

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

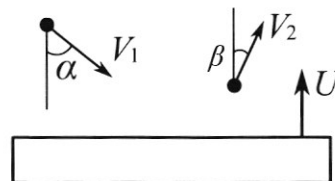
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 6$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.



1) Найти скорость V_2 .

2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

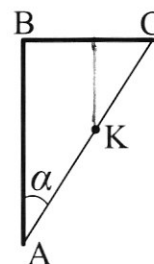
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1 = 330$ К, а неона $T_2 = 440$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

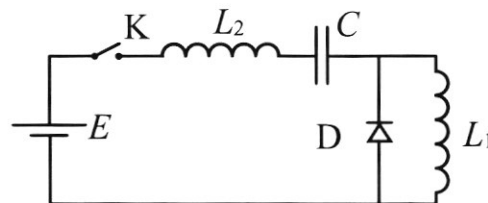
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .

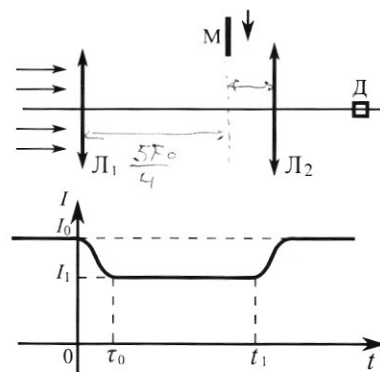


1) Найти период T этих колебаний.

2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .

3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1,5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.



1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.

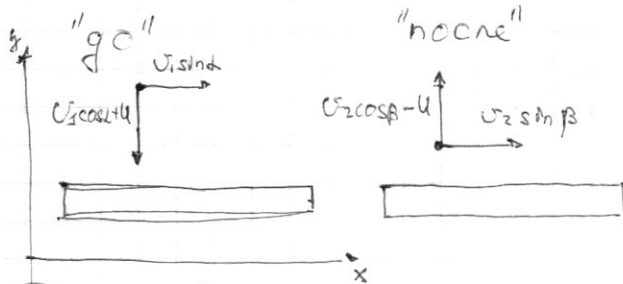
2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N_1
Дано:
 $\sin \alpha = \frac{2}{3}$
 $U_1 = 6 \frac{m}{c}$
 $\sin \beta = \frac{1}{3}$
 $U_2 = ?$
 $u = ?$

Решение:



II) Т.к. вдоль ox не действ. никаких сил, то вправо. на эту ось выполн. Зак. Сохр. Имт.

оx: $mU_1 \sin \alpha = mU_2 \sin \beta$

$$U_2 = U_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \Rightarrow U_2 = 2U_1 = 12 \frac{m}{c}$$

III) $\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$ $\cos \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

Т.к. действие сил тяжести за время удара можно не учитывать, то

ЗСИ: $cy: m(U_2 \cos \beta + U_1 \cos \alpha) = \int_0^{t_{уд}} N dt$ ($t_{уд}$ - время удара)

ЗСЭ: $\frac{mU_1^2}{2} + \frac{MU^2}{2} + \int_0^{t_{уд}} N u dt = \frac{mU_2^2}{2} + \frac{MU^2}{2} + Q$
 m - масса шар, M - масса плиты, Q - потери энергии

~~$u \int_0^{t_{уд}} N dt = \frac{m(U_2^2 - U_1^2)}{2} \Leftrightarrow u = \frac{U_2^2 - U_1^2}{2(U_2 \cos \beta + U_1 \cos \alpha)}$~~

$u \int_0^{t_{уд}} N dt = \frac{m(U_2^2 - U_1^2)}{2} + Q \Rightarrow u \int_0^{t_{уд}} N dt \geq \frac{m(U_2^2 - U_1^2)}{2}$ ($Q \geq 0$)

$u \cdot m(U_2 \cos \beta + U_1 \cos \alpha) \geq \frac{m(U_2^2 - U_1^2)}{2}$

$u \geq \frac{U_2^2 - U_1^2}{2(U_2 \cos \beta + U_1 \cos \alpha)}$

$u \geq \frac{54}{8\sqrt{2} + 2\sqrt{5}} \frac{m}{c} \quad u \geq \frac{27(4\sqrt{2} - \sqrt{5})}{27} \frac{m}{c}$

Ответ: $U_2 = 12 \frac{m}{c}$, $u \geq \frac{54}{8\sqrt{2} + 2\sqrt{5}} \frac{m}{c}$
 $u \geq (4\sqrt{2} - \sqrt{5}) \frac{m}{c}$

N2

Дано:

$$\bar{v} = \frac{6}{25} \text{ моль}$$

$$T_1 = 330 \text{ K}$$

$$T_2 = 440 \text{ K}$$

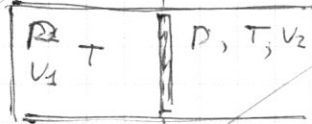
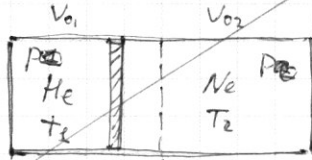
$$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{K}}$$

$$\frac{V_{01}}{V_{02}} = ?$$

$$T = ?$$

$Q_{12} = ?$

Решение:



т.к. в уст-ая состоянии поршень покоится ($\Sigma F = 0$), то давления газов будут одинаковыми!

т.к. поршень вначале не удержит, то p_0 будем считать, что давим газом $\Sigma F = 0$.
 I) p_0 - давление земли и масса вначале
 V_1, V_2 - объемы отсеков в конце

II) По зак. Менделеева-Клапейрона

$$p_0 V_{01} = \bar{\nu} R T_1 \Rightarrow \frac{V_{01}}{V_{02}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{4}$$

$$p V_1 = \bar{\nu} R T \Rightarrow V_1 = V_2$$

III) $V_{01} + V_{02} = V_1 + V_2$
 $p_0 (V_{01} + V_{02}) = p (V_1 + V_2)$

$$\bar{\nu} R (T_1 + T_2) = 2 \bar{\nu} R T$$

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2} = 385 \text{ K}$$

IV) $Q_{12} = A_{12} + \Delta U_1$

A_{12} - работа земли
 $\Delta U_1 = \frac{3}{2} \bar{\nu} R (T - T_1)$

N2

I) т.к. сосуд теплоизолирован, то где любого мом. времени,
 $A_{12} + \Delta U_1 = -(A_{21} + \Delta U_2)$
 A_{12} - работа земли ΔU_1 - изменение энергии земли
 соответственно A_{21} и ΔU_2

При этом $A_{12} = -A_{21} \Rightarrow \Delta U_1 = -\Delta U_2$

т.к. поршень движется медленно, давления по обе стороны почти равны

$$\frac{3}{2} \bar{\nu} R (T_2 + \Delta T_2) = -\frac{3}{2} \bar{\nu} R \Delta T_2$$

$$\Delta T_1 = -\Delta T_2 \quad (1)$$

II) Зак. Менделеева-Клапейрона:

$$p_0 V_{01} = \bar{\nu} R T_1 \Rightarrow \frac{V_{01}}{V_{02}} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{4}$$

$$p_0 V_{02} = \bar{\nu} R T_2$$

$$p V_1 = \bar{\nu} R T$$

$$p V_2 = \bar{\nu} R T$$

p_0, p - давления в массе и в конце
 V_{01}, V_{02} и V_1, V_2 - объемы в массе и в конце

III)

$$V_{01} + V_{02} = V_1 + V_2 \quad (3)$$

$$p_0 (V_{01} + V_{02}) = \bar{\nu} R (T_1 + T_2)$$

$$p (V_1 + V_2) = 2 \bar{\nu} R T$$

исполн. из вып. (2) и (3)

$$p = p_0 \quad (4)$$

из выражения (1):

$$T - T_1 = -(T - T_2) \Rightarrow T = \frac{T_1 + T_2}{2} \quad (2)$$

IV)

$$Q_1 = A_{12} + \Delta U_1 \quad \Delta U_1 = \frac{3}{2} \bar{\nu} R (T - T_1)$$

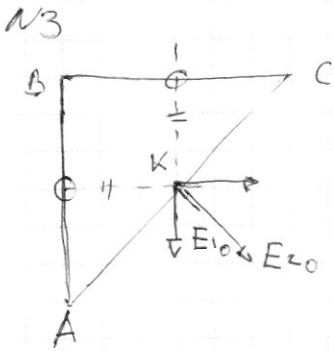
$$A_{12} = p (V_{01} - V_{01}) = \bar{\nu} R (T - T_1)$$

$$Q_1 = \frac{5}{2} \bar{\nu} R (T - T_1)$$

$$Q_1 = 274,23 \text{ Дж}$$

Ответ: $\frac{V_{01}}{V_{02}} = \frac{3}{4}, T = 385 \text{ K}, Q_1 = 274,23$

Учитывая что выражения 2 и 3 справедливы для любого мом времени (4) также справедливо для любого т.е. процесс изобарный

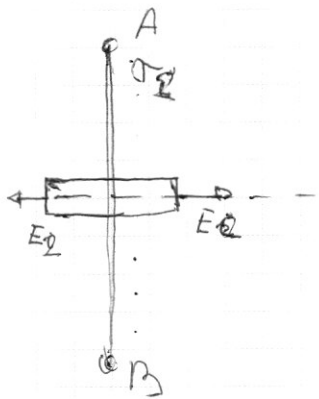


(I) Т.к. пластины бесконечные, а т.к. находится в середине AC (в т. пересечении осей симметрии пластин), то напряженность создаваемая одной из пластин будет перпенд-на ей

(II) Т.к. $\alpha = \frac{\pi}{4}$, то длины $AB = BC$, а расстояния до т.к. одинаковы тогда и напряж-ти создаваемые в т.к. одинаковы т.е.

$$\frac{E_{20}}{E_{10}} = \sqrt{2} = 1,41$$

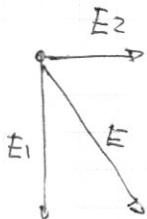
(III) Из соображений симметрии во всех точках лежащих на перпендикуляре, прох-ем через AB (BC) напр-ть напр-ма вдоль перпенд-а (создаваемая данной пласт-ой)



Тогда по теор Гаусса

$$2E_2 \cdot S = \frac{\sigma_2 S}{\epsilon_0}$$

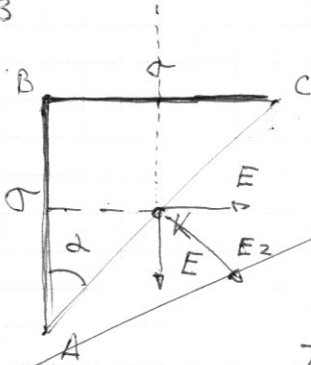
Тогда: $E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \frac{1}{2\epsilon_0} \sqrt{\sigma_2^2 + \sigma_1^2} = \frac{\sqrt{17} \sigma}{2\epsilon_0}$, $E_1 = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0}$ симметрич.



Ответ: $\frac{E_{20}}{E_{10}} = \sqrt{2}$, $E = \frac{\sqrt{17} \sigma}{2\epsilon_0}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3



(I) Напряжённость суммарного поля, создаваемого заряженной с поверхностной плотностью σ пластиной равна

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (1)$$

(II) т.к. $\alpha = \pi/4$, то $AB = BC$ тогда т.к. лежит на пересечении осей симметрии пластин.

т.е. напряжённость, создаваемую прямоугольной пластиной, можно вычисл. по формуле (1)

Тогда:

было — $E = E_1$, стало — $\sqrt{E^2 + E^2} = \sqrt{2}E = E_2$

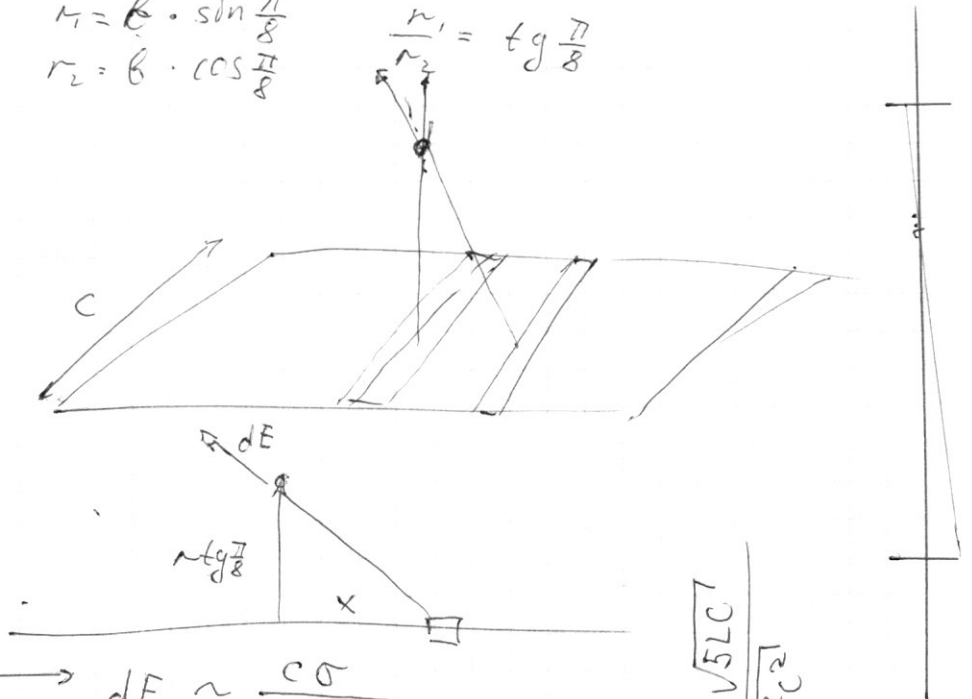
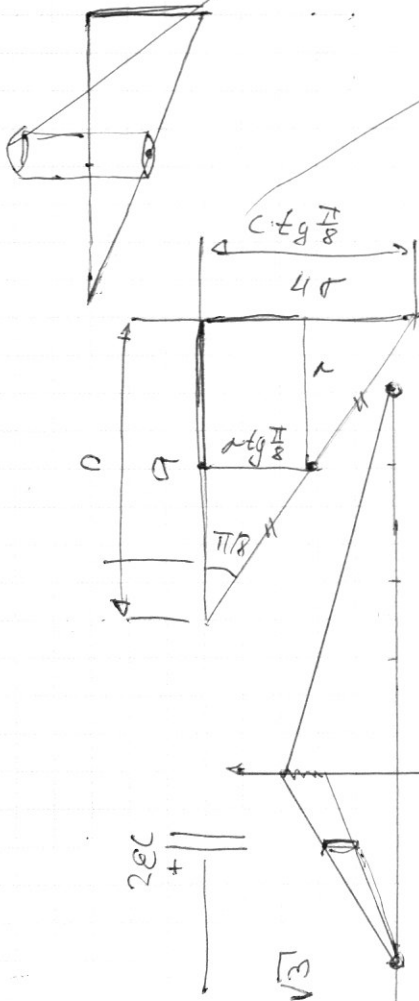
$\frac{E_2}{E_1} = \sqrt{2} \approx 1,4$ — увеличилась напр-ть в т.к.

$$\frac{3}{2} \rho R (T_{24} - T_1) =$$

$$r_1 = \rho \cdot \sin \frac{\pi}{8}$$

$$r_2 = \rho \cdot \cos \frac{\pi}{8}$$

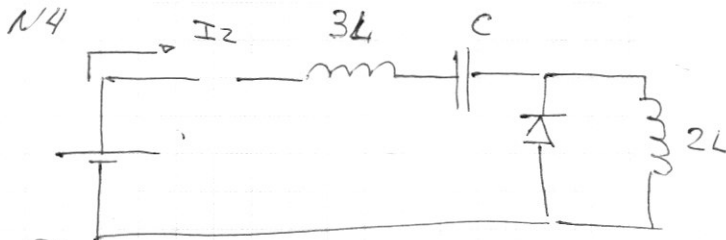
$$\frac{r_1}{r_2} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{8}$$



$$dE \sim \frac{\sigma}{x^2 + x^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{8}}$$

$$\frac{\sqrt{3}LC + \sqrt{5}LC}{\sqrt{15}LC^2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Ⓐ $I_2 < 0$ - диод открыт
катушка L_2 замкнута

$$3LI_2' + \frac{q_0 - q}{C} = -\varepsilon$$

$$2) \ddot{q} + \frac{1}{3LC} (q + \varepsilon C) = 0 \quad (\dot{q} < 0)$$

(q_0 - заряд скопившийся на конденсаторе пока диод был закрыт, изначально \dot{q} будет ≥ 0)

Ⓑ I_{01} через катушку L_1 ток течёт, когда диод открыт. Из фазового портрета

$$\frac{I_{01}}{\omega} = \text{тогда } I_{01} = q_m \cdot \omega$$

$$I_{01} = \varepsilon C \cdot \sqrt{\frac{1}{5LC}}$$

$$I_{01} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{5L}}$$

Ⓒ когда диод ~~закрывается~~ ^{открывается} максимальный ток через катушку L_2

$q_m \omega_2 = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{3L}}$. Когда диод закрыт максимальный ток через катушку L_2 - $\varepsilon \sqrt{\frac{C}{5L}}$
т.к. $\varepsilon \sqrt{\frac{C}{3L}} > \varepsilon \sqrt{\frac{C}{5L}}$, то $I_{02} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{3L}}$

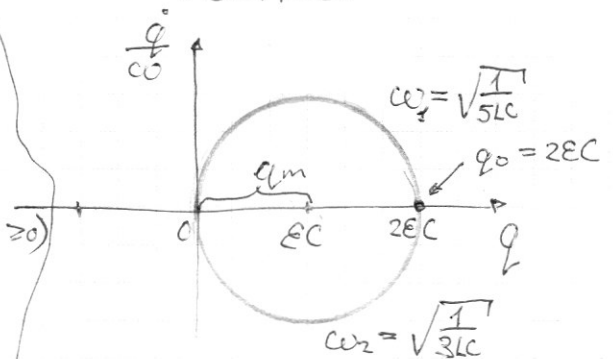
Ⓐ $I_2 \geq 0$ - диод закрыт

$$5LI_2' + \frac{q}{C} = \varepsilon$$

$$5L\ddot{q} + \frac{q}{C} = \varepsilon$$

$$4) \ddot{q} + \frac{1}{5LC} (q - \varepsilon C) = 0 \quad (\dot{q} \geq 0)$$

Ⓒ Построим фазовый портрет



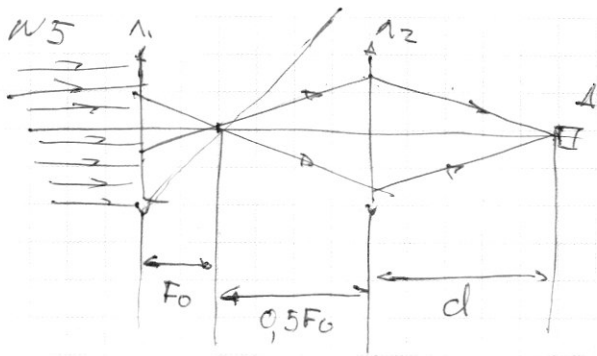
$$T = t_1 + t_2 = \frac{\pi}{\omega_1} + \frac{\pi}{\omega_2} =$$

$$= \pi \left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{\omega_1 \omega_2} \right) =$$

$$= \pi \frac{\sqrt{\frac{1}{5LC}} + \sqrt{\frac{1}{3LC}}}{\sqrt{\frac{1}{15L^2C^2}}} =$$

$$= \pi (\sqrt{3} + \sqrt{5}) \sqrt{LC}$$

Ответ: $T = \pi (\sqrt{3} + \sqrt{5}) \sqrt{LC}$, $I_{01} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{5L}}$, $I_{02} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{3L}}$

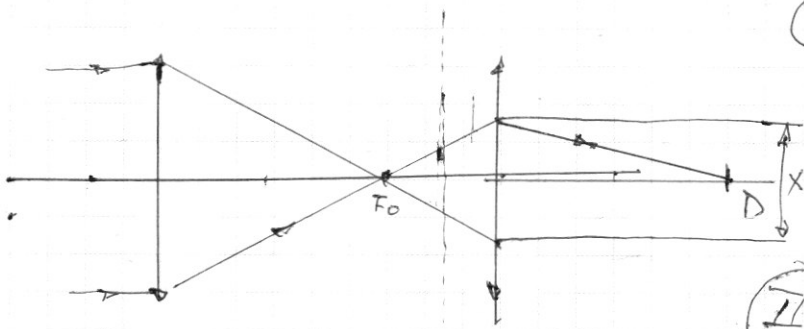


I) Т.к. лучи фокусируются в фотопленке,

$$t_0 \quad \frac{1}{1,5F_0 - F_0} + \frac{1}{d} = \frac{3}{F_0}$$

$$\frac{1}{d} = \frac{3}{F_0} - \frac{2}{F_0}$$

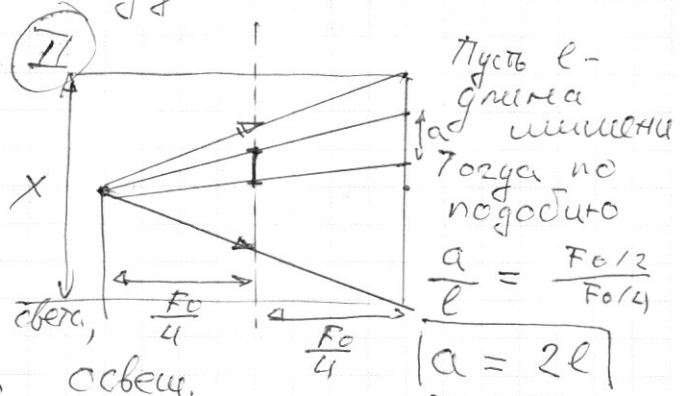
$$\frac{1}{d} = \frac{1}{F_0} \Rightarrow \boxed{d = F_0}$$



I) Лучи падающие на Λ_2 образуют конус, когда диафрагма полностью будет дв-ся в этом конусе т.к. будет постоянной.

Из подобия

$$\frac{x}{D} = \frac{F_0/2}{F_0} \Rightarrow x = \frac{D}{2}$$



Пусть l - длина диафрагмы
Тогда по подобию

$$\frac{a}{l} = \frac{F_0/2}{F_0/4}$$

$$\boxed{a = 2l}$$

III) Т.к. так пропорциональна мощности падающего света, тогда $I \sim S$, S - площадь освещ. части Λ_2

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{x^2}{x^2 - a^2} \Rightarrow x^2 - a^2 = \frac{8}{9} x^2$$

$$a^2 = \frac{1}{9} x^2 \Rightarrow a = \frac{x}{3} \Rightarrow l = \frac{x}{6}$$

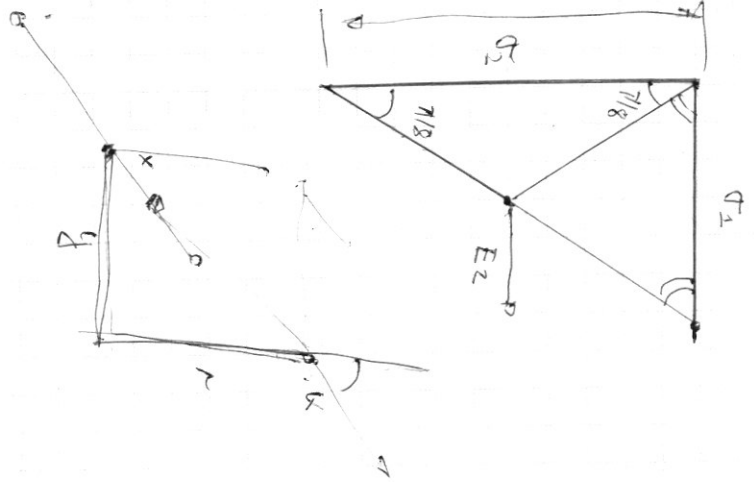
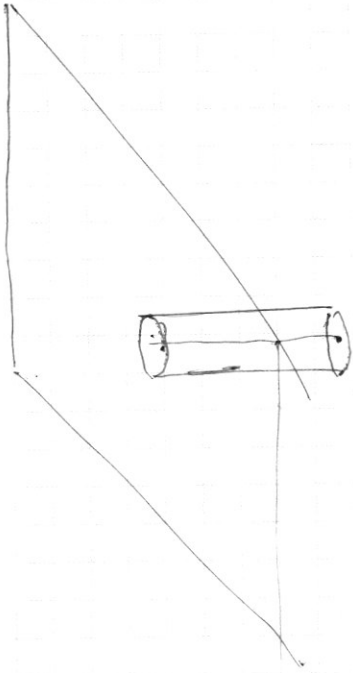
IV) Врем t_0 - момент времени, когда диафрагма полностью оказалась в конусе, т.е.

Из подобия: $vt_0 = l \Rightarrow v = \frac{x}{6t_0} = \frac{D}{12t_0}$

$$\frac{v(t_1 - t_0)}{x} = \frac{F_0/4}{F_0/2} \Rightarrow v(t_1 - t_0) = \frac{x}{2}$$

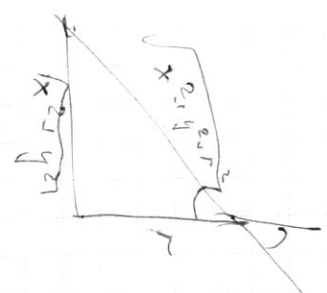
$$t_1 = t_0 + \frac{D}{4v} = 4t_0$$

Ответ: $d = F_0$, $v = \frac{D}{12t_0}$, $t_1 = 4t_0$.



$$dE = \frac{K \sigma dx dy \cdot r}{(x^2 + y^2 + r^2)^{3/2}}$$

$$E = 2 \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} \frac{K \sigma r dx dy}{(x^2 + y^2 + r^2)^{3/2}}$$



$$\frac{0,25}{30} = \frac{1}{120}$$

$$\begin{array}{r} 1,4 \\ 1,4 \\ \hline 5,6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2,7 \\ \times 2,7 \\ \hline 189 \\ 54 \end{array}$$

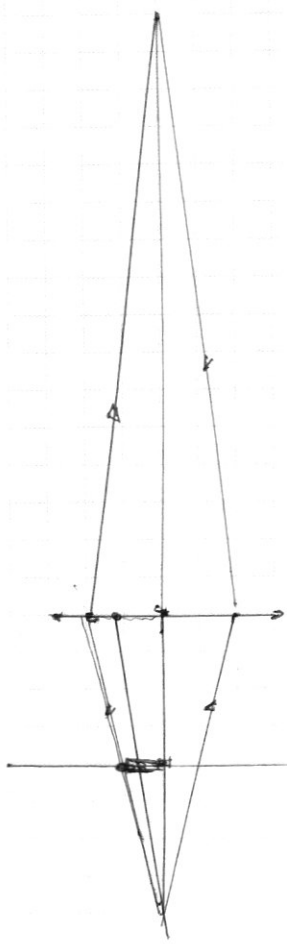
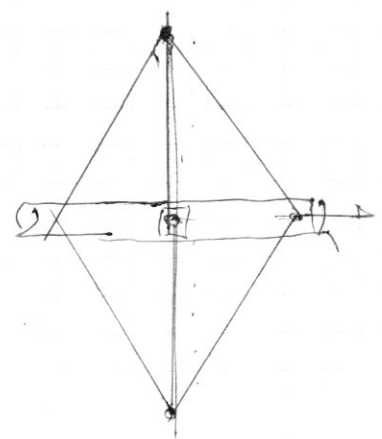
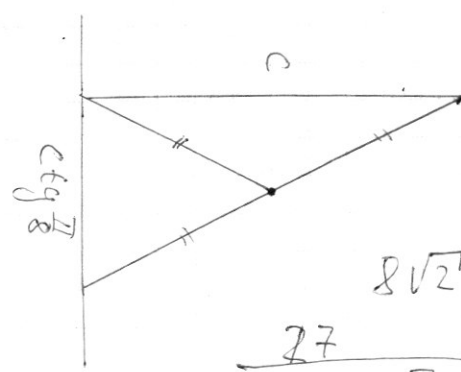
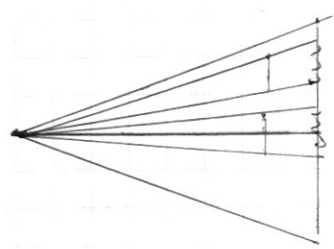


Рис 6

$$8\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$$

$$\frac{27}{4\sqrt{21} + \sqrt{5}}$$

$$16 \cdot 2 - 5$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$2\sqrt{a^2 + 2b^2} = \frac{2\epsilon_0}{\rho}$
 $\rho = ka^2$
 $x = kab$
 $\rho_2 + x = \frac{\epsilon_0}{\rho}$

$\frac{2\epsilon_0}{\rho}$
 $F = \frac{\epsilon\epsilon_0}{d}$
 $F_n = \frac{\epsilon\epsilon_0}{\rho d}$

$F_n \cdot 5\rho = \rho \cdot \rho = F_n$

F_n

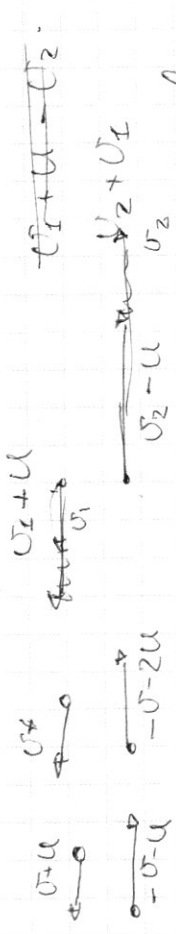
$\frac{\epsilon_0}{5\rho} = 2F$

$V_1 \cos \alpha = \frac{400}{\sqrt{2}} \cos$
 $V_2 \cos$
 $\int \Delta t = m(V_1 \cos \alpha + V_2 \cos \beta)$

$\frac{mV^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} + Q$
 $V_1 \cos \alpha = 2\sqrt{5} \quad 2 \times \sqrt{5} < 3$
 $V_2 \cos \beta = 8\sqrt{2}$

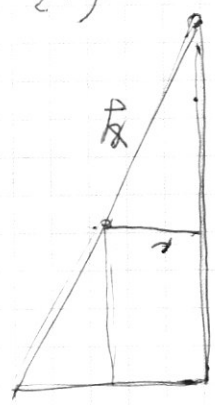
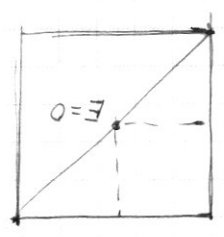
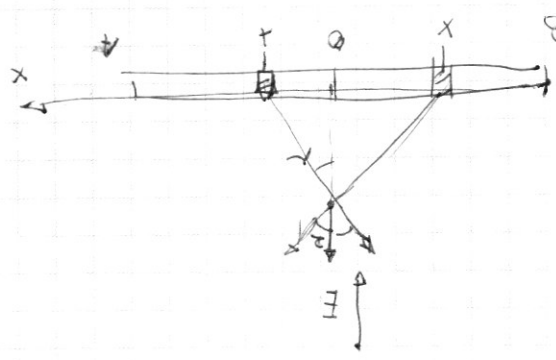
$T - T_1 = T_2 - T$
 $5.8 \cdot 8.31 \cdot 55$
 2258

$8.31 \cdot 55 = 457.05$
 $5.8 \cdot 457.05 = 2650.89$
 $2650.89 + 2258 = 4908.88$

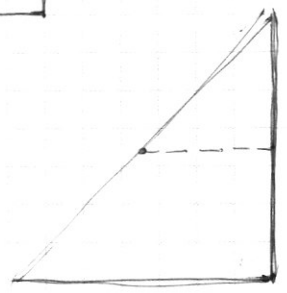
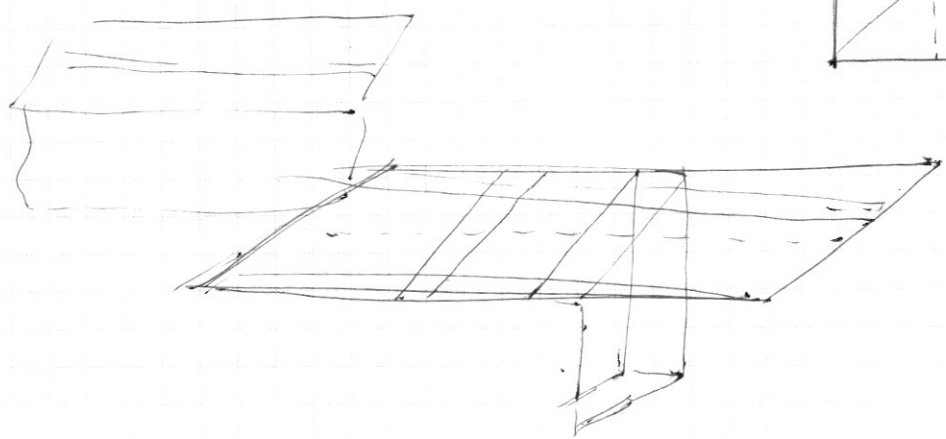
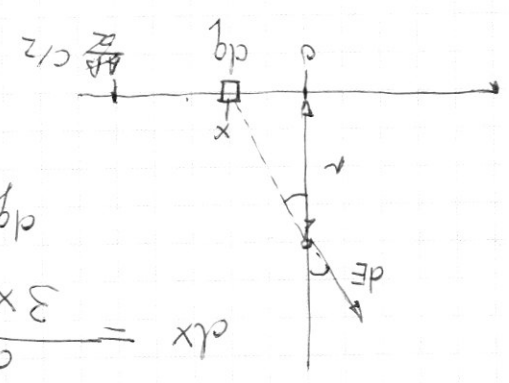


$\int_{AB} \frac{dx}{(x^2 + 2)^{3/2}}$

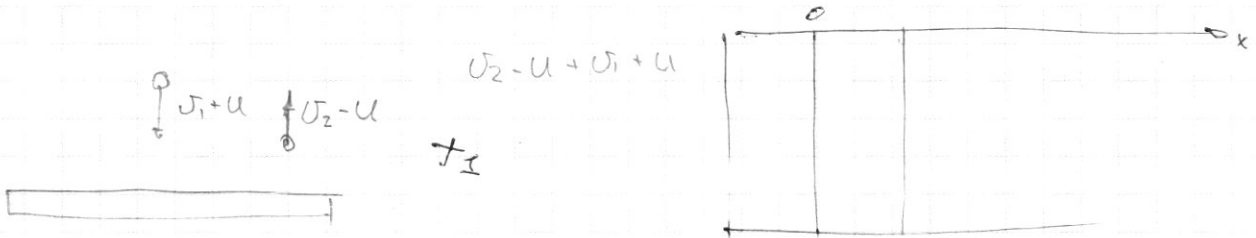
$F_{AB} = 2 \sqrt{2} K \sqrt{5} r$
 $dF = \frac{K \sigma^2 \sigma \cdot dx}{\sqrt{x^2 + 2}}$



$\frac{Kq \sigma^2 \sqrt{x^2 + 2}}{x^2} \cdot dx = dF$
 $\frac{dx}{dz} = \frac{2}{3} \sqrt{x^2 + 2} \cdot 2x$
 $dx = \frac{2x \sqrt{x^2 + 2}}{3} dz$
 $dF = \frac{2x \sqrt{x^2 + 2}}{3} \cdot \frac{Kq \sigma^2 \sqrt{x^2 + 2}}{x^2} \cdot \frac{2x \sqrt{x^2 + 2}}{3} dz$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$p_0 V_{01} = \nu R T_1$$

$$p_0 V_{02} = \nu R T_2$$

$$pV = \nu RT$$

$$pV = \nu RT$$

$$\begin{array}{r} -770 \\ 6 \\ \hline -17 \\ 18 \\ \hline -10 \end{array} \bigg| \begin{array}{r} 2 \\ 385 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10,16 \\ 440 \\ \hline -385 \\ \hline 55 \end{array}$$

$$2V = V_{01} + V_{02}$$

$$2pV$$

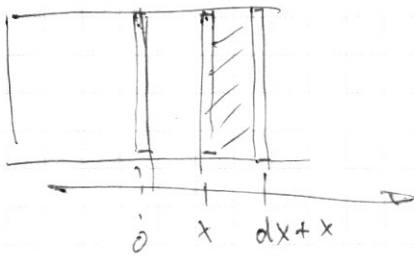
$$Q_1 = A_1 + \Delta U$$

$$\frac{3}{2} \nu R (T - T_1)$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R (T - T_1)$$

$$A_1 =$$

$$\int N \cdot dt$$



$$\delta A_1 = p(x) \cdot S dx$$

$$p_1 (V_{01} + xS) = \nu R (T_1(x) + dT_1)$$

$$p_2 (V_{02} - xS) = \nu R (T_2(x) - dT_2)$$

$$p_3 (V_{01} + V_{02}) = \nu R (T_1 + T_2)$$

$$\frac{mU^2}{2} + \int N \cdot U \cdot dt = \frac{mU^2}{2} + Q$$

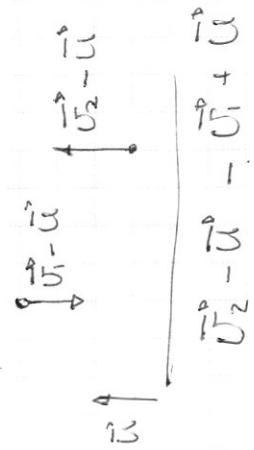
$$\delta A_1 = -\delta A_2$$

$$p_1 (V_{01} + xS) = \nu R T_{1x}$$

$$p_2 (V_{02} - xS) = \nu R T_{2x}$$

$$\delta A = \frac{\nu R T_{2x} \cdot S dx}{V_{01} + xS}$$

$$p_1 (V_{01} + xS) = \nu R$$



$$\frac{12}{3} \cdot m (\nu_1 \cos \alpha + \nu_2 \cos \beta)$$

$$\frac{54}{8\sqrt{2}} + 2\sqrt{5}$$