное состояние через время t_2 , равное:

$$t_2 = \frac{T_2}{2} = \frac{2\pi\sqrt{L_2C}}{2} = \pi\sqrt{3LC}$$

Итого, полный период колебаний такой системы
равен: $T = t_1 + t_2 = \pi\sqrt{7LC} + \pi\sqrt{3LC} = \pi(\sqrt{7LC} + \sqrt{3LC})$

② $E = U_{L2} + U_{L1} + U_C$ — для любого момента времени;

$$U_{L1} = L_1 \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}; \quad U_{L2} = L_2 \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$E = L_1 \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} + L_2 \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} + U_C, \text{ но ток максимален, а значит}$$

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = 0; \quad E = U_C, \text{ где } U_C \text{ — напряжение на конденсаторе;}$$

$$E = \frac{q}{C}; \quad (\square)$$

По 3-му сохр. энергии: ~~W_{ист}~~ $A_{ист} + W_{L_1} + W_{C_1} = W_{L_2} + W_{C_2}$,
 где $A_{ист}$ — работа, совершённая источником E ,
 $W_{L_1}, W_{C_1}, W_{L_2}, W_{C_2}$ — энергии катушек и конденсатора
 при выключении ключа и при максимальном токе I_{M1}

$$A_{ист} = qE = CE^2 \quad (\text{из } (\square))$$

$$CE^2 = \frac{L_1 I_{M1}^2}{2} + \frac{L_2 I_{M1}^2}{2} + \frac{CE^2}{2} \quad (\text{т.к. } U_C = E)$$

$$\frac{CE^2}{2} = \frac{L_1 + L_2}{2} \cdot I_{M1}^2; \quad I_{M1}^2 = \frac{CE^2}{7L}; \quad I_{M1} = E \cdot \sqrt{\frac{C}{7L}}$$

③ При движении тока в обратную сторону процесс аналогичный, но теперь ток через L_1 не течёт.

На катушке напряжение при максимальном токе по-прежнему нулевое.

$$E = U_C; \quad E = \frac{q_2}{C}; \quad q_2 = CE \quad (q_2 = q \text{ в } (\square))$$

При зарядке конденсатора источник после момента, указанного в п.2 ещё совершит работу $A' = E \cdot \Delta q$, где Δq — заряд, поступивший на конденсатор после п.2.
 Но т.к. при разрядке конденсатора ток через L_2 станет макс. при том же заряде на конденсаторе $q_2 = q$, источник совершит отрицательную работу $A'' = -E \Delta q$, т.е. суммарная работа источника, совершённая с момента в п.2 (макс. ток) ~~до~~ $\frac{1}{2}$ к моменту максимального тока при разрядке равна нулю.

Закон сохр. энергии:

$$A_{ист} + W_{C_1} + W_{(L)1} = W_{C_2} + W_{(L)2}, \quad \text{где } W_{C_1} = W_{C_2}, \quad A_{ист} = 0$$

$$W_{(L)1} = W_{(L)2}; \quad \frac{(L_1 + L_2) I_{M1}^2}{2} = \frac{L_2 I_{M2}^2}{2}; \quad I_{M2} = I_{M1} \cdot \sqrt{\frac{L_1 + L_2}{L_2}}$$

$$I_{M2} = E \cdot \sqrt{\frac{C}{7L}} \cdot \sqrt{\frac{7L}{3L}} = E \cdot \sqrt{\frac{C}{3L}}$$

$$\text{Ответ: } T = \pi \cdot (\sqrt{7LC} + \sqrt{3LC}); \quad I_{M1} = E \cdot \sqrt{\frac{C}{7L}}; \quad I_{M2} = E \cdot \sqrt{\frac{C}{3L}}$$

$$E \cdot \sqrt{\frac{C}{3L}} \gg E \cdot \sqrt{\frac{C}{7L}} \Rightarrow E \cdot \sqrt{\frac{C}{3L}} \text{ действительно макс. ток, текущий через } L_2;$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №2

Дано:

$H_2, N_2,$

$$v_1 = v_2 = \frac{6}{7} \text{ км/с} \Rightarrow$$

$$T_1 = 350 \text{ K},$$

$$T_2 = 550 \text{ K}$$

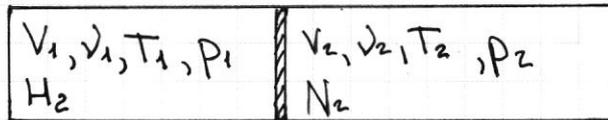
$$C_v = \frac{5R}{2}$$

Найти:

$$\frac{V_2}{V_1}, T', Q_1$$

Решение:

①



Запишем ур-ние Менделеева - Клапейрона
для обеих частей в нач. состоянии:

$$P_1 V_1 = \nu_1 R T_1$$

$$P_2 V_2 = \nu_2 R T_2$$

, где $\nu_1 = \nu_2$ по усл., $P_1 = P_2$ - равновесие поршня.

$$\text{Тогда } \frac{P_1 V_1}{P_2 V_2} = \frac{\nu R T_1}{\nu R T_2} ; \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} ;$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{550}{350} = \frac{11}{7}$$

② Водород нагревает тепло и нагревается, азот
отдает тепло и охлаждается.

По 1 началу термодинамики: $Q = A_{газа} + \Delta U$

$$Q_1 = \frac{i}{2} \nu R (T' - T_1) + \sum (P_{1i} \Delta V_{1i}), \text{ где } T' - \text{конечная температура;}$$

$$Q_2 = \frac{i}{2} \nu R (T_2' - T_2) + \sum (P_{2i} \Delta V_{2i}), \text{ где}$$

Q_1 - количество теплоты, отданное водородом; Q_2 - кол-во
теплоты, отданное азотом.

Состав теплоизолированной, а значит $Q_1 + Q_2 = 0$:

$$\frac{i}{2} \nu R (T' - T_1) + \sum (P_{1i} \Delta V_{1i}) + \frac{i}{2} \nu R (T_2' - T_2) + \sum (P_{2i} \Delta V_{2i}) = 0, \quad (*)$$

где i - число степеней свободы;

$$C_v = \frac{i}{2} R ; i = \frac{2C_v}{R} ; i = \frac{2 \cdot 5R}{2R} = 5$$

Заметим, что т.к. поршень перемещается медленно,

давления в обеих частях сосуда можно считать одинаковыми в любой момент времени.

Но ~~масса~~ изменение объема одного газа за малое время всегда равно изменению объема другого газа за то же время, взятому с противоположным знаком. Тогда получим, что $\sum p_{1i} \Delta V_{1i} + \sum p_{2i} \Delta V_{2i} = 0$

Перепишем (*) в виде:

$$\frac{1}{2} \nu R (T' - T_1) + \frac{1}{2} \nu R (T' - T_2) = 0$$

$$T' - T_1 + T' - T_2 = 0 ; 2T' = T_1 + T_2 ; T' = \frac{T_1 + T_2}{2} ;$$

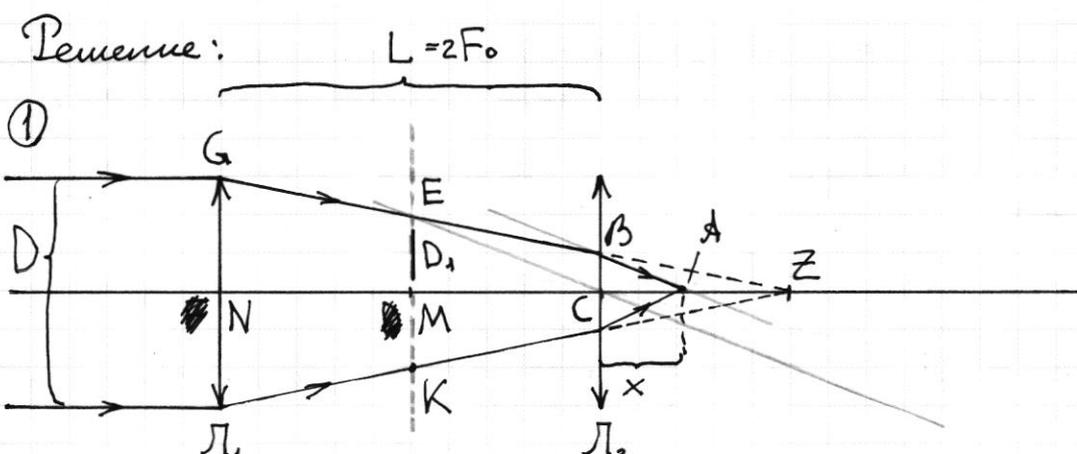
$$\boxed{T'} = \frac{350 + 550}{2} = \boxed{450 \text{ (K)}}$$

$$\boxed{\text{Ответ: } \frac{V_2}{V_1} = \frac{11}{7} ; T' = 450 \text{ (K)}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №5

Дано: $3F_0, F_0,$
 $L=2F_0$
 $D \ll F_0$
 $I \sim P$
 $I_{\text{ток}} \sim P$
 $I_1 = \frac{5}{9} I_0$
 ~~I_2~~
 ~~I_3~~
 D, τ_0



Плоскость, в которой перемещается мишень, является фокальной для линзы L_2 .

Пл.к. свет фокусируется на фотодетекторе, детектор находится в (.)А.

Построим найдем (обозначим) (.)А (ЕС || ВА, чтобы они пересеклись в фокальной плоск. в (.)Е)

$$\triangle ЕСМ \sim \triangle ВАС \quad (\angle ЕСМ = \angle ВАС = 90^\circ, \angle ЕСМ = \angle ВАС \text{ (т.к. } ВА \parallel ЕС)):$$

$$\frac{EM}{MC} = \frac{BC}{x} \quad (1) \quad ; \quad \triangle ZGN \sim \triangle ZEM \sim \triangle ZBC:$$

$$\frac{GN}{NZ} = \frac{EM}{ME} = \frac{BC}{CE} \quad ; \quad \frac{D/2}{3F_0} = \frac{EM}{2F_0} = \frac{BC}{F_0} ;$$

$$EM = \frac{D}{3} \quad ; \quad BC = \frac{D}{6} \quad ;$$

$$\text{Из (1): } \frac{D}{3F_0} = \frac{D}{6x} \quad ; \quad 2x = F_0 \quad ; \quad \boxed{x = \frac{F_0}{2}}$$

② При затенении мишенью части света, до детектора доходит меньше энергии; мощность, а значит и сила тока, уменьшаются.

По условию, интенсивность в сечении пучка всегда одинакова: $\frac{\Delta I}{\Delta S} = \text{const}$ (т.е. на каждой малой частоте ΔS приходится одинаковая энергия в единицу времени).

Поэтому $\frac{I_{0\text{инт}}}{S_0} = \frac{I'_{\text{инт}}}{S'}$, где $I_{0\text{инт}}$ и $I'_{\text{инт}}$ - интенсивности света,

падающего на не закрытую мишенью часть области S_0 и после того как вся мишень освещена,

S_0 и S' - площади сечения светового пучка, не закрытые мишенью.

По усл. $I_{\text{ток}} \sim P$, т.е. $I_{\text{ток}} \sim I_{\text{интенс.}}$, а значит

$$\frac{I'_{\text{инт}}}{I_{0\text{инт}}} = \frac{I_1}{I_0} ; \frac{I_1}{I_0} = \frac{S'}{S_0} = \frac{S_0 - S_{\text{миш}}}{S_0} ; S_{\text{миш}} - \text{площадь мишени};$$

$$\frac{5}{9} = 1 - \frac{S_{\text{миш}}}{S_0} ; \frac{S_{\text{миш}}}{S_0} = \frac{4}{9} ; \frac{\pi D_1^2 \cdot 4}{4 \cdot \pi \cdot EK^2} = \frac{4}{9} ; \text{где } D_1 - \text{диаметр мишени};$$

$$EK = 2EM = 2 \cdot \frac{D}{3} ; \frac{D_1 \cdot 3}{2D} = \frac{2}{3} ; D_1 = \frac{4}{9} D ;$$

Мишень полностью займёт в светлую область за время T_0 . П.к. $v = \text{const}$ - скорость мишени:

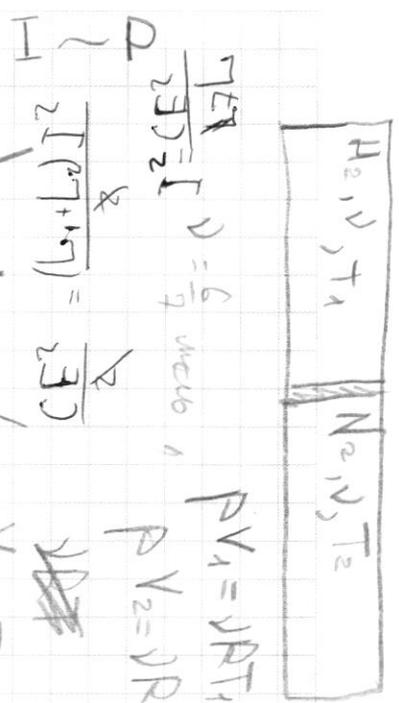
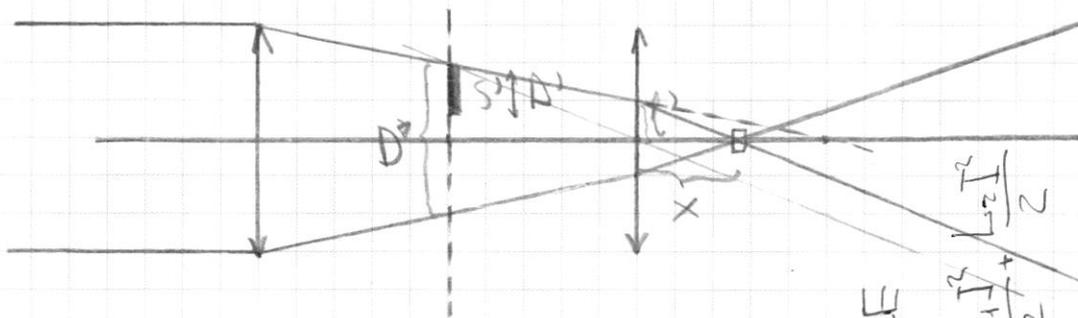
$$D_1 = v \cdot T_0 ; \boxed{v} = \frac{D_1}{T_0} = \frac{4D}{9T_0} ;$$

Полностью освещённой мишенью будет в то же время времени $t_1 - T_0$. За это время мишень пройдёт путь $EK - D_1 = \frac{2}{3}D - \frac{4}{9}D = \frac{2}{9}D$

$$\frac{2}{9}D = v \cdot (t_1 - T_0) ; t_1 - T_0 = \frac{2D \cdot 9T_0}{9 \cdot 4D} = \frac{T_0}{2} ; \boxed{t_1} = T_0 + \frac{T_0}{2} = \boxed{1,5 T_0}$$

$$\boxed{\text{Ответ: } X = \frac{F_0}{2} ; v = \frac{4D}{9T_0} ; t_1 = 1,5 T_0}$$

F_0, D, τ_0



~~I_0~~ ~~I_1~~ $\frac{I_0}{I_1} = \frac{S_0}{S_0 - S}$ $q = CE$

$\frac{\Delta I}{\Delta S} = \text{const}$
 $\frac{I_0}{S_0 - S} = \frac{1886 \text{ A}}{S_0 - S}$

$S' = \frac{\pi D^2}{4}$

$\frac{I_1}{I_0} = \frac{S_0 C}{S_0 - S} = 1 - \frac{S}{S_0} = \frac{5}{9}$

$D' = \nu \tau_0$

$\tau_0 = \frac{D'}{v} = \frac{2D}{3v}$

$I_{\text{max}} = \frac{4}{9} \frac{I_0}{S_0} = \frac{4}{9} \frac{D_1}{D} = \frac{2}{3} \frac{D_1}{D}$

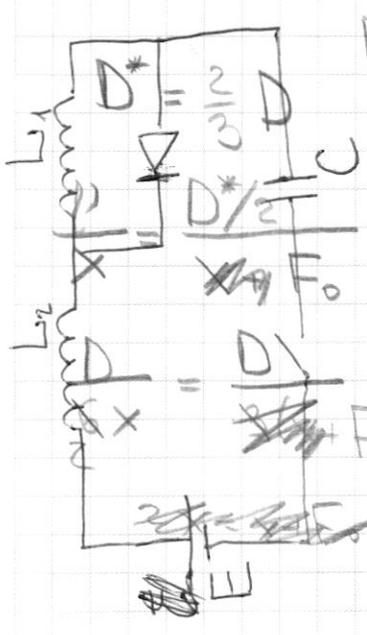
$\frac{\pi D^2}{4\pi D^2} = \left(\frac{D_1}{D}\right)^2$

$D_1 = \frac{2}{3} D$

~~$D - D' = \nu \cdot t_1$~~

$t_1 = \tau_0 = \frac{D}{3v}$

$t_1 = \frac{D}{3v} + \frac{CE^2}{2} = \frac{D}{3v} + \tau_0$



$D = d = \sqrt{7LC + 134C^2}$

$t_1 = \tau_0 = \frac{D}{3v} = \frac{D}{3v_0}$

$v = \frac{24D}{9\tau_0}$

$x = \frac{v_0}{2}$

$CqE^2 = \frac{2D \cdot 9\tau_0}{3 \cdot 40} = \frac{2D \cdot 9\tau_0}{120}$
 $\frac{2}{3} D = \frac{4D}{9} = \frac{2D \cdot \tau_0}{9 \cdot 18}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$Q_{\text{внеш}} = Q_{\text{внут}}$
 $Q_{\text{внеш}} = \Delta U_{H_2} + A_{\text{тр}}$

$\omega_1 \sin \alpha = \omega_2 \sin \beta ; \omega_2 = \omega_1 \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} ;$
 $\omega_2 = 12 \cdot \frac{1.3}{2.1} = 18 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$

$2 E \cdot S = \frac{q}{\epsilon_0}$
 $E = \frac{q}{2 \epsilon_0 S}$

$E_1 = \frac{q}{2 \epsilon_0 S}$
 $E_2 = \frac{q}{2 \epsilon_0 S}$
 $E_3 = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = E_1 \sqrt{2}$

$E = \frac{k \Delta q}{r^2}$
 $E = \sum \frac{k \Delta q}{r^2} = k \sum \frac{\Delta q}{r^2} = k \cdot \sum \frac{\Delta q}{l^2 + x^2} = k \cdot \tau \cdot \sum \frac{1}{l^2 + x^2}$
 $\Delta q = \Delta x \cdot \tau$
 $\tau = \frac{\Delta q}{\Delta x}$

$\tau = \frac{Q}{2l}$
 $\tau = \frac{Q}{2l} = \frac{1.5 \cdot 10^{-8}}{0.1} = 1.5 \cdot 10^{-7} \text{ Кл/м}$
 $E = k \cdot \tau \cdot \sum \frac{1}{l^2 + x^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot 1.5 \cdot 10^{-7} \cdot \sum \frac{1}{0.1^2 + x^2}$
 $E = 1.35 \cdot 10^3 \cdot \sum \frac{1}{0.1^2 + x^2}$
 $E = 1.35 \cdot 10^3 \cdot \frac{1}{0.1^2} = 1.35 \cdot 10^5 \text{ В/м}$

$E_1 = \frac{36}{2 \epsilon_0}$
 $E_2 = \frac{6}{2 \epsilon_0}$
 $E = \sqrt{\frac{36}{2 \epsilon_0} + \frac{6}{2 \epsilon_0}}$

$T_1 = T_2 = T$
 $T_1 = T_2 = \frac{T_1 + T_2}{2} = 450 \text{ К}$

$Q_{\text{внеш}} = \sum P_i \Delta t_i$
 $Q_{\text{внут}} = \sum P_i \Delta t_i$