

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

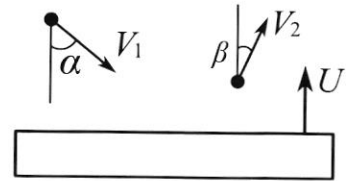
Класс 11

Вариант 11-04

Шифр

(заполняется секретарем)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 18$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{3}{5}$) с вертикалью.

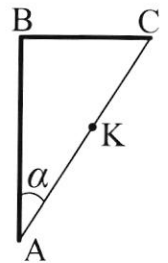


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится аргон, во втором – криптон, каждый газ в количестве $\nu = 3/5$ моль. Начальная температура аргона $T_1 = 320$ К, а криптона $T_2 = 400$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

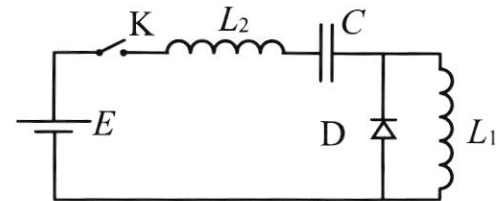
- 1) Найти отношение начальных объемов аргона и криптона.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал криптон аргону?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



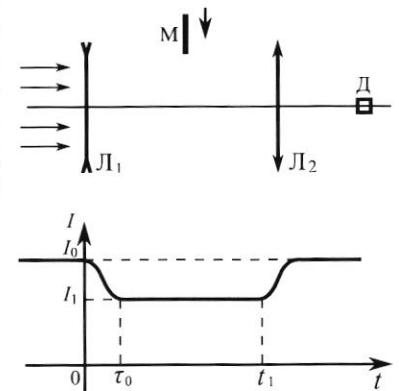
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = 2\sigma/7$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/9$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 5L$, $L_2 = 4L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями $-2F_0$ и F_0 , соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 7I_0/16$

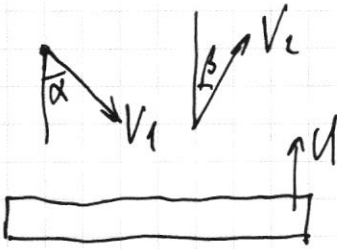


- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1



Т.к. гиута гладкая, горизонтальная
компонента скорости сохраняется

$$V_x = V_1 \sin \alpha = V_2 \sin \beta$$

$$V_2 = V_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{2/3}{3/5} V_1 = \frac{10}{9} V_1 = 20 \text{ м/с}$$

Максимальное значение U соответствует абсолютно неупругому
удару, когда шарик не отскочит, $U = V_2 \cos \beta = \frac{4}{9} V_2 = 16 \text{ м/с}$
Минимальное значение соответствует абсолютно упругому $= \frac{8}{9} V_1$
удару:

званды меня $\text{с} \text{с} \text{о}$ получаем $V_2 \cos \beta = V_1 \cos \alpha + 2U$

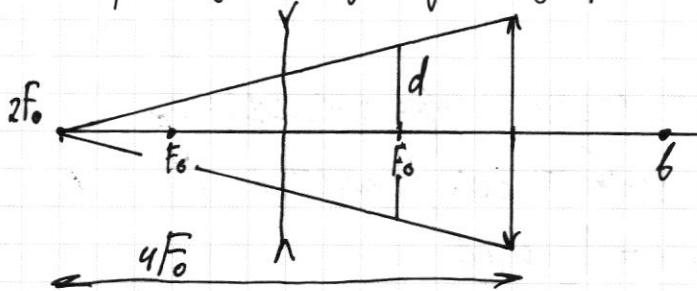
$$U = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{9} V_2 - \frac{\sqrt{5}}{3} V_1 \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{8}{9} V_1 - \frac{\sqrt{5}}{3} V_1 \right) = \frac{8 - 3\sqrt{5}}{18} V_1 \approx \frac{2,56}{1,28} \text{ м/с} \approx 1,28 \text{ м/с}$$

Ответ: 1) $V_2 = \frac{10}{9} V_1 = 20 \text{ м/с}$

2) $\frac{2,56}{1,28} \text{ м/с} \approx \frac{8 - 3\sqrt{5}}{18} V_1 < U \leq \frac{10}{9} V_1 = 20 \text{ м/с}$

№5

Будем считать, что всегда, когда мишень освещена полностью на нее приходится одинаковая ^{ради} мощность светового потока. Собирающая линза дает изображение на расстоянии $2F_0$



$$\frac{1}{4F_0} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F_0}$$

$$\underline{b = \frac{4}{3} F_0}$$

$$\frac{d}{3F_0} = \frac{D}{4F_0} \quad d = \frac{3}{4} F_0 D$$

r - радиус мишени

отношение площадей
мишени и
и ее тени
лучей

$$1 - \frac{I_1}{I_0} = \frac{\pi r^2}{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2} = 1 - \frac{4}{16}$$

$$r = \frac{3}{4} \frac{d}{2} = \frac{9}{32} d$$

$$V = \frac{2r}{\tau_0} = \frac{9}{32} \frac{D}{\tau_0}$$

$$t_1 - \tau_0 = \frac{d - 2r}{V} =$$

$$t_1 = \tau_0 + \frac{16}{9} \frac{\tau_0}{D} \left(\frac{3}{4} F_0 - \frac{9}{16} D \right) = \tau_0 + \frac{4}{3} \tau_0 - \tau_0 = \frac{4}{3} \tau_0$$

- Ответ: 1) $b = \frac{4}{3} F_0$
 2) $V = \frac{9}{16} \frac{D}{\tau_0}$
 3) $t_1 = \frac{4}{3} \tau_0$

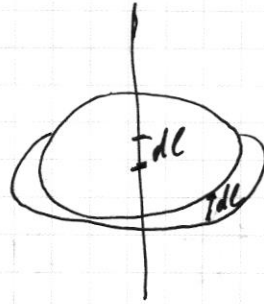
№ 3

Рассмотрим поле создаваемое равномерно заряженным ^{бесконечным} тонким проводом (линейная плотность заряда λ)

по т. Гаусса

$$\frac{\Delta dl}{\epsilon_0} = 2\pi r dl E_{\text{пр}}$$

$$E_{\text{пр}} = \frac{\lambda}{2\pi r \epsilon_0}$$



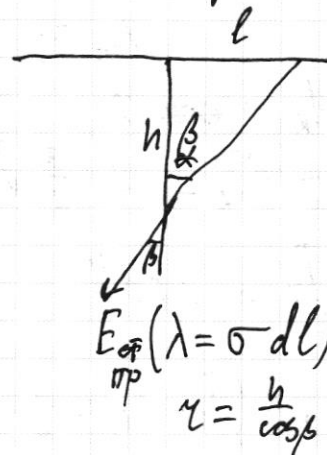
Рассмотрим поле создаваемое бесконечной ^{плоскостью} в одном направлении прямоугольной пластины с зарядом σ

$$dE = \frac{\sigma dl}{2\pi \epsilon_0 h / \cos \beta} \cdot \cos \beta$$

$$l = h \tan \beta \quad dl = \frac{h}{\cos^2 \beta} d\beta$$

$$dE = \frac{\sigma d\beta}{2\pi \epsilon_0}$$

$$E = \int_{-\alpha}^{\alpha} \frac{\sigma d\beta}{2\pi \epsilon_0} = \frac{\sigma \alpha}{\pi \epsilon_0} \quad (1)$$



1) Из принципа суперпозиции $E_x = E_y$
 $E_{\Sigma} = \sqrt{2} E_x$ (треугольник равнобедр.)

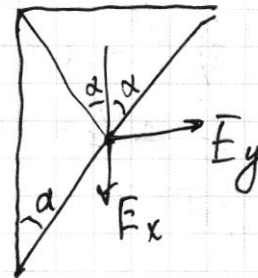
$$\frac{E_{\Sigma}}{E_x} = \sqrt{2}$$

используем (1)

$$2) E_x = \sigma \cdot \frac{\pi}{9} \frac{1}{\pi \epsilon_0} = \frac{\sigma}{9 \epsilon_0}$$

$$E_y = \frac{2\sigma}{7} \frac{7\pi}{18} \frac{1}{\pi \epsilon_0} = \frac{\sigma}{9 \epsilon_0}$$

$$E_{\Sigma} = \frac{\sqrt{2} \sigma}{9 \epsilon_0}$$



т.к. лежит на срединных перпендикулярах к АВ и ВС

Ответ: 1) $\frac{E_{\Sigma}}{E_x} = \sqrt{2}$
 2) $E_{\Sigma} = \frac{\sqrt{2} \sigma}{9 \epsilon_0}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2

$$p = \frac{\nu R T_1}{V_1} = \frac{\nu R T_2}{V_2} \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{320}{400} = 0,8$$

$$Q_A = A_A + \Delta U_A \quad Q_K = A_K + \Delta U_K$$

$$Q_A = -Q_K \quad A_A = -A_K$$

$$\Delta U_A + \Delta U_K = 0$$

$$\frac{3}{2} \nu R T_1 + \frac{3}{2} \nu R T_2 = 2 \cdot \frac{3}{2} \nu R T_K = U_\Sigma \equiv \text{const при любых}$$

$$T_K = \frac{T_1 + T_2}{2} = 360 \text{ K}$$

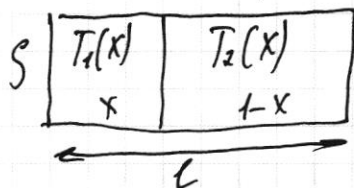
положения поршня

$$\Delta U_A = \frac{3}{2} \nu R (T_K - T_1) = \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,31 \cdot 40 = 831 \text{ Дж} = 299 \text{ Дж}$$

Ответ: 1) $\frac{V_1}{V_2} = 0,8$

2) $T_K = 360 \text{ K}$

3) ~~$\Delta U_A = 831 \text{ Дж}$~~



$$p = \frac{\nu R T_1}{x \ell S} = \frac{\nu R T_2}{(l-x) \ell S} \quad \frac{3}{2} (\nu R T_1 + \nu R T_2) = U_\Sigma$$

$$\nu R T_1 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{l-x} \right) = \frac{2 U_\Sigma}{3 \ell S}$$

$$\nu R T_2 = \frac{2}{3} U_\Sigma - \nu R T_1$$

$$\nu R T_1(x) = \frac{2}{3} U_\Sigma x = p(x) V = p(x) \cdot (x \ell S)$$

$$p(x) \equiv \frac{2 U_\Sigma}{3 \ell S} = \text{const}$$

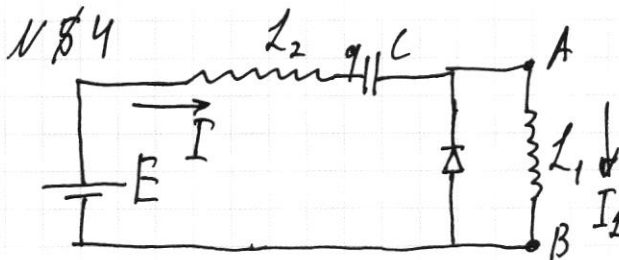
$$\frac{x_0}{l-x_0} = 0,8 \Rightarrow x_0 = \frac{4}{9}, \quad x_K = 0,5$$

А работа на издвиг поршня $A = p \Delta V = \frac{2 U_\Sigma}{3 \ell S} \ell S \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{9} \right) = \frac{1}{27} U_\Sigma = \frac{1}{9} \nu R T_K$

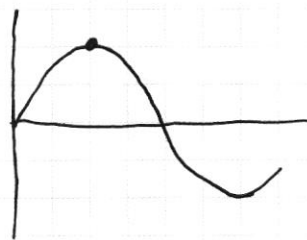
$$Q = A + \Delta U_A = \frac{1}{9} \nu R T_K + \frac{3}{2} \nu R (T_K - T_1) = \frac{1}{9} \cdot \frac{3}{5} \cdot 8,31 \cdot 360 + \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{5} \cdot 8,31 \cdot 40 = 499 \text{ Дж}$$

Ответ: 3) $Q = 499 \text{ Дж}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



С начального момента времени ток колеблется по синусоиде



Рассмотрим точку максимума тока:

если пока не ток, через L_1

убывает, то $\varphi_B > \varphi_A$, но это невозможно, т.к. А и В соединены через диод. Т.е. в любой момент времени ток через L_1 не убывает.

Перейдем к началу начальному моменту времени (первый максимум тока)

Если $I \leq I_1$ всегда, то " $L_1 + D$ " можно заметить на первичную

допустить это можно сделать:

$I(t) = I_1$ - максимум, в полученном контуре ток колеблется по синусоиде,

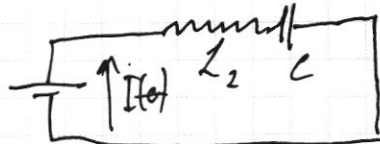
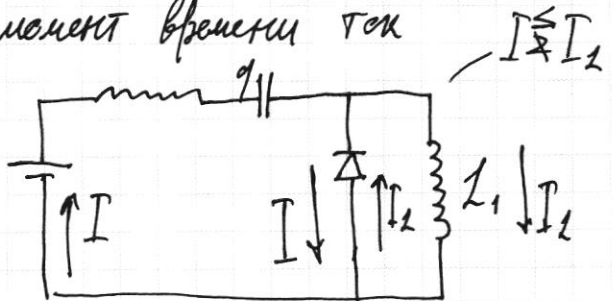
т.е. $I(t)$ действительно $I(t) \leq I_1$, предположение верно

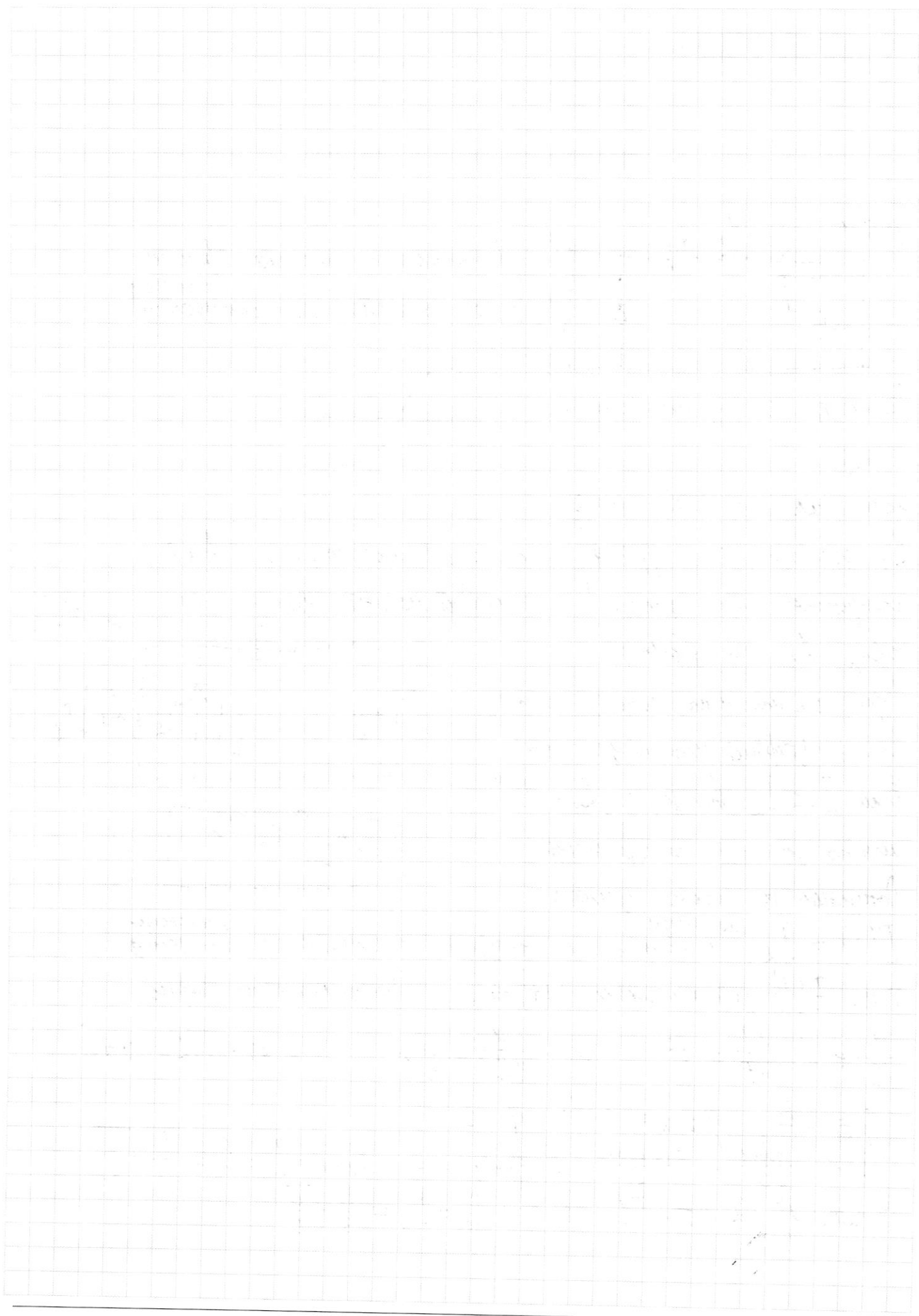
$$\frac{q}{C} + L_2 \frac{dI}{dt} = E \quad \ddot{q} + \frac{q}{LC} = \frac{E}{L} \quad T = 2\pi \cdot \sqrt{LC} = 4\pi \sqrt{LC}$$

Энергия CE $q_{\max} = 2CE$ $q_0 = 0$

ЗСЗ: $\frac{q_{\max}^2}{2C} + \frac{q_{\max} I_{\max}}{2} = E \cdot q_{\max} \Rightarrow I_{\max} = I_{01} = I_{02} = \frac{E}{3} \sqrt{\frac{C}{L}}$

Ответ: 1) $T = 4\pi \sqrt{LC}$, 2) 2, 3) $I_{01} = I_{02} = \frac{E}{3} \sqrt{\frac{C}{L}}$





черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

$$p = \frac{\nu R T_1}{V_1} = \frac{\nu R T_2}{V_2}$$

1 - аргон 2 - криптон

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{320}{400} = \frac{4}{5} = 0,8$$

$$\frac{3}{2} \nu R Q_A = A_A + \Delta U_A \quad Q_K = A_K + \Delta U_K$$

$$Q_A = -Q_K \quad A_A = -A_K$$

$$\Delta U_A + \Delta U_K = 0 \quad U_\Sigma = \text{const}$$

$$\frac{3}{2} \nu R T_1 + \frac{3}{2} \nu R T_2 = \frac{3}{2} (2\nu) R T_K \quad T_K = \frac{T_1 + T_2}{2} = 200 + 160 = 360 \text{ K}$$

$$\frac{3}{2} \nu R T_1 + \frac{3}{2} \nu R T_2 = \text{const} = U_\Sigma \quad \Delta U_A = \frac{3}{2} \nu R (T_K - T_1) = \frac{3}{2} \nu R$$

$$\frac{2}{3} U_\Sigma \quad 2\nu R T_1 - U_\Sigma = \frac{3}{2} \frac{5}{3} \cdot 8,31 \cdot 40 \text{ K} = 831 \text{ Дж}$$

У3

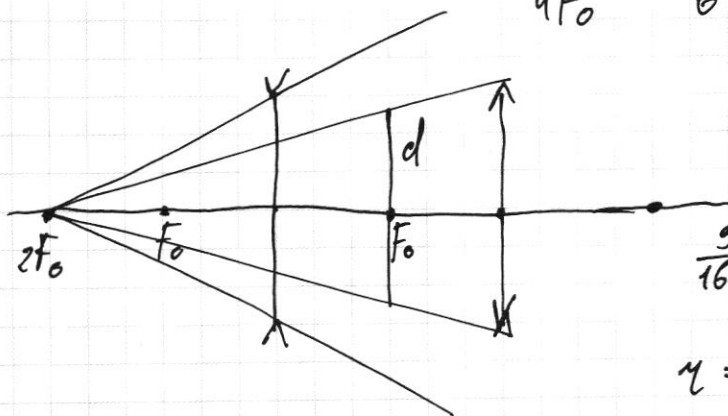
$$E_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$E_2 = \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\right)^2} = \sqrt{2} \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

У45

$$\frac{1}{4F_0} + \frac{1}{b} = \frac{1}{4F_0} \quad b = \frac{4}{3} F_0$$

$$b = \frac{4}{3} F_0$$



$$d = \frac{3}{4} D$$

$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{4}{16}$$

$$\frac{9}{16} = 1 - \frac{I_1}{I_0} = \frac{S_M}{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \frac{\pi r^2}{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2}$$

$$r = \frac{3}{4} \frac{d}{2} = \frac{9}{32} D$$

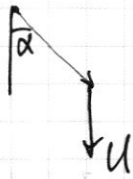
$$\tau_a \underline{V} = \frac{2r}{\tau_0} = \frac{9}{16} \frac{D}{\tau_0}$$

$$t_1 - \tau_0 = \frac{d - 2r}{V}$$

$$t_1 = \tau_0 + \frac{16}{9} \frac{\tau_0}{D} \left(\frac{3}{4} D - \frac{9}{16} D \right) = \tau_0 + \frac{4}{3} \tau_0 - \tau_0 = \frac{4}{3} \tau_0$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1



$$V_x = V_1 \sin \alpha = \frac{2}{3} V_1$$

~~$$V_2^2 = V_x^2 + V_y^2$$~~

$$V_2 = V_x / \sin \beta = \frac{2/3 V_1}{3/5} = \frac{10}{9} V_1$$

$$V_2 = \frac{10}{9} V_1 = 20 \text{ м/с}$$

$$V_{1y} = V_1 \cos \alpha = V_1 \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3} V_1$$

$$V_{2y} = V_2 \cos \beta = V_2 \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5} V_2$$

$$U < V_{2y} = \frac{4}{5} V_2$$

$$V_{1y} + 2U = 2 V_{2y}$$

$$\frac{V_{2y} - V_{1y}}{2} < U$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{9} = \frac{9-4}{36} =$$

$$(V_{2y} - V_{1y}) \frac{1}{2} < U < \frac{4}{5} V_2 \quad \frac{1}{2} \left(\frac{4}{5} V_2 - \frac{\sqrt{5}}{3} V_1 \right) < U < \frac{4}{5} V_2$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{8}{9} V_2 - \frac{\sqrt{5}}{3} V_1 \right) < U < \frac{8}{9} V_1$$

$$\frac{8 - 3\sqrt{5}}{18} V_1 < U < \frac{8}{9} V_1$$

$$\frac{8 - 3\sqrt{5}}{18} \approx 1,3 < U < 16$$

$$\begin{array}{r} 2,25 \\ 2,25 \\ \hline 4,50 \\ 4,50 \\ \hline 9,00 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2,24 \\ 2,24 \\ \hline 4,48 \\ 4,48 \\ \hline 8,96 \end{array}$$

$$\frac{\pi}{9} - \frac{\pi}{9} =$$

$$\begin{array}{r} 2,24 \\ 3 \\ \hline 6,72 \\ 8 \\ \hline 1,28 \end{array} \quad 2,56$$

Ответ: $V_2 = 20 \text{ м/с}$

$$1,28 \frac{\text{м}}{\text{с}} = \frac{8 - 3\sqrt{5}}{18} V_1 < U < \frac{8}{9} V_1 = 16 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$2\tau = \frac{3}{4} d$$

$$d - 2\tau = \frac{1}{4} d$$

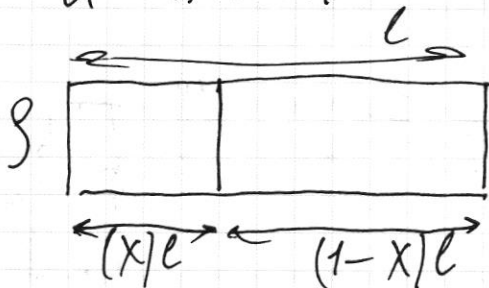
$$\frac{3}{2} \cdot 8,31 \cdot 40 = \frac{8,31 \cdot 60}{49860}$$

$$V \quad \cancel{1-x} \frac{T_1}{x} = \frac{T_2}{1-x}$$

$$p = \frac{\mathcal{R}T_1}{x\ell S} = \frac{\mathcal{R}T_2}{(1-x)\ell S}$$

$$Q = -A + \Delta U$$

$$dV = p \ell S dx$$



$$\int \frac{2}{3} \mathcal{R}T_1 + \frac{1}{3} \mathcal{R}T_2 = U_\Sigma$$

$$\mathcal{R}T_2 = \frac{2}{3} U_\Sigma - \mathcal{R}T_1$$

$$\frac{\mathcal{R}T_1}{x\ell S} - \frac{\frac{2}{3} U_\Sigma - \mathcal{R}T_1}{(1-x)\ell S} = 0$$

$$\mathcal{R}T_1 \left(\frac{1}{x\ell S} + \frac{1}{(1-x)\ell S} \right) = \frac{2U_\Sigma}{3(1-x)\ell S}$$

$$\mathcal{R}T_1 = \frac{2U_\Sigma}{3 \left(\frac{1-x}{x} + 1 \right)} = \frac{2}{3} \frac{U_\Sigma x}{1}$$

$$pdV = \frac{\mathcal{R}T_1}{x\ell S} \cdot \ell S dx =$$

$$= \frac{2}{3} U_\Sigma dx$$

$$A = \frac{2}{3} U_\Sigma$$

$$x_0 = 0,8 - 0,8x_0$$

$$1,8x_0 = 0,8$$

$$x_0 = \frac{4}{9}$$

$$\frac{1}{2} - \frac{4}{9} = \frac{9-8}{18} = \frac{1}{18}$$

$$\frac{T_1 + T_2}{2} - T_1 = \frac{T_2 - T_1}{2}$$

$$Q = \mathcal{R} \left(\frac{3T_2}{2} - \frac{3}{2} T_1 + \frac{1}{9} T_2 \right) = \mathcal{R} \left(\frac{3T_2 + 3T_1}{4} - \frac{3}{2} T_1 + \frac{T_2 + T_1}{18} \right)$$

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{18}$$

$$\frac{360}{3 \cdot 9} \cdot 8,31 = \frac{120}{5} \cdot 8,31 = 24 \cdot 8,31 = 124 \cdot 8,31$$

$$24 \cdot 831$$

$$9 \cdot 4 = 36$$

$$60 \cdot 8,31$$

$$\begin{array}{r} 831 \\ 60 \\ \hline 49860 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 831 \\ 124 \\ \hline 2524 \\ 3324 \\ 1662 \\ 831 \\ \hline 103044 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8,31 \\ 36 \\ \hline 29916 \\ 2993 \\ \hline 29916 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4

$$q_p = CE$$

$$\frac{dI}{dt} > 0$$

$$\frac{q}{c} + L_1 \frac{dI}{dt} + L_2 \frac{dI}{dt} = E$$

$$g L \dot{q} + \frac{q}{c} = E$$

$$\dot{q} + \frac{q}{g L c} = \frac{E}{g L}$$

$$\frac{q}{c} + L_2 \frac{dI}{dt} = E$$

$$\dot{q} + \frac{q}{4 L c} = \frac{E}{4 L}$$

$$E - L_2 \frac{dI}{dt} - \frac{q}{c} > 0$$

$$dE = \frac{\sigma dl}{2\pi \epsilon_0 h} \cos^2 \alpha$$

$$= \frac{\sigma d\alpha}{2\pi \epsilon_0 h}$$

$$E = \frac{\sigma \alpha_0}{2\pi \epsilon_0 h}$$

$$E = \frac{\sqrt{2} \sigma}{4\pi \epsilon_0 h}$$

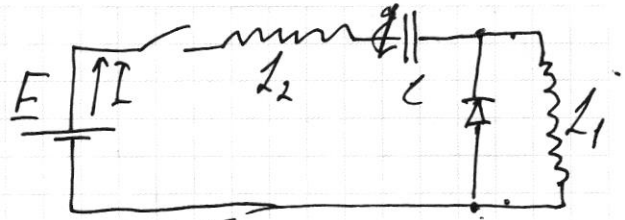
$$\frac{q^2}{2c} + \frac{g L I_{max}^2}{2} = 2 C E^2$$

$$\frac{g}{2} L I_{max}^2 = \frac{1}{2} C E^2 \quad I_{max}^2 = \frac{C E^2}{g L}$$

$$I_{max} = \frac{E}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{c}{L}}$$

$$\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\pi}{9} = \frac{9\pi - 2\pi}{18} = \frac{7\pi}{18}$$

$2^{46} \cdot 0,01^4$



$$62,25 = 12 + 15 = 13,5$$



$$T = 8\pi \sqrt{LC}$$

$$t_1 = \frac{T}{4} = \frac{3}{2} \pi \sqrt{LC}$$

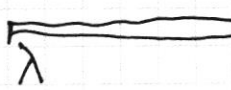
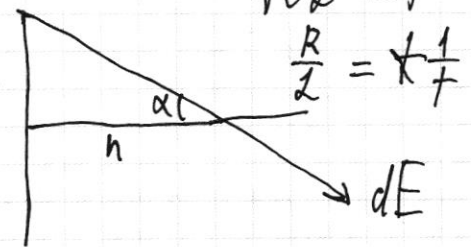
$$dE = \frac{\sigma dl}{2\pi \epsilon_0 h} \cos \alpha$$

$$\sqrt{LC} = \lambda$$

$$\frac{R}{L} = \frac{1}{T}$$

$$T = 4\pi \sqrt{LC}$$

2l



$$l = h \tan \alpha$$

$$dl = \frac{l}{\cos^2 \alpha} d\alpha$$

$$\frac{\lambda dl}{\epsilon_0} = 2\pi r dl \cdot E_{\sigma}$$

$$E_{\sigma} = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r}$$

$$E_x = E_y = \frac{\sigma}{4\pi \epsilon_0 h}$$

$$E_x = \frac{\sigma}{9 \epsilon_0 h}$$

$$E_y = \frac{20}{4} \frac{7\pi}{18} \frac{\sigma}{2\pi \epsilon_0} = \frac{\sigma}{9 \epsilon_0}$$

$$E = \sqrt{2} \frac{\sigma}{9 \epsilon_0}$$