

# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

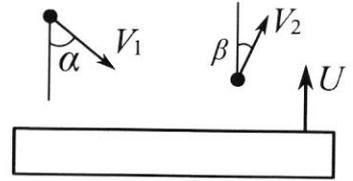
Класс 11

Вариант 11-03

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью  $U$  вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость  $V_1 = 12$  м/с, направленную под углом  $\alpha$  ( $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ ) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью  $V_2$ , составляющей угол  $\beta$  ( $\sin \beta = \frac{1}{3}$ ) с вертикалью.

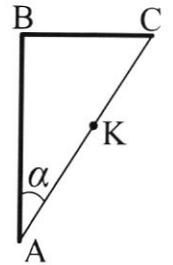


- 1) Найти скорость  $V_2$ .
  - 2) Найти возможные значения скорости плиты  $U$  при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится водород, во втором – азот, каждый газ в количестве  $\nu = 6/7$  моль. Начальная температура водорода  $T_1 = 350$  К, а азота  $T_2 = 550$  К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме  $C_V = 5R/2$ .  $R = 8,31$  Дж/(моль·К).

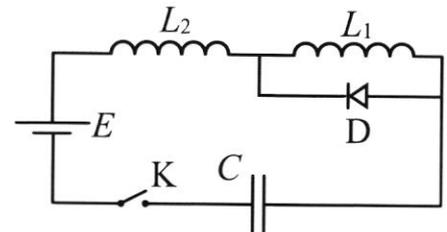
- 1) Найти отношение начальных объемов водорода и азота.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал азот водороду?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



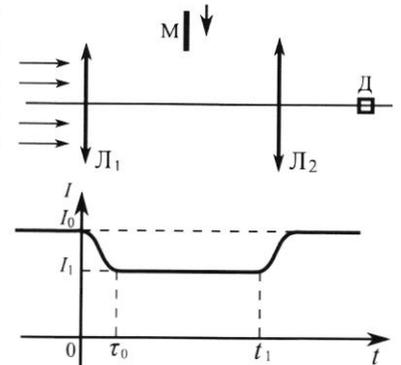
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол  $\alpha = \pi/4$ . Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда  $\sigma_1 = 3\sigma$ ,  $\sigma_2 = \sigma$ , соответственно. Угол  $\alpha = \pi/5$ . Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС  $E$ , катушек с индуктивностями  $L_1 = 4L$ ,  $L_2 = 3L$ , конденсатора емкостью  $C$ , диода D (см. рис.). Ключ  $K$  разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в  $L_1$ .



- 1) Найти период  $T$  этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток  $I_{M1}$ , текущий через катушку  $L_1$ .
- 3) Найти максимальный ток  $I_{M2}$ , текущий через катушку  $L_2$ .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз  $L_1$  и  $L_2$  (см. рис.) с фокусными расстояниями  $3F_0$  и  $F_0$ , соответственно. Расстояние между линзами  $2F_0$ . Диаметры линз одинаковы и равны  $D$ , причем  $D$  значительно меньше  $F_0$ . На линзу  $L_1$  падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии  $F_0$  от  $L_1$ . На рисунке показана зависимость тока  $I$  фотодетектора от времени  $t$  (секундомер включен в момент начала уменьшения тока).  $I_1 = 5I_0/9$ .



- 1) Найти расстояние между линзой  $L_2$  и фотодетектором.
- 2) Определить скорость  $V$  движения мишени. 3) Определить  $t_1$ .

Известными считать величины  $F_0$ ,  $D$ ,  $\tau_0$ .

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1 Дано:

$$\sin \alpha = \frac{1}{2}$$

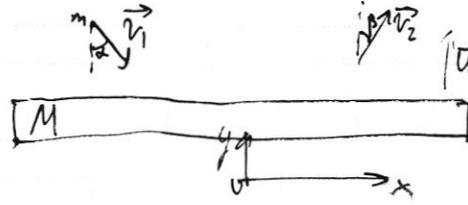
$$\sin \beta = \frac{1}{3}$$

$$v_1 = 12 \frac{m}{c}$$

$$v_2 = ?$$

$$u = ?$$

Решение:



ЗСИ - закон  
сохранения  
импульса

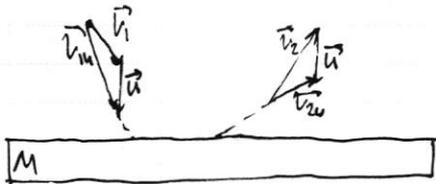
ЗСЭ - закон сохранения  
энергии

Т.к. поверхность плиты гладкая, то силы трения нет, и  
ЗСИ на оси  $x$  выглядит так:

$$m v_1 \sin \alpha = m v_2 \sin \beta \quad \text{где } m - \text{масса шарика.}$$

$$\text{Тогда } v_2 = \frac{v_1 \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{12 \frac{m}{c} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = 18 \frac{m}{c}$$

Перейдём в СО, движущаяся которая движется влево со скоростью  $u$ .



Т.к.  $M \gg m$ , то после удара скорость  
плиты практически не изменится  
Тогда ситуация упрощается до прямого

неупругого  
столкновения

от стены:

ЗСИ ЗСЭ:

$$\frac{m v_{1x}^2}{2} \geq \frac{m v_{2x}^2}{2} \Leftrightarrow \frac{m (v_{1x}^2 + v_{1y}^2)}{2} \geq v_{2x}^2 + v_{2y}^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (v_1 \sin \alpha)^2 + (v_1 \cos \alpha + u)^2 \geq (v_2 \cos \beta - u)^2 + (v_2 \sin \beta)^2 \Leftrightarrow v_1 \cos \alpha + u \geq v_2 \cos \beta - u \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow u \geq \frac{v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha}{2}$$

Также заметим, что  $v_{2y}$  не может быть отрицательным, т.е.

$$v_2 \cos \beta - u \geq 0 \Leftrightarrow u \leq v_2 \cos \beta \quad \text{Т.к. } \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ и } \cos \beta = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\text{То } \frac{18 \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} - 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} \leq u \leq 18 \frac{m}{c} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow (6\sqrt{2} - 3\sqrt{3}) \frac{m}{c} \leq u \leq 12\sqrt{2} \frac{m}{c}$$

$$\text{Ответ: } v_2 = 18 \frac{m}{c}, \quad u \in [6\sqrt{2} - 3\sqrt{3}; 12\sqrt{2}] \frac{m}{c}$$

№2 Дано:

$$V = \frac{6}{7} \text{ моль}$$

$$T_1 = 350 \text{ K}$$

$$T_2 = 550 \text{ K}$$

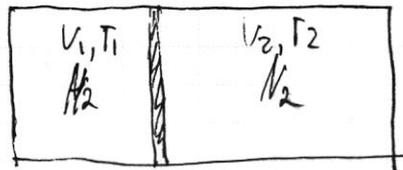
$$C_V = \frac{5R}{2}, \quad R = 8.31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = ?$$

$$T_K = ?$$

$$Q_{21} = ?$$

Решение:



Т.к. поршень движется медленно и

без трения, то в любой момент времени  $p_1 = p_2 = p = \text{const}$ . Тогда: ур. Менделеева-Клапейрона для каждого из газов:

$$N_1: pV_1 = \nu RT_1 \quad (1), \quad N_2: pV_2 = \nu RT_2 \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)}: \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{350 \text{ K}}{550 \text{ K}} = \frac{7}{11}$$

Пусть  $V_1 = 7V_0$ , тогда  $V_2 = 11V_0$

Т.к. сосуд теплоизолирован ( $Q = 0$ ) и никакой работы над ним не совершается, то по 2 закону термодинамики  $\Delta Q_{внут} = 0$ :

$$\frac{5}{2} R \cdot \nu \cdot \Delta T_1 + \frac{5}{2} R \cdot \nu \cdot \Delta T_2 = 0 \Leftrightarrow \Delta T_1 = -\Delta T_2$$

Заметим, что  $T_K = T_1 + \Delta T_1 = T_2 + \Delta T_2$

$$T_1 + \Delta T_1 = T_2 \Leftrightarrow \Delta T_1 = \frac{T_2 - T_1}{2} = \frac{550 \text{ K} - 350 \text{ K}}{2} = 100 \text{ K}$$

и соответственно,  $T_K = T_1 + \Delta T_1 = 350 \text{ K} + 100 \text{ K} = 450 \text{ K}$ .

Найдем конечный объем  $N_2$ :  $pV_{K2} = \nu RT_{K2}$   $\frac{V_{K1}}{V_1} = \frac{T_K}{T_1} = \frac{9}{7} \Leftrightarrow$

$\Rightarrow V_{K1} = 9V_0$ . Тогда запишем второе начало термодинамики для  $N_2$ :  $Q_2 = A' + \Delta U = p \cdot (V_{K1} - V_1) + \frac{5}{2} R \nu \Delta T_1 = pV_{K1} - pV_1 + \frac{5}{2} \nu R \Delta T_1$

$$= \nu RT_K - \nu RT_1 + \frac{5}{2} \nu R \Delta T_1 = \nu R (T_K - T_1 + \frac{5}{2} \Delta T_1) = \frac{7}{2} \nu R \Delta T_1 = \frac{7}{2} \cdot 6 \text{ моль} \cdot 8.31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

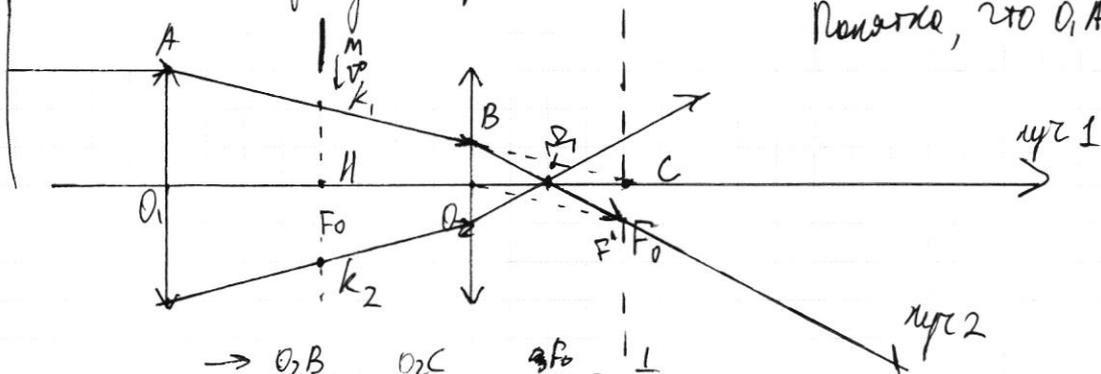
$$= 100 \text{ K} = 831 \cdot 3 \cdot 2 = 2493 \text{ Дж}$$

$$\text{Ответ: } \frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{11}, \quad T_K = 450 \text{ K}, \quad Q_{21} = 2493 \text{ Дж}$$

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**

№ дано:  
 $I_1 = 5 \text{ Дж/с}$   
 $F_0, D, t_0$   
 $A_1, A_2, A_2 = R?$   
 $v = ?$   
 $t_1 = ?$

Решение: Построим хорду двух лучей; продолжим ее через оптический центр линзы и продолжим через край первой линзы. Эта точка пересечения — это и есть положение фотодетектора.



Помните, что  $O_1 A = \frac{D}{2}$ .

$\triangle A O_1 C \sim \triangle B O_2 C \rightarrow \frac{O_2 B}{A O_1} = \frac{O_2 C}{O_1 C} = \frac{3 F_0}{3 F_0} = \frac{1}{3}$   
 $\triangle A O_1 C \sim \triangle K_1 O_1 C \rightarrow k_{11} = \frac{2}{3} O A$

По правилу построения хорды луча, получаем параллелограмм  $B F' O_2$ , где  $B F'$  — искомым хорду луча. Т.к.  $O_2 C$  — тоже диагональ, то точка  $R$  дает диагональ параллелограмма, т.е.  $O_2 R = \frac{F_0}{2}$  — искомым расстоянием.

Мощность светового потока прямо пропорциональна площади, через которую лучи проходят. Когда  $I \rightarrow I_1 = \frac{5}{9} I_0$ , то до  $R$  доходит всего  $\frac{5}{9}$  от всего света. Значит,  $\frac{4}{9}$  площади светового луча занимает мишень.

Общая площадь:  $\pi \cdot k_{11}^2 = \pi \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 = \frac{\pi D^2}{9}$   
 Пусть радиус мишени равен  $r$ :  $\pi r^2 = \frac{4}{9} \cdot \frac{\pi D^2}{9} \Rightarrow r = \frac{2}{9} D \Rightarrow d = \frac{4}{9} D$

На отрезке  $[0; t_0]$  мишень только касается края в световой поток. Только при  $t = t_0$  она полностью в нем. Значит,  $v t_0 = d \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow v = \frac{d}{t_0} = \frac{4 D}{9 t_0}$

Тогда за время  $t_1$  мишень пройдет путь в  $\frac{2}{3} D \Leftrightarrow t_1 = \frac{\frac{2}{3} D}{\frac{4 D}{9 t_0}} = \frac{3}{2} t_0$   
 Ответ:  $O_2 R = \frac{F_0}{2}$ ,  $v = \frac{4 D}{9 t_0}$ ,  $t_1 = \frac{3}{2} t_0$

№3 Дано:

$\sigma_1 = 3\sigma$   
 $\sigma_2 = \sigma$   
 $\alpha = \frac{\pi}{5}$

а)  $\frac{E}{E_0} = ?$

б)  $E = ?$

Решение:

Для расчета - общие рассуждения:

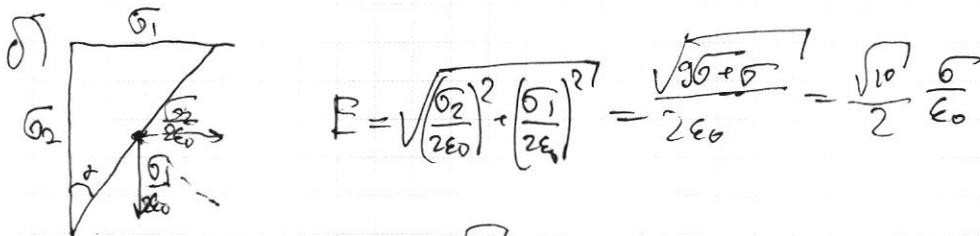
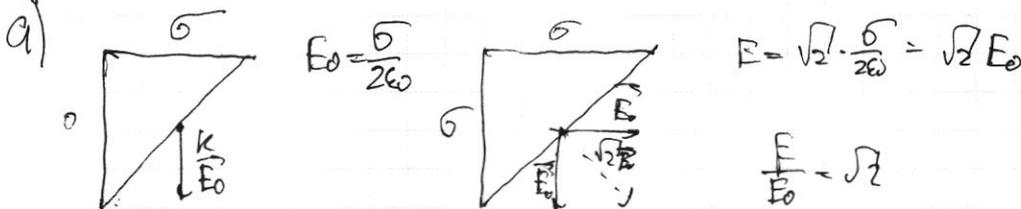
а) Можно просто рассчитать  $\vec{E}$  от каждой пластины и по принципу суперпозиции сложить эти поля.

Т.к.  $K$  перпендикулярна на оси симметрии обеих пластин

то можно воспользоваться тем полем от каждой пластины направленное перпендикулярно ей (по направлению симметрии).

Тогда можно воспользоваться формулой для поля бесконечной пластины:  $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ . Задача сводится к

равнодействующим вычислениям:



Ответ:  $\frac{E}{E_0} = \sqrt{2}$ ,  $E = \frac{\sqrt{10}}{2} \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

№4 Дано:

$L_1 = 9L$

$L_2 = 3L$

$C, \epsilon$

$T = ?$

$I_{m1} = ?$

$I_{m2} = ?$

Решение: Период колебаний тока в  $L_1$  ветви не что иное, как период колебания всей системы.

(при токе по часовой стрелке  $I_1 = I_2 = I$ , в обратном направлении ток идет по дуге, так что  $I_1 = 0$ )

$T = T_1 + T_2$ , где  $T_1$  - половина периода колебания контура:  $L_1$   $L_2$

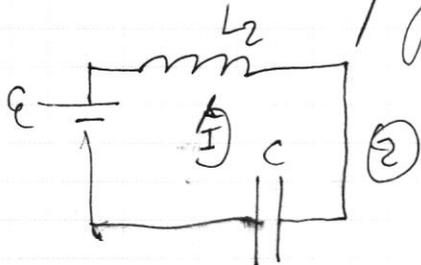


(дуга закрыта, но ток только по часовой, поэтому пол периода)

$T_1 = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \sqrt{(L_1 + L_2)C} = \pi \sqrt{7CL}$

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5 А  $T_2$  - половина периода колебаний только конденсатора:



(так в другую сторону).

$$T_2 = \frac{1}{2} \cdot 2\pi \sqrt{CL_2} = \pi \sqrt{3CL}$$

Тогда  $T = T_1 + T_2 = \pi \sqrt{LC} (\sqrt{7} + \sqrt{3})$

Рассмотрим первую скважу: (самое начало)  
2 правило Кирхгофа:  $E = L_2 I_1' + L_1 I_1' + U_C$   
При  $I_1 = I_{m1}$ ,  $I_1' = 0$  и  $U_C = E$



Тогда  $Q_C = E \cdot C = CE$

Общая энергия системы:  $W = \frac{L_2 I_{m1}^2}{2} + \frac{L_1 I_{m1}^2}{2} + \frac{CE^2}{2}$  Начальная энергия  $W_0$

равна 0. Тогда  $W - W_0 = A_{ист} = \int_{0}^{Q_C} q_C \cdot E = CE^2$

$$\left(\frac{L_1 + L_2}{2}\right) I_{m1}^2 = \frac{CE^2}{2}$$

$$I_{m1} = E \cdot \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}} = E \cdot \sqrt{\frac{C}{7L}}$$

Аналогичными рассуждениями для скважи 2:

$$I_{m2} = E \cdot \sqrt{\frac{C}{L_2}} = E \sqrt{\frac{C}{3L}}$$

Заметим, что  $I_{m2} > I_{m1}$

Ответ:  $T = \pi \sqrt{LC} (\sqrt{7} + \sqrt{3})$

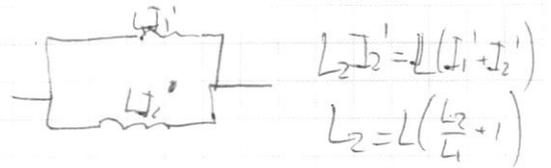
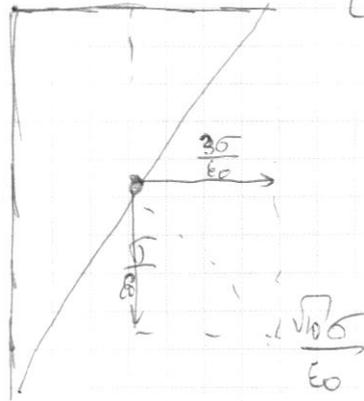
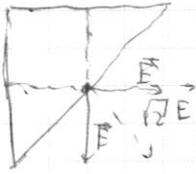
$$I_{m1} = E \sqrt{\frac{C}{7L}}$$

$$I_{m2} = E \sqrt{\frac{C}{3L}}$$



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)



$$L_2 I_2' = L(I_1' + I_2')$$

$$L_2 = L \left( \frac{L_2}{L} + 1 \right)$$

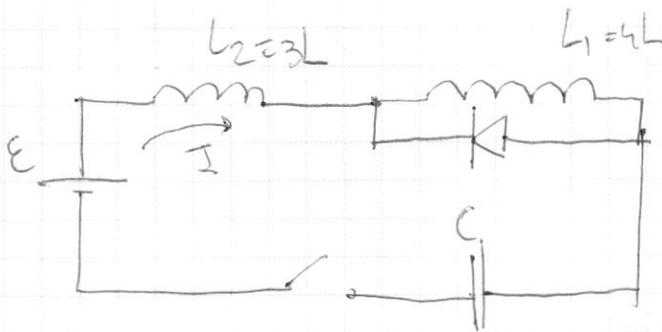
$$L_1 I_1' = L_2 I_2' = L I'$$

$$I' = I_1' = I_2'$$

$$L = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$$

$$m v_{iy}' \approx M U_y' - m l_2 g$$

$$v_{iy}' + v_{iy}' \approx 0$$



$$v_1 \cos \alpha + U = v_2 \cos \beta - U$$

$$v_2 = \frac{v_1 \cos \alpha + 2U}{\cos \beta} = 12 \frac{4}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} +$$

$$v_{iy} = v_1 \cos \alpha = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$$

$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$$

$$v_2 = \frac{v_1 \sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{12 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = 6 \cdot 3 = 18 \text{ м}$$

$$v_{iy} = v_2 \cos \beta = 18 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = 12\sqrt{2}$$



$$v_{iy} + U \geq v_{iy} - U$$

$$2U \geq v_{iy} - v_{iy}$$

$$U \geq \frac{v_{iy} - v_{iy}}{2}$$

$$U \geq \frac{12\sqrt{2} - 6\sqrt{3}}{2}$$

$$U \geq 6\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$p_1 = p_2$$

$V_1$	$V_2$
3л	1л

$$p_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$p_2 V_2 = \nu R T_2$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{1}$$

$$p_1' = \nu R T$$

$$p_2' = \nu R T$$

$$V_1 = 3V_0$$

$$V_2 = 1V_0$$

и

$$V_1' = V_2' = 9V_0$$

$$\Delta U = 0: \frac{5}{2} R \nu \Delta T_1 + \frac{5}{2} R \nu \Delta T_2 = 0$$

$$\Delta T_1 = -\Delta T_2$$

$$T_1 + \Delta T_1 = T_2 + \Delta T_2$$

$$T_1 + 2\Delta T_1 = T_2$$

$$\Delta T_1 = \frac{T_2 - T_1}{2} = \frac{200\text{K}}{2} = 100\text{K}$$

$$T_k = 450\text{K}$$

$$p = \text{const}$$

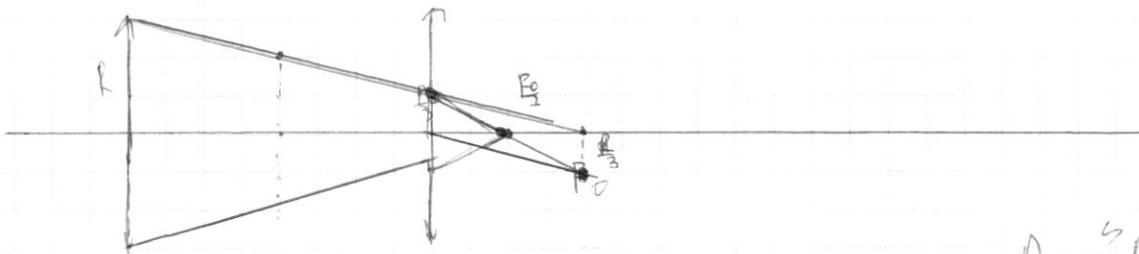
$$Q = p \cdot 2V_0 + \frac{5}{2} \nu R \Delta T_1 = \frac{2\nu R T_1}{7} + \frac{5}{2} \nu R \Delta T_1 = \nu R \left( \frac{2T_1}{7} + \frac{5}{2} \Delta T_1 \right) =$$

$$= \frac{6}{7} \cdot 8.31 \left( \frac{2 \cdot 350}{7} + \frac{5}{2} \cdot 100 \right) = \frac{6}{7} \cdot 8.31 \cdot 350 = 300 \cdot 8.31 =$$

$$= 2493 \text{ Дж}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Замр  $\frac{4}{3}$  мощности



Если  $\frac{4}{3} D$ , то  $V = \frac{4}{9\pi\omega}$

$P_z = \frac{4}{9} P_0$

Key reason

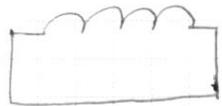
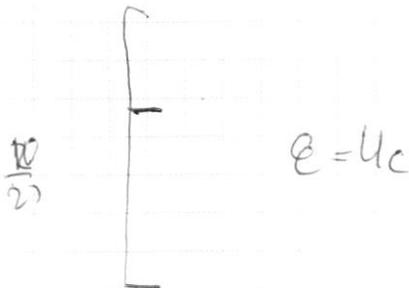
$\frac{\frac{2}{3} D}{\frac{4}{3\pi\omega}}$

$L_1 I'' + L_2 I'' =$   
 $= L I''$   
 $L =$

$\frac{8}{27} D = \mathcal{U}$

$\frac{4}{9} = \frac{2}{3} D = \frac{8}{27} D$

$\mathcal{U} = \frac{8P}{27\pi\omega}$



$t_{10} = \frac{\frac{10}{27} D}{V} = \frac{10}{8} \tau_0 = \frac{5}{4} \tau_0$

$L = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} = L_1 \parallel L_2$   
 $\Rightarrow L$

$t_1 = \frac{9}{4} \tau_0$

$\mathcal{E} = L I'' + U_c$

$L q'' = \mathcal{E} - \frac{q}{C}$

$T = 2\pi \sqrt{7LC}$

$\mathcal{E} = L_2 I'' + L_1 I'' + U_c$

$\frac{c\mathcal{E}^2}{2}$



$q_m = 0$

при  $\mathcal{E} - L I'' = 0$

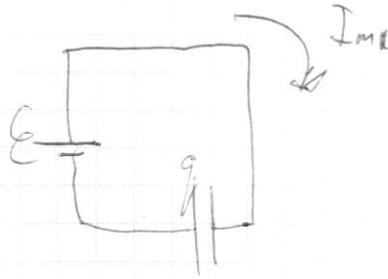
$I'' = \frac{L}{\mathcal{E}}$

$I_m: I'' = 0$

$q = \frac{\mathcal{E}}{c} C \mathcal{E}$

$$W = \frac{L_2 I_{m1}^2}{2} + \frac{C E^2}{2}$$

$$q = CE$$



$$W = \frac{L_1 + L_2}{2} I_0^2$$

$$E = L_2 I' + L_1 I' \Rightarrow I' = \frac{E}{L_1 + L_2}$$

Рассчитаем:  $\Phi = 0.5 \pi \sqrt{3LC}$   
 обратное:  $\pi \sqrt{3LC}$   
 Ускорение:  $\pi \sqrt{LC} (\sqrt{7} + \sqrt{3})$

$$E = L_2 I' + U_C$$

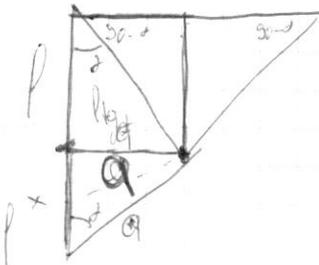
$$\frac{q_{m1}^2}{2C} = L_1 + L_2$$

$$\frac{q_{m1}^2}{2C} + L_2 C$$

$\sigma \cdot d^2$

$$\int \frac{k dq}{d^2} = \frac{\sigma \cdot S}{d^2}$$

$q E$



$$q \sin \alpha \cdot \int_0^l \frac{k dq}{d^2} = \int_0^l \frac{k \cdot 35 \cdot dx \cdot h}{d^2} =$$

$$\frac{k Q^2}{d^2}$$

$$2E \cdot S = \frac{\sigma \cdot S}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$\frac{\sigma \cdot l k_1 \cdot h + 35 \cdot l \cdot h}{\epsilon_0} =$$



$$= \frac{k q}{d^2}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

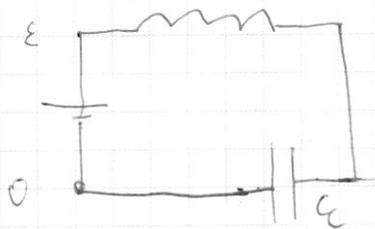
$$\boxed{\frac{q_m^2}{2C}} = \frac{(L_1 + L_2)}{2} I_m^2 = \frac{L_2 I_m^2}{2}$$

$$\mathcal{E} = L_2 I' + U_C$$

При  $I' = 0$

$$\mathcal{E} = U_C$$

$$\frac{L_2 I_m^2}{2} + \frac{C \mathcal{E}^2}{2} = W$$



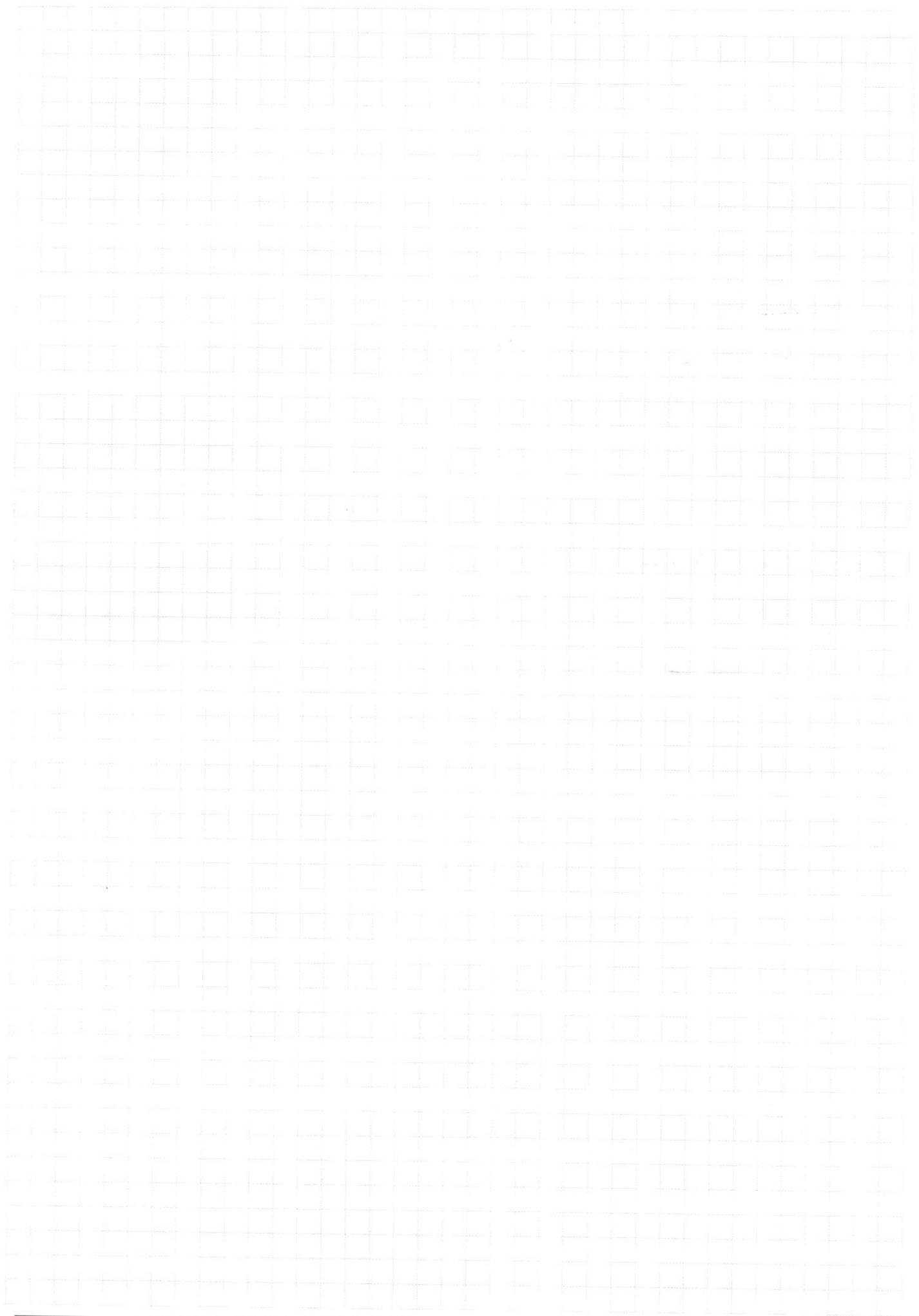
$$\mathcal{E} \cdot q = \frac{C \mathcal{E}^2}{2}$$

$$\frac{\frac{k_n}{B}}{\frac{B \cdot C}{A}}$$

$$= \frac{k_n \cdot A}{B^2 \cdot C}$$

$$= \frac{A^2}{B^2} = B - \frac{A}{B}$$

$$L \cdot \frac{A}{C} = B$$



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №       
(Нумеровать только чистовики)