

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

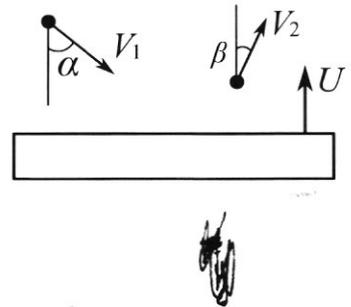
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 6$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{3}$) с вертикалью.



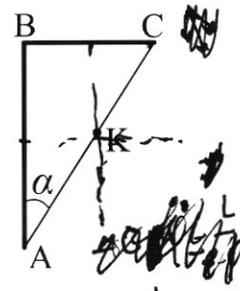
- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве $\nu = 6/25$ моль. Начальная температура гелия $T_1 = 330$ К, а неона $T_2 = 440$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

Handwritten notes: $pV = \nu R T$, $p \Delta V$, $\Delta E = \nu R \Delta T$

- 1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

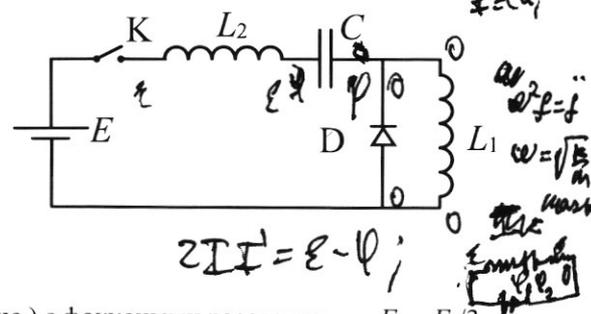
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 4\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/8$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

Handwritten notes: $E = \sigma/\epsilon_0$

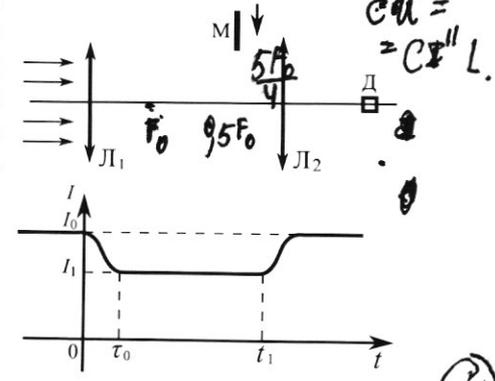
4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

Handwritten notes: $2II' = E - \varphi$, $\omega = \sqrt{1/LC}$

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями F_0 и $F_0/3$, соответственно. Расстояние между линзами $1,5F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе D , на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень M , плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $5F_0/4$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 8I_0/9$.

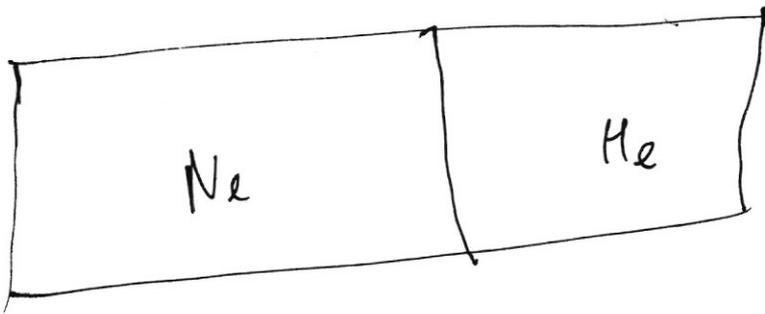


- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

Handwritten notes: $C(\varphi_1 - \varphi_2) = L_1 I_1' + L_2 I_2'$

~~Amlyg + ucy = 110y; $\frac{m_1}{2} + \frac{m_2}{2}$~~



$$PV_1 = \nu RT_1 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}, \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{440}{330} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{3}{2} \nu RT_1 + \frac{3}{2} \nu RT_2 = \frac{3}{2} 2\nu RT \Rightarrow T = \frac{T_1 + T_2}{2} \Rightarrow \frac{330 + 440}{2}$$

$$= 220 + 165 = 385 \text{ K}$$

~~$\frac{3}{2} \nu RT_1$~~

~~Q~~ $Q = \Delta U_{\text{He}} + A_{\text{He}}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.

Дано:

$$v_1 = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}},$$

$$\sin \alpha = \frac{2}{3},$$

$$\sin \beta = \frac{1}{3},$$

$v_2 = ?$

$u = ?$

то:

I. Изведём ось x (см. рисунок) и запишем ЗСИ на неё. Пл. к проекция силы реакции опоры на горизонтальную ось равна нулю, то:

$$m v_2 \sin \beta - m v_1 \sin \alpha = 0 \Rightarrow v_2 = \frac{v_1 \sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$v_2 = \frac{6 \cdot \frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = 12 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

II. Перейдём в СО шмты и запишем ЗСЭ для шарика (это движущаяся опорная масса шмты):

$$\frac{m v_1'^2}{2} = \frac{m v_2'^2}{2}, \text{ где } v_1' \text{ и } v_2' - \text{начальные и конечные скорости шарика в СО, связанной с шмтой, соответственно.}$$

$$v_1'^2 = v_1^2 + 2v_1 u \cos \alpha + u^2;$$

$$v_2'^2 = v_2^2 - 2v_2 u \cos \beta + u^2;$$

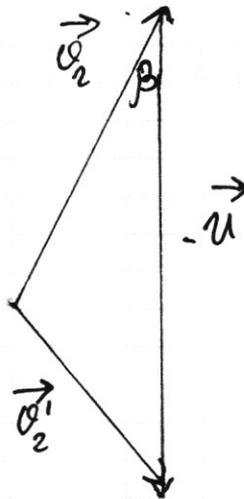
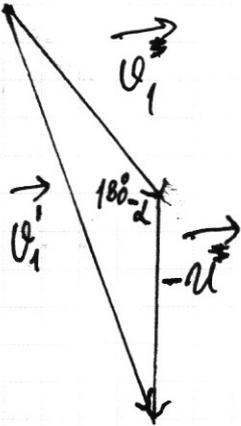
см. рисунок.

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. (упрощение).



$$\frac{m u_1'^2}{2} = \frac{m u_2'^2}{2} \Rightarrow u_1'^2 = u_2'^2 \Rightarrow u_1^2 + 2u_1 u \cos \alpha + u^2 =$$

$$= u_2^2 - 2u_2 u \cos \beta + u^2$$

$$u_1^2 + 2u_1 u \cos \alpha = u_2^2 - 2u_2 u \cos \beta \Rightarrow \cancel{u_2^2 - u_1^2} = 2u$$

$$\Rightarrow u_2^2 - u_1^2 = 2u(u_1 \cos \alpha + u_2 \cos \beta);$$

$$u = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2(u_1 \cos \alpha + u_2 \cos \beta)} = \frac{144 - 36}{2(6 \cdot \sqrt{1 - \frac{4}{9}} + 12 \sqrt{1 - \frac{1}{9}})}$$

$$= \frac{54}{6 \sqrt{\frac{5}{9}} + 12 \sqrt{\frac{8}{9}}} = \frac{54}{\frac{6}{3} \cdot \sqrt{5} + \frac{12}{3} \cdot \sqrt{8}} = \frac{54}{2\sqrt{5} + 4\sqrt{8}} \frac{m}{c} =$$

$$= \frac{27}{\sqrt{5} + 2\sqrt{8}} \frac{m}{c}$$

Ответ: 1) $12 \frac{m}{c}$; 2) $\frac{27}{\sqrt{5} + 2\sqrt{8}} \frac{m}{c}$.



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

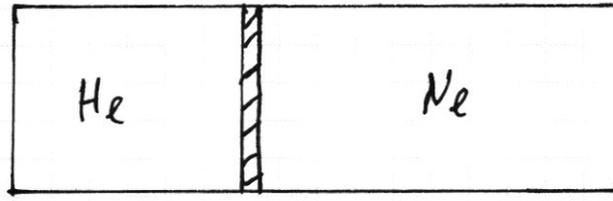
2.

Дано:

$$\nu = \frac{6}{25} \text{ моль.}$$

$$T_1 = 330 \text{ К;}$$

$$T_2 = 440 \text{ К;}$$



Решение:

I. Пусть V_1 - начальный объём гелия, V_2 - неона. Тогда, т.к. поршень существует, с учётом того, что давление гелия и неона равны, мы можем записать уравнение Клапейрона - Менделеева:

$$P V_1 = \nu R T_1 - \text{для гелия}$$

$$P V_2 = \nu R T_2 - \text{для неона, где } P - \text{некое общее давление.}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} - \text{разделим верхнее уравнение на нижнее.}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{330}{440} = \frac{3}{4} = 0,75.$$

II. Из 3 СЭ: $\Delta U_{\text{He}} + \Delta U_{\text{Ne}} = 0 \Rightarrow \frac{3}{2} \nu R (T - T_1) + \frac{3}{2} \nu R (T - T_2) = 0 \Rightarrow 2 \nu R T = \nu R T_1 + \nu R T_2 \Rightarrow T = \frac{T_1 + T_2}{2}.$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2. (продолжение).

$$T = \frac{330 + 440}{2} \text{ К} = 220 \text{ К} + 165 \text{ К} = 385 \text{ К}.$$

T — усреднённая температура, $\Delta U_{\text{не}}$ и $\Delta U_{\text{ге}}$ — сум. внутр. энергии гелия и неона соответственно

III. По 2 началу термодинамики для гелия:

$Q = \Delta U_{\text{не}} + A_{\text{не}}$. Работу гелия над поршнем. П. к поршню движется медленно, то давление гелия будет равно давлению неона. Докажем, что давление будет оставаться постоянным. Пусть V_1' и V_2' — объёмы гелия и неона в некоторый момент времени, а P' — давление в этот момент. Тогда по ЗСЭ:

$$\frac{3}{2} P' V_1' + \frac{3}{2} P' V_2' = \frac{3}{2} P V_1 + \frac{3}{2} P V_2, \Rightarrow P' (V_1' + V_2') = P (V_1 + V_2),$$

т. к. $V_1' + V_2' = V_1 + V_2$, то $P' = P$.

$A_{\text{не}} = \int_{V_1}^V P dV = P(V - V_1)$, где V — конечный объём гелия.

$P = \frac{\nu RT_1}{V_1}$ (см. предыдущую страницу)

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2 (продолжение).

$$A_{HE} = \frac{\partial R T_1}{V_1} (V - V_1). \text{ Найдем } V \text{ из уравнения Клапей-}$$

$$\text{рона: } pV = \partial RT \Rightarrow V = \frac{\partial RT}{p}$$

$$A_{HE} = pV - pV_1 = \partial RT - \frac{\partial RT_1}{V_1} \cdot V_1 = \partial R(T - T_1).$$

$$\Delta V_{HE} = \frac{3}{2} \partial R(T - T_1); \quad Q = \frac{3}{2} \partial R(T - T_1) + \partial R(T - T_1) =$$

$$= \frac{5}{2} \partial R(T - T_1) = C_p \partial(T - T_1).$$

$$Q = \frac{5}{2} \partial R \left(\frac{T_1 + T_2}{2} - T_1 \right) = \frac{5}{2} \partial R \left(\frac{T_2 - T_1}{2} \right) = 55 \cdot \frac{6}{25} \cdot 831 \cdot \frac{5}{2} \text{ Дж} =$$

$$= 41,55 \cdot \frac{33}{5} \text{ Дж} = (8 + 0,301) \cdot 33 \text{ Дж} = 264 + 9,03 + 0,903 =$$

$$= 273,933 \text{ Дж} \approx 273,9 \text{ Дж}$$

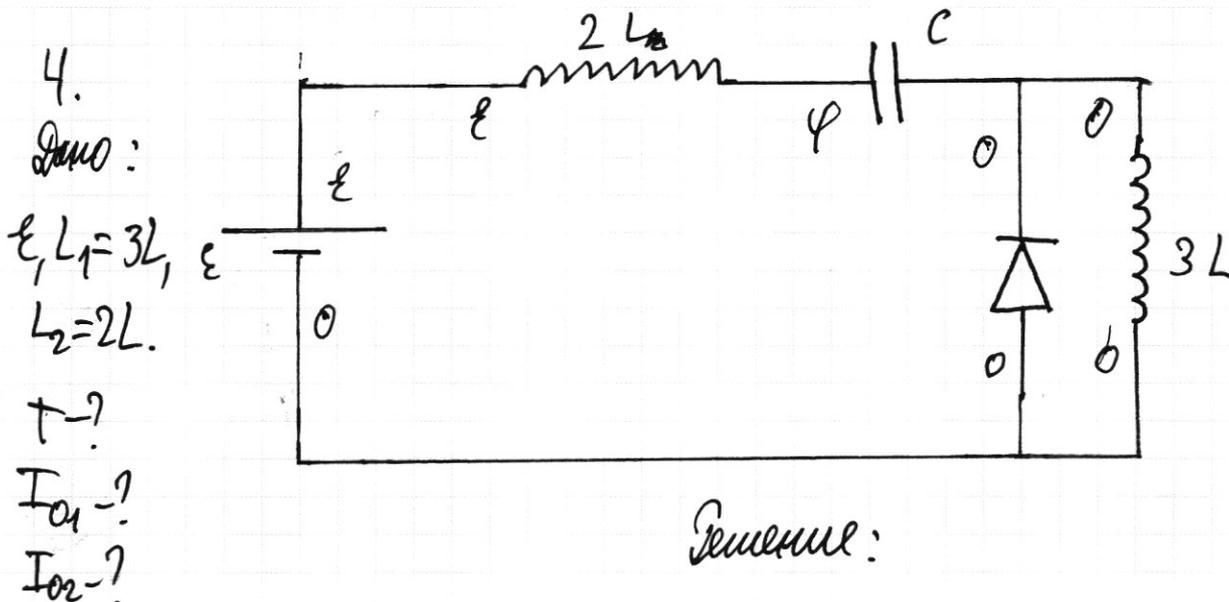
Ответ: 1) 0,45 2) 38 К 3) 273,9 Дж.



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Решение:

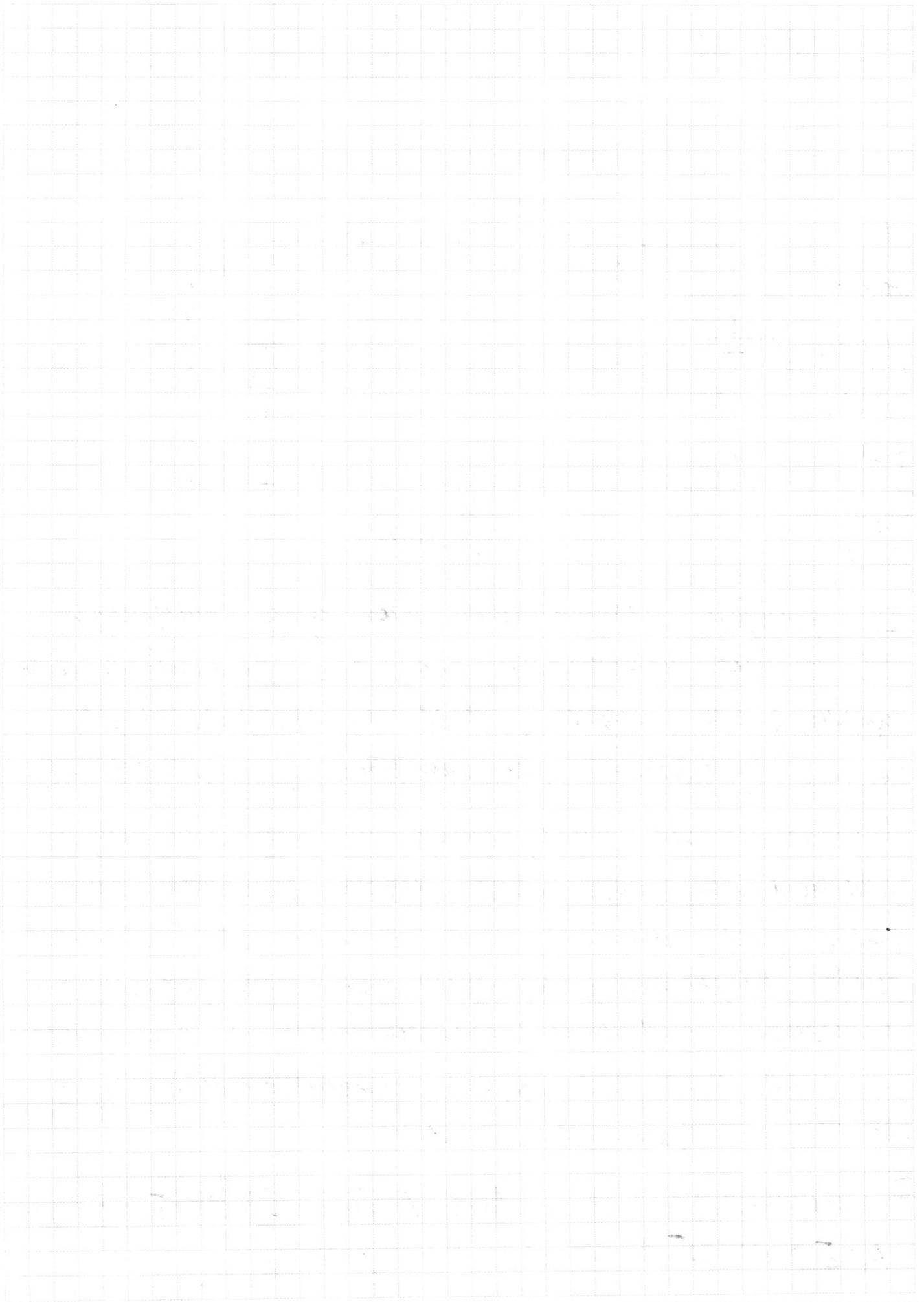
I. Найдем максимальный ток через катушку L_2 .

II. К ток максимален, но $I' = 0$. Рассставим потенциалы (см. рисунок). ~~ЭДС~~ $U_{L_2} = L_2 I' \Rightarrow U_{L_2} = 0$, где U_{L_2} - напряжение на катушке L_2 . $\mathcal{E} - \varphi = 0 \Rightarrow \varphi = \mathcal{E}$.

Независимо от того, открыт диод или нет, напряжение на диоде равно нулю. Покажем это: если диод открыт, то в силу ВАХ идеального диода напряжение равно нулю. Если закрыт, то катушки соединены последовательно \Rightarrow в катушке L_1 ток так же будет максимален $\Rightarrow U_{L_1} = 0$, где U_{L_1} - напряжение на ней.

II. Запишем 3 СЭ: ~~$A\delta + \Delta W_C + 0 + L_2 I_{02}^2 - L_1 I_{02}^2 = 0$~~

$A\delta + \Delta W_C + \Delta W_L = 0$. $A\delta = \Delta W_C + \Delta W_L$.



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4 (продолжение).

$$\Delta W_C = \frac{C \epsilon^2}{2} - 0 - \text{изменение энергии конденсатора.}$$

$$\Delta W_L = \frac{L_2 I_{02}^2}{2} - 0 + \frac{L_1 I_{02}^2}{2} - 0 - \text{изменение энергии магнитного поля.}$$

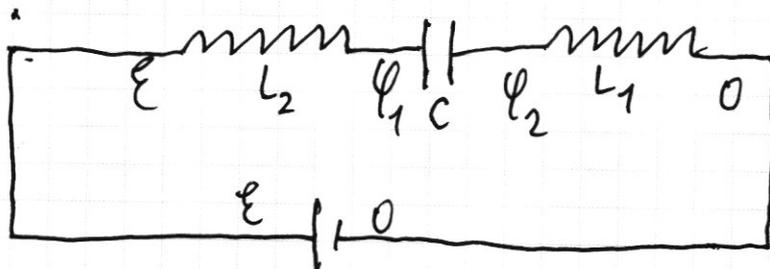
$$A_{\delta} = \Delta W_C + \Delta W_L \Rightarrow A_{\delta} = \frac{C \epsilon^2}{2} + \frac{L_2 + L_1}{2} I_{02}^2 \Rightarrow$$

$$A_{\delta} = \frac{C \epsilon^2}{2} + \frac{5L}{2} I_{02}^2; \quad A_{\delta} = \epsilon \cdot \Delta q; \quad \Delta q = C \epsilon,$$

где Δq — изменение заряда на левой обложке конденсатора.

$$C \epsilon^2 = \frac{C \epsilon^2}{2} + \frac{5L}{2} I_{02}^2 \Rightarrow I_{02}^2 = \frac{C \epsilon^2}{5L} \Rightarrow I_{02} = \epsilon \sqrt{\frac{C}{5L}};$$

III. Найдём Т. П. к дугам нам кинем не помешает (см. пункт I), но у нас получились цепи из последовательно соединённых катушек и конденсатора с ~~двумя~~ источником.





черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4 (продолжение):

$I = \frac{cd(\varphi_1 - \varphi_2)}{dt}$, где I - ток в цепи, $\varphi_1 - \varphi_2$ - напряжение на конденсере.

и.к. $\varphi_{\text{конт}} \varepsilon - \varphi_1 = -L_2 I'$ и $\varphi_2 = -L_1 I'$, то:

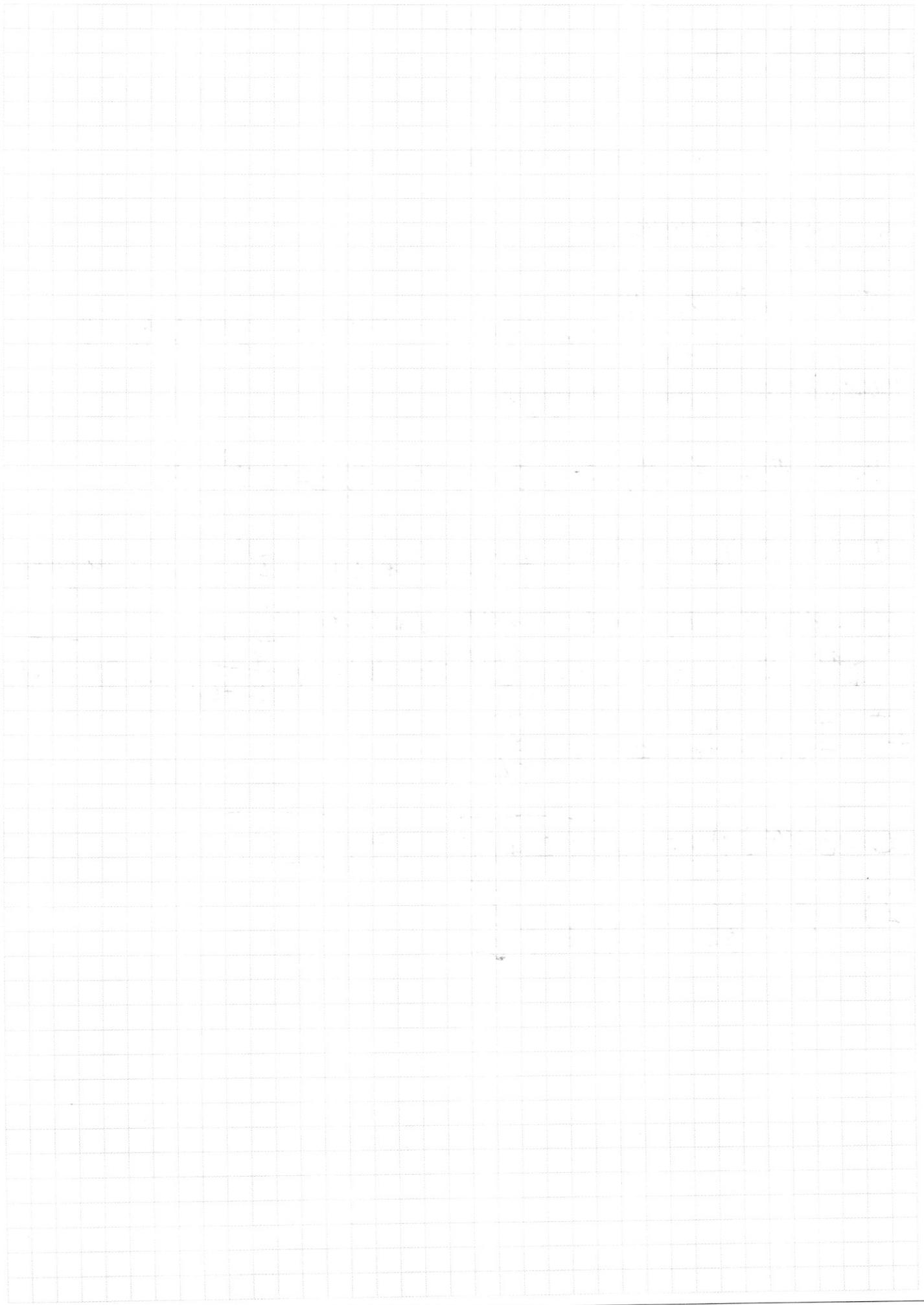
$I = c\dot{\varphi}_1 - c\dot{\varphi}_2 = +cL_2 I'' + cL_1 I''$ - мы получили уравнение гармонических колебаний.

$$I = c(L_2 + L_1) I'' \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1}{c(L_2 + L_1)}}, T = 2\pi\sqrt{c(L_2 + L_1)}$$

$$IV. I_{01} = I_{02} = \varepsilon \sqrt{\frac{c}{5L}}$$

Ответ: 1) $2\pi\sqrt{c(L_2 + L_1)}$ 2) $2\pi\sqrt{5LC}$

3) $\varepsilon \sqrt{\frac{c}{5L}}$

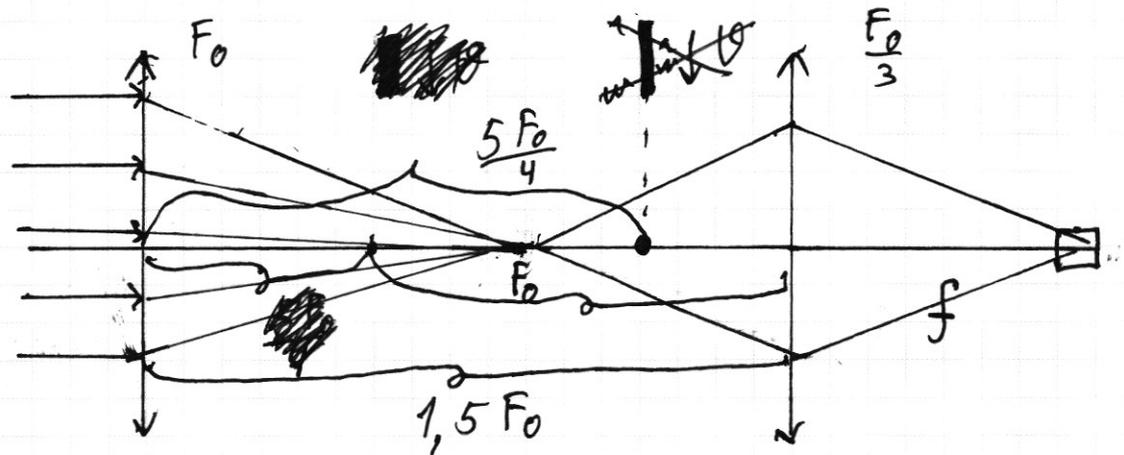


черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5.
Дано:
 F_0, D, τ_0
 $f - ?$
 $\varphi - ?$
 $t_1 - ?$



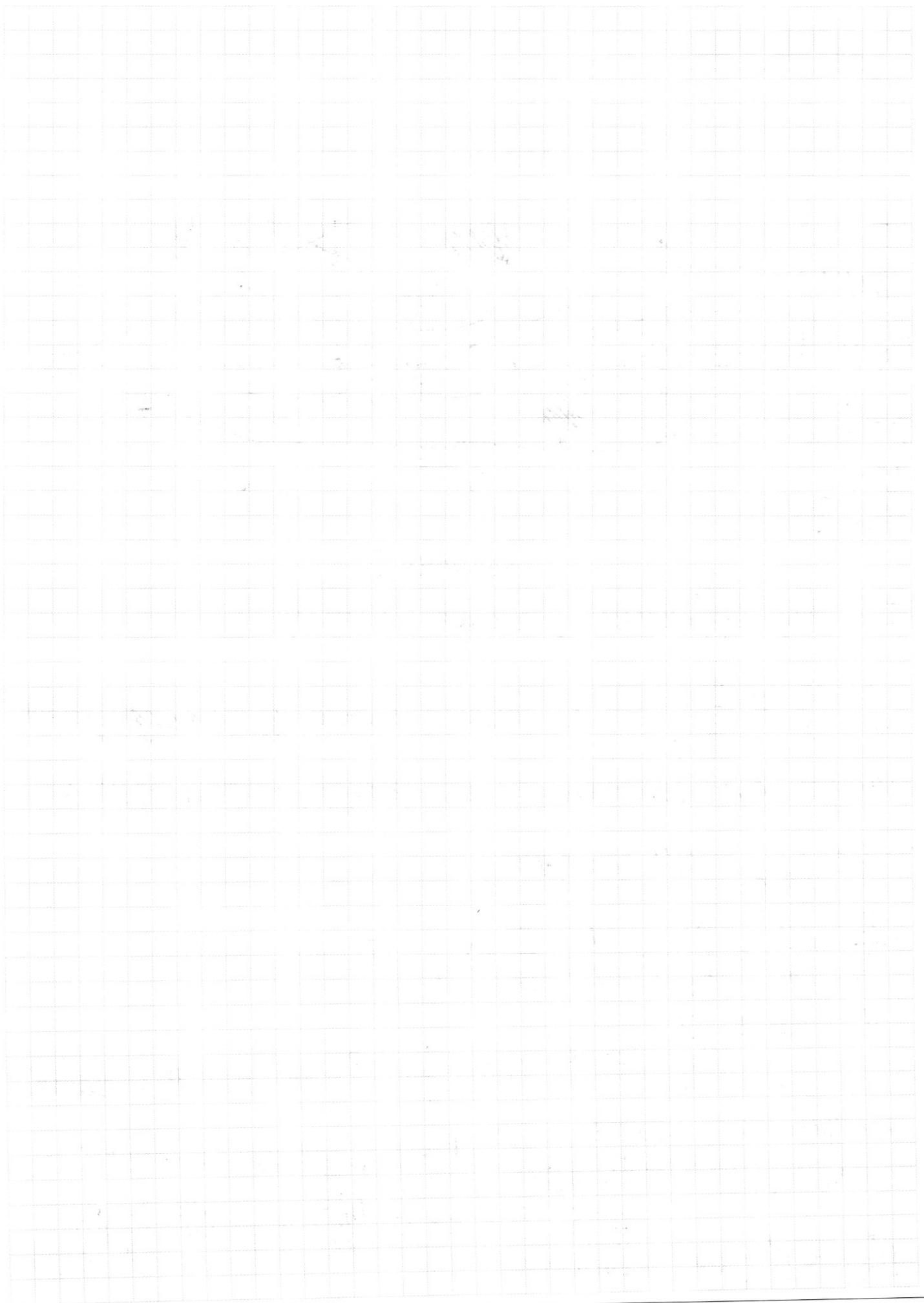
Решение:

I. Из формулы тонкой линзы:

$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F_0}$, т.к. свет после ~~двух~~ прохождения линзы L_1 падает в её фокус, то $d = 1,5 F_0 - F_0 = 0,5 F_0$ (см. рисунок).

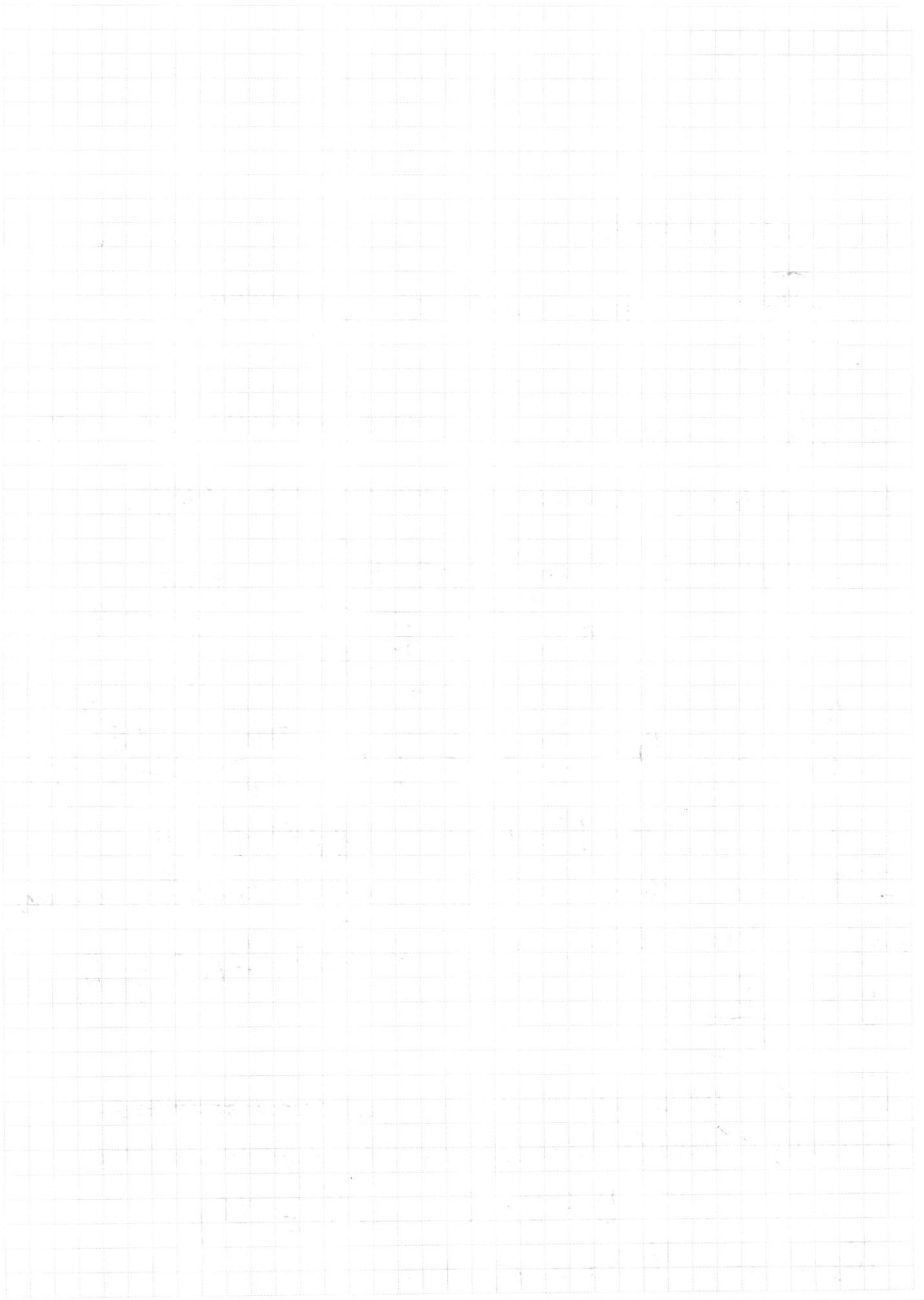
$$\frac{2}{F_0} + \frac{1}{f} = \frac{3}{F_0} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{F_0} \Rightarrow f = F_0.$$

II. т.к. $\frac{I_1}{I_0} = \frac{8}{9}$, то $\frac{P_1}{P_0} = \frac{8}{9}$, где P_1 и P_0 - освещ. мощности света. т.к. $P \sim S$, где S - площадь pupки, то $\frac{\pi D'^2 - \pi D_H^2}{\pi D^2} = \frac{8}{9} \Rightarrow 1 - \frac{D_H^2}{D^2} = \frac{8}{9} \Rightarrow D_H^2 = \frac{1}{9} D^2$,
 $D_H = \frac{1}{3} D$. (см. рисунок)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

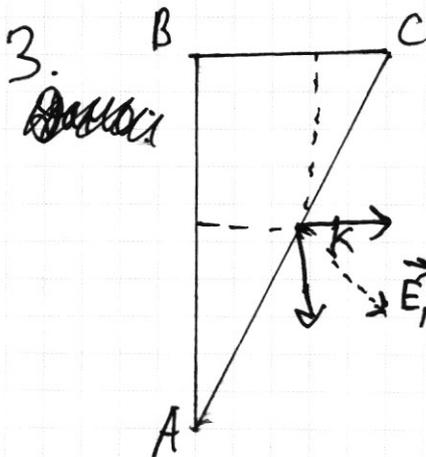
Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5 (продолжение).

$$t_1 = \frac{11}{12} D \cdot \frac{1}{v} + T_0 = \frac{11}{12} D \cdot \frac{12T_0}{D} + T_0 = 12T_0;$$

Ответ: 1) F_0 2) $\frac{D}{12T_0}$ 3) $12T_0$



Решение:

1) напряжённость поля бесконечной пластинки $E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$;

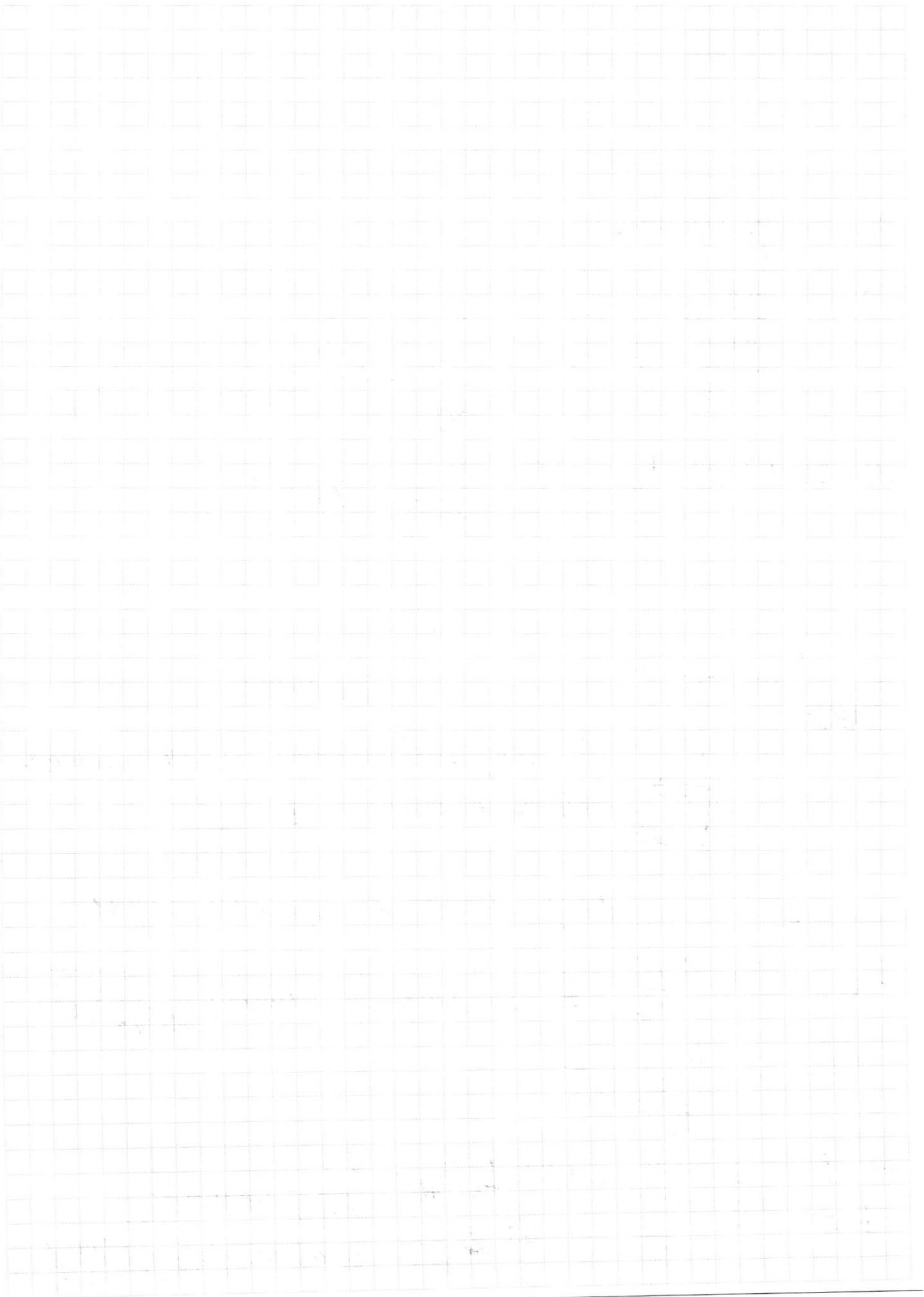
Напр. поля в первом случае

$$E_{\pi_1} = E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}; \quad \text{Во втором случае: } E_{\pi_2} = \sqrt{E^2 + E^2} = \sqrt{2} E; \quad \frac{E_{\pi_2}}{E_{\pi_1}} = \sqrt{2}.$$

2) В этом случае $E_{BC} = \frac{4\sigma}{2\epsilon_0}$; $E_{AB} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$;

$$E = \sqrt{\frac{(4\sigma + \sigma)^2}{4\epsilon_0^2}} = \frac{\sqrt{14}}{2} \frac{\sigma}{\epsilon_0}.$$

Ответ: 1) $\sqrt{2}$; 2) $\frac{\sqrt{14}\sigma}{2\epsilon_0}$.

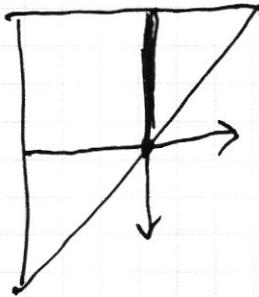


черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

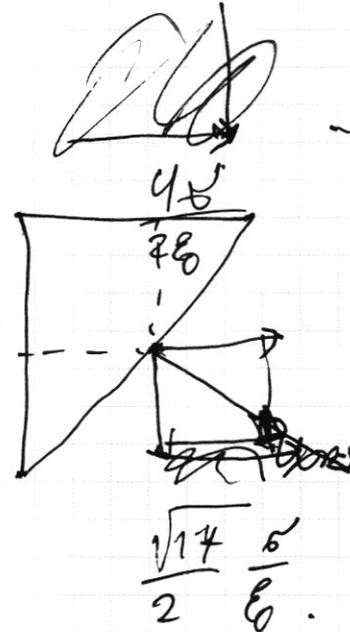
$$2ES = \frac{\sigma S}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$



$$\sqrt{2}E'$$

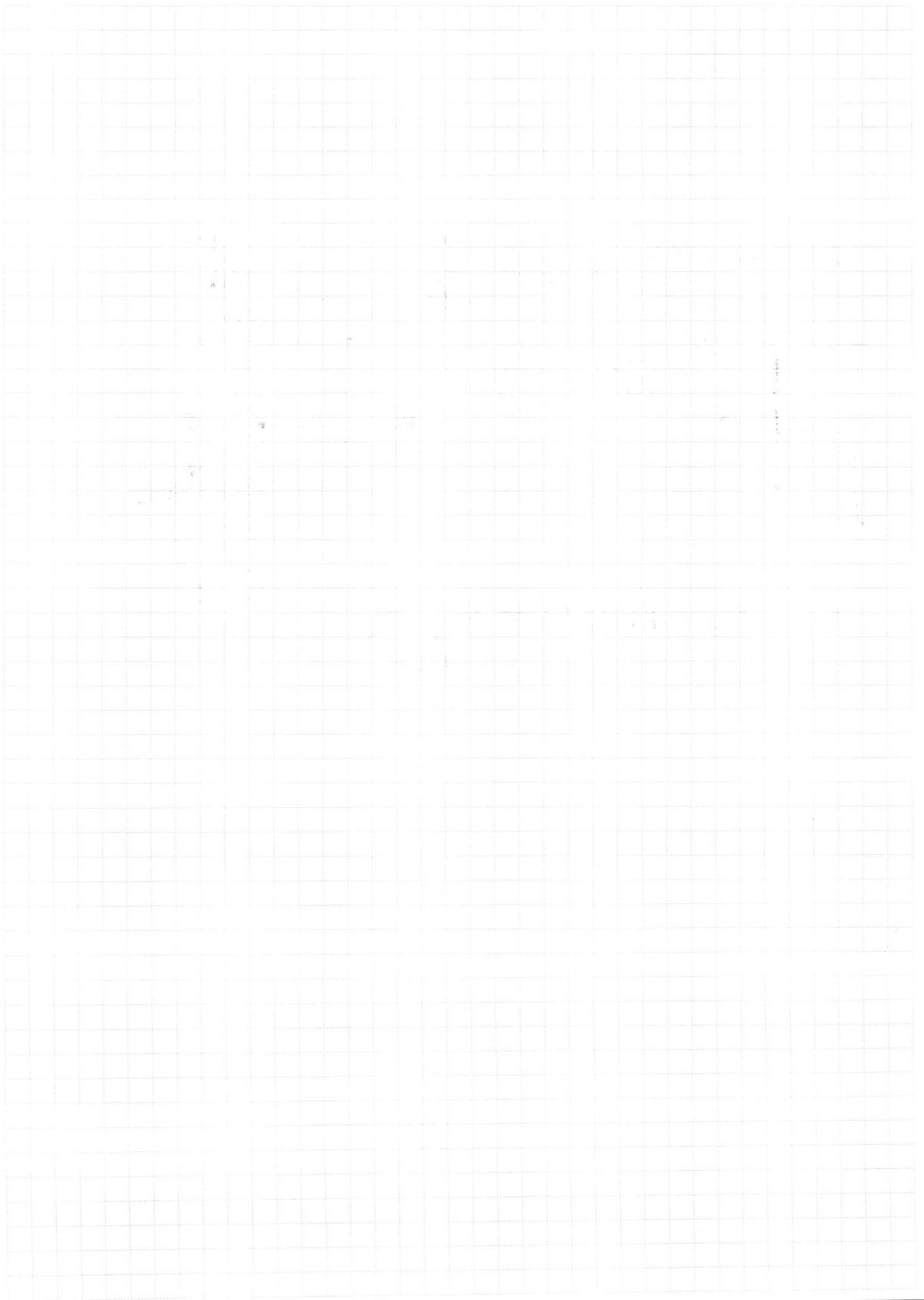
$$\sqrt{2}$$

$$\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$



$$P'V_1' + P'V_2' = P(V_1' + V_2') \Rightarrow P V_1 + P V_2$$

$P' = P.$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4 (продолжение).

$$\Delta W_C = W_{\text{кон}} - 0 + \frac{C \varepsilon^2}{2} - \text{работа по зарядке конденсатора}$$

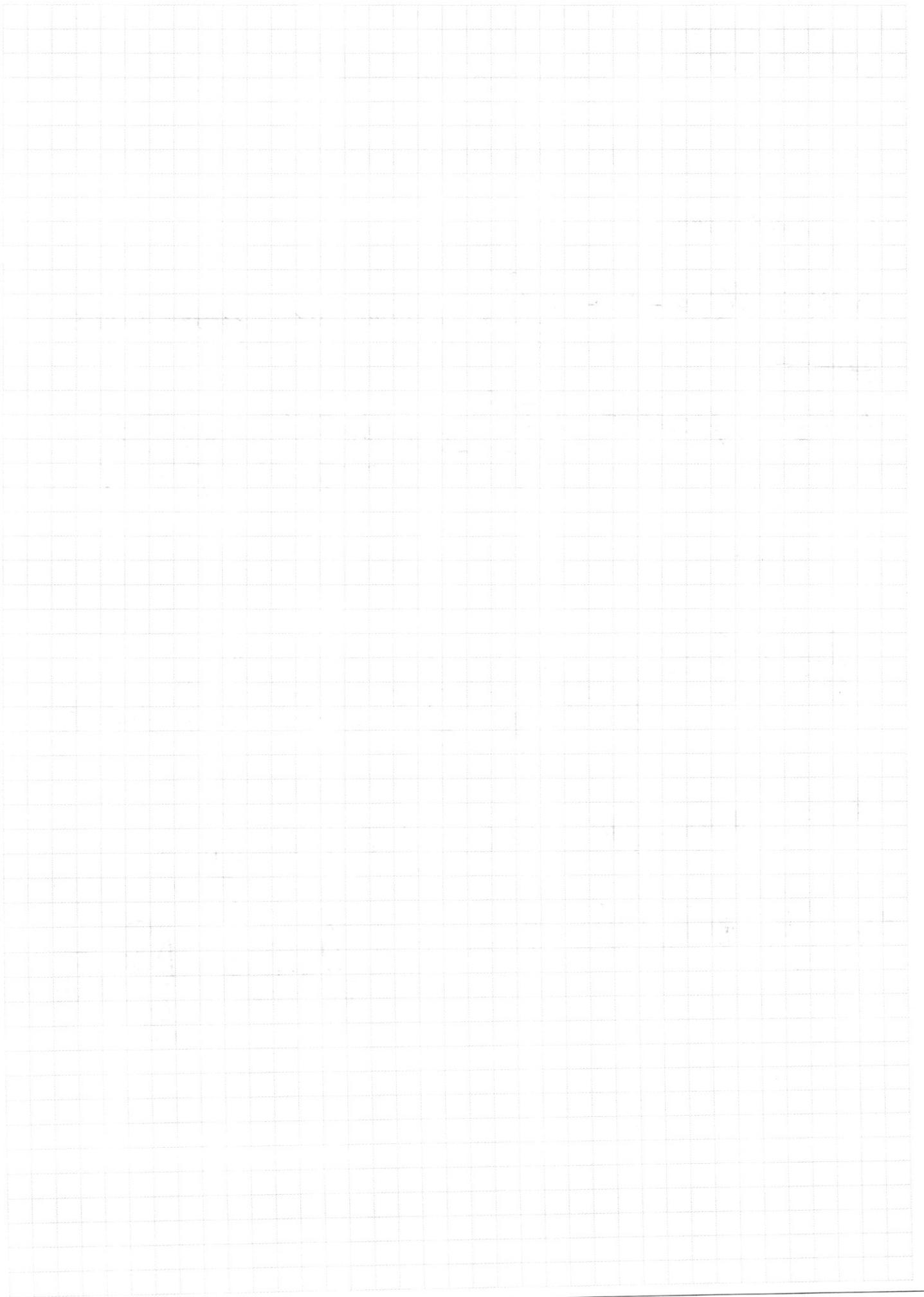
Самостоятельно

$$\Delta W_L - \text{работа} \quad \frac{L_2 I_{02}^2}{2} - 0 + \frac{L_1 I_{02}^2}{2} = \frac{5L}{2} I_{02}^2;$$

$$\frac{1}{0.5 F_0} + \frac{1}{f} = \frac{1}{\frac{F_0}{3}} \Rightarrow \frac{2}{F_0} + \frac{1}{f} = \frac{3}{F_0} \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{F_0} \Rightarrow f = F_0;$$

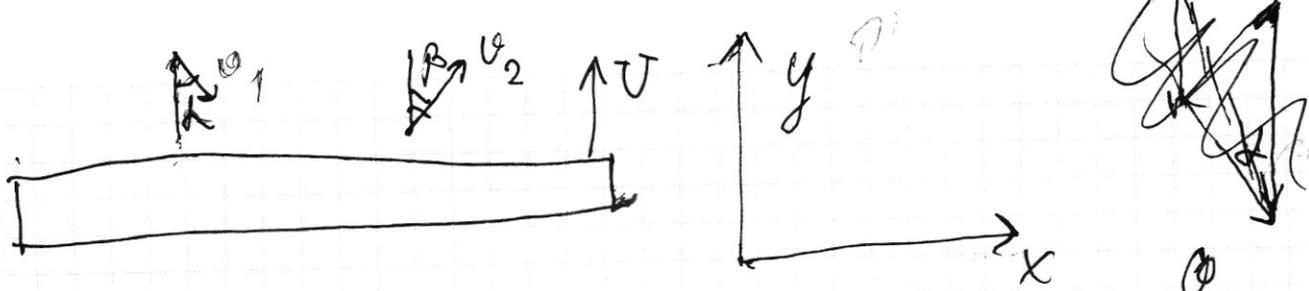
$$\frac{8}{9} \quad D_H = \frac{1}{9} D; \quad \vartheta \tau_0 = \frac{1}{9} D \Rightarrow \vartheta = \frac{1}{9} \frac{D}{\tau_0};$$

$$\vartheta \tau_0 (t_1 - \tau_0) \vartheta = D \Rightarrow t_1 = \frac{D}{\vartheta} + \tau_0 = \frac{D \tau_0}{\frac{1}{9} D} + \tau_0 = 9 \tau_0 + \tau_0 = 10 \tau_0$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



$$m v_1 \cos \alpha + m v_2 \cos \beta - (-m v_1 \cos \alpha) =$$

$$m v_2 \sin \beta - m v_1 \sin \alpha = 0 \Rightarrow v_2 = \frac{v_1 \sin \alpha}{\sin \beta} = 6 \cdot \frac{2}{3} =$$

$$= 12 \frac{m}{c}$$

$$v_1'^2 = v_2'^2 \Rightarrow \frac{m(v_1')^2}{2} = \frac{m(v_2')^2}{2}$$



$$v_1^2 + U^2 + 2v_1 U \cos \alpha = v_2^2 + 2v_2 U \cos \beta - 2v_2 U \cos \beta$$

9,933
 243,93 9,03
 3,01 8 + 0,301 0,903

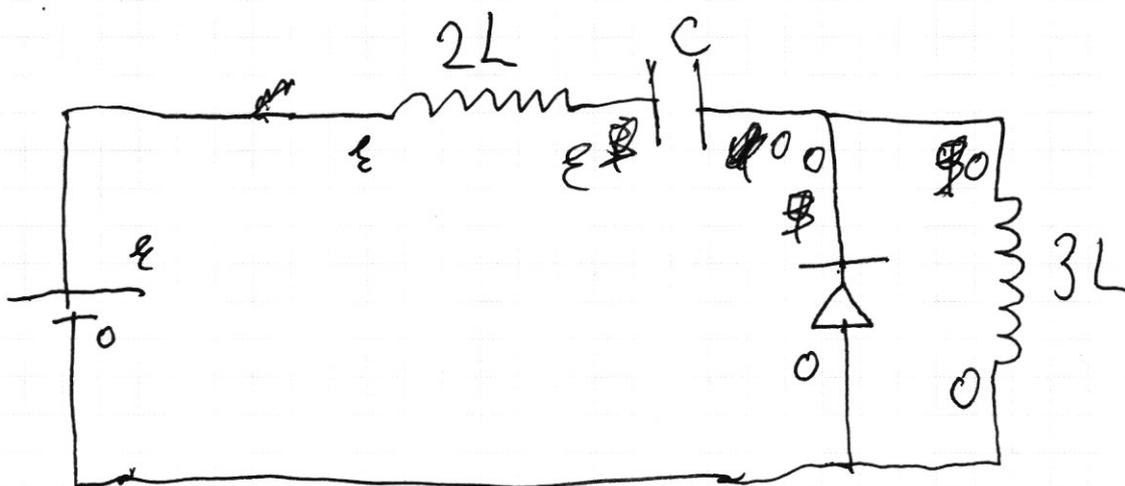
$$v_1^2 + 2v_1 U \cos \alpha = v_2^2 - 2v_2 U \cos \beta$$

$$2v_1 U (\cos \alpha + \cos \beta) = v_2^2 - v_1^2$$

$$\frac{144 - 36}{2 \left(6\sqrt{1 - \frac{4}{9}} + 12\sqrt{1 + \frac{1}{9}} \right)} = \frac{54}{6 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} + \frac{12\sqrt{8}}{3}} = \frac{54}{2\sqrt{5} + 4\sqrt{8}} = \frac{27}{\sqrt{5} + 2\sqrt{8}}$$

155
 31
 $\frac{55 \cdot 3}{25} \cdot 5,831 = 41,55 \cdot \frac{55 \cdot 3}{25}$

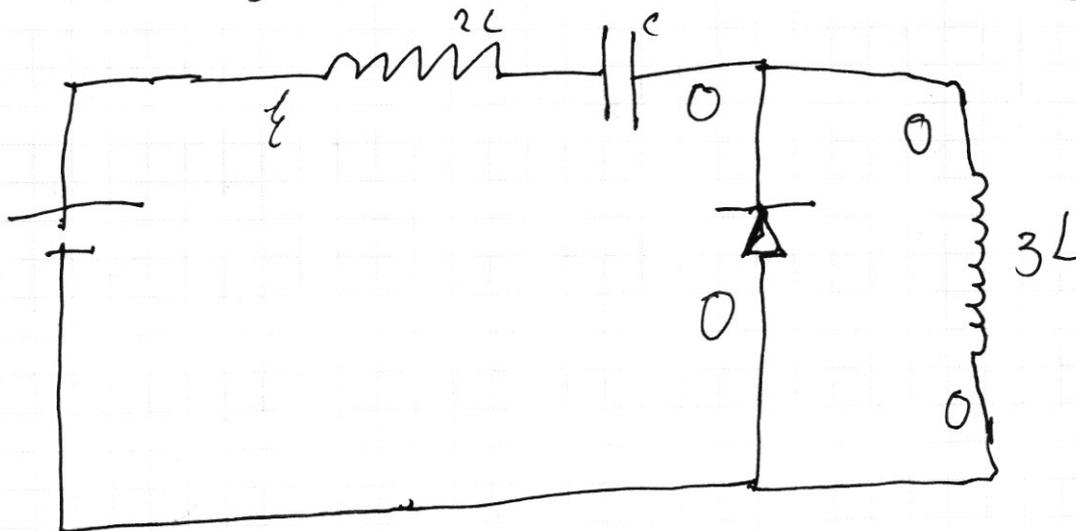
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$LI^1 = V; \quad U_L = 0;$$

$$\frac{C\varepsilon^2}{2} + \frac{2LI^2}{2} + \frac{3LI^2}{2} = C\varepsilon^2$$

$$C\varepsilon^2 + 5LI^2 = 2C\varepsilon^2 \Rightarrow C\varepsilon^2 = 5LI^2 \Rightarrow I = \varepsilon\sqrt{\frac{C}{5L}}$$



$$I = \varepsilon\sqrt{\frac{C}{5L}}$$