

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

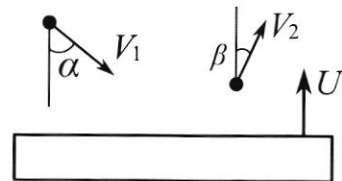
Класс 11

Вариант 11-04

Шифр

(заполняется секретарем)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 18$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{2}{3}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{3}{5}$) с вертикалью.

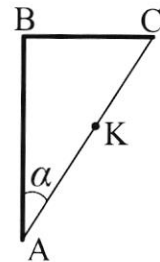


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится аргон, во втором – криптон, каждый газ в количестве $\nu = 3/5$ моль. Начальная температура аргона $T_1 = 320$ К, а криптона $T_2 = 400$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

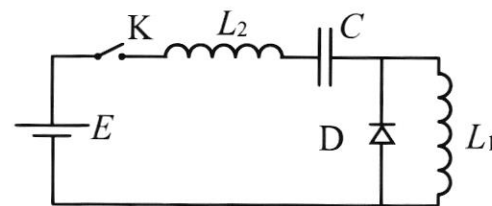
- 1) Найти отношение начальных объемов аргона и криптона.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал криптон аргону?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



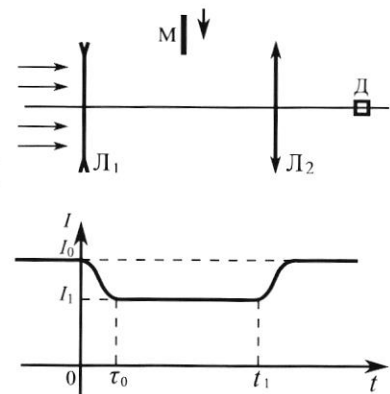
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = 2\sigma/7$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/9$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 5L$, $L_2 = 4L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ K разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_2 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{01} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{02} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусными расстояниями $-2F_0$ и F_0 , соответственно. Расстояние между линзами $2F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии F_0 от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 7I_0/16$

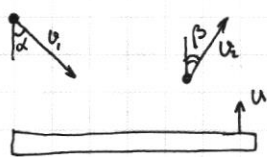


- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

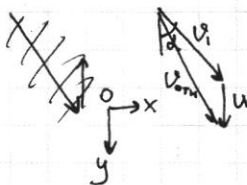
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1
 $v_1 = 18 \text{ м/с}$
 $\sin \alpha = \frac{2}{3}$
 $\sin \beta = \frac{3}{5}$



1) В ИСО массивной плиты угол падения равен углу отскока

$$\vec{v}_{отн1} = \vec{v}_1 - \vec{u}$$



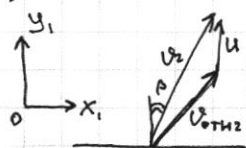
По модулю $v_{отн1}$ скорость шарика до удара равна $v_{отн2}$ скорости шарика после удара (в ИСО плиты)

$$Ox: v_{отнx} = v_1 \sin \alpha$$

$$Oy: v_{отны} = v_1 \cos \alpha + u$$

из геометрии

2) В ЛСО после удара шарик будет иметь скорость $\vec{v}_2 = \vec{v}_{отн2} + \vec{u}$



При этом $Ox_1: v_2 \sin \beta = v_{отнx} = v_1 \sin \alpha$ (1)

$$Oy_1: v_2 \cos \beta = v_{отны} + u = v_1 \cos \alpha + 2u$$
 (2)

из геометрии

$$v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$
 из (1)

$$v_2 = 18 \cdot \frac{10}{9} = 20 \text{ (м/с)}$$

3) $2u = v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha$ из (2)

$$\cos \beta = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \pm \sqrt{1 - \frac{5}{9}} = \pm \frac{\sqrt{5}}{3} = \pm \frac{4}{5}$$

(знак в зависимости от того острый угол или тупой, но угол $\beta \leq 90^\circ$, значит $\cos \beta = \frac{4}{5}$)

$$u = \frac{v_2 \cos \beta \pm v_1 \cos \alpha}{2}$$

$$u_1 = \frac{20 \cdot \frac{4}{5} + 18 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3}}{2} = 8 + 3\sqrt{5}$$

$$u_2 = \frac{20 \cdot \frac{4}{5} - 18 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3}}{2} = 8 - 3\sqrt{5}$$

(В этом случае $v_1 \cos \alpha$ должно быть меньше u)

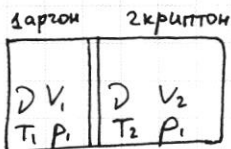
Но $6\sqrt{5} > 8 - 3\sqrt{5}$ значит такой вариант не возможен $\alpha < 90^\circ$
 u возможно единственное значение u

Ответ: 1) $v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 20 \text{ м/с}$

2) $u = \frac{v_2 \cos \beta + v_1 \cos \alpha}{2} = 8 + 3\sqrt{5} \text{ м/с}$

см. еще стр. 2

N2



1) Давления газов равны в течение всего процесса т.к. поршень движется без трения и ускорения (медленно), а по горизонтали других сил нет на поршень

2) По закону Менделеева-Клапейрона:

Для аргона: $P_1 V_1 = \nu R T_1 \rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{320}{400} = 0,8$
 Для криптона: $P_1 V_2 = \nu R T_2$

3) Сосуд теплоизолирован \rightarrow теплота к системе не подводилась и не отводилась, трения нет, значит верен Закон сохранения энергии: (для системы)

$U_{\text{аргона}} + U_{\text{криптона}} = U_{\text{аргона}} + U_{\text{криптона}}$ (скорость поршня почти нулевая)

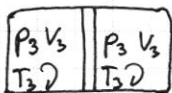
$\frac{3}{2} \nu R T_1 + \frac{3}{2} \nu R T_2 = \frac{3}{2} \nu R T_3 + \frac{3}{2} \nu R T_3$

$T_1 + T_2 = 2 T_3 \rightarrow T_3 = \frac{T_1 + T_2}{2}$

$T_3 = 360 \text{ K}$

Когда температура установится у аргона и криптона она будет равна. (T_3)

4) В установившемся состоянии давления газов равны и температуры тоже, значит вследствие закона Менделеева-Клапейрона объёмы так же будут равны.



$V_3 + V_3 = V_1 + V_2 = 1,8 V_2 \rightarrow V_2 = 0,9 V_3$

$P_3 V_3 = \nu R T_3 = \frac{3}{2} \nu R T_3$

5) По закону сохранения энергии для аргона:

$Q = \Delta U_{\text{аргона}} + A_{\text{арг}}$, где Q - теплота которую аргон получил от криптона

Следует заметить, что работы газов равны по модулю и противоположны по знаку. Это следует из того, что поршень не приобрёл скорость, а значит его кин. энергия не изменилась и суммарная работа внешних сил 0 (не пригодились)

$A_{\text{арг}} + A_{\text{крип}} = 0 \rightarrow A_{\text{арг}} = -A_{\text{крип}}$

ЗСЭ для криптона: $-Q = \Delta U_{\text{крип}} + A_{\text{крип}} = \Delta U_{\text{крип}} - A_{\text{арг}}$

$A_{\text{арг}} = \Delta U_{\text{крип}} + Q$

~~6) $Q = \Delta U_{\text{арг}} + \Delta U_{\text{крип}} + Q$ из п. 2~~

~~$P_1 V_1 + P_2 V_2 = \nu R (T_1 + T_2)$
 $P_1 = \frac{\nu R (T_1 + T_2)}{V_1 + V_2} = \frac{\nu R (T_1 + T_2)}{2 V_3}$~~

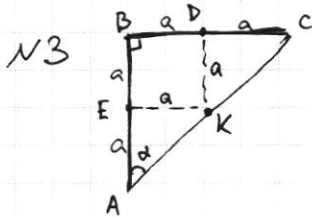
Закон Менделеева-Клапейрона для криптона в начале и в конце т.к. $V_3 = 0,9 V_2$ из п. 4
 $P_1 V_2 = \nu R T_2 \rightarrow \frac{P_1 V_2}{P_3 V_3} = \frac{T_2}{T_3}$

$\frac{P_1}{0,9 P_3} = \frac{T_2}{T_3} \rightarrow P_1 = P_3 \rightarrow$ процесс изобара $\rightarrow C = C_p = \frac{5}{2} R + R = \frac{7}{2} R$

$Q = C_p \nu \Delta T_{23} = \frac{5}{2} \cdot 8,31 \cdot \frac{3}{5} \cdot 40 = 8,31 \cdot 20 \cdot 3 = 498,6$

Ответ: 1) $\frac{V_1}{V_2} = 0,8$ 2) $T_3 = 360 \text{ K}$ 3) $Q = 498,6 \text{ Дж}$ см. стр. 3

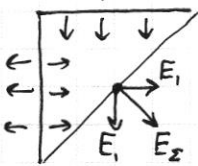
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1) Из геометрии $\angle CAB, \angle BCA = 90^\circ - \angle CAB = 45^\circ = \frac{\pi}{4}$
т.е. $\triangle ABC$ - равнобедренный $\rightarrow PK = EK = \frac{1}{2} AB = a$

2) Рассмотрим случай когда AB не заряжена, тогда BC создает однородное поле напряженностью $E_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$
и в точке K напряженность равняется E_1

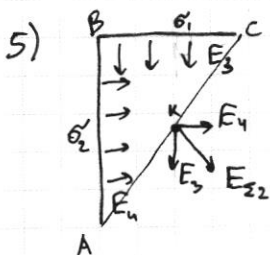
3) Когда зарядит пластину AB она также будет создавать однородное поле с напряженностью по модулю равной E_1 , значит картина будет следующей:



$$E_3 = \sqrt{E_1^2 + E_1^2} = E_1 \sqrt{2}$$

Тогда $\frac{E_3}{E_1} = \sqrt{2}$ во столько раз увеличится напряженность в т.к

4) Видим, что т.к. бесконечные пластины создают однородные поля, то для определения напряженности поля в той или иной точке нужно знать вклад каждой пластины, при этом расстояние на котором находится точка K от пластины не важно (в рамках модели поля однородные вплоть до бесконечности) однако важно, что $BK = KC$ и $BK = AK$, т.е. в таком случае можно сказать что $E_3 \perp BC$ и $E_4 \perp AB$ даже при конечных BC и AB



$$E_3 = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$E_4 = \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$E_{32} = \sqrt{E_3^2 + E_4^2} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{4\epsilon_0^2} + \frac{\sigma^2}{4\epsilon_0^2}} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{53}{196}} = \frac{\sigma \sqrt{53}}{14 \epsilon_0}$$

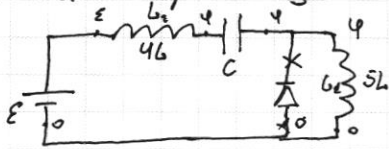
Ответ: 1) $\sqrt{2}$

$$2) E_{32} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{4\epsilon_0^2} + \frac{\sigma^2}{4\epsilon_0^2}} = \frac{\sqrt{53} \sigma}{14 \epsilon_0}$$

см. стр. 4

ИЧ

1) Рассмотрим цепь сразу после замыкания

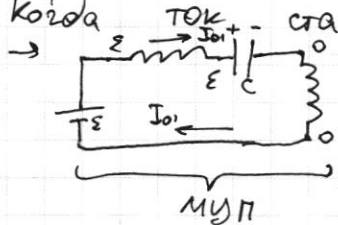


Метод узловых потенциалов

Ток скачком не появляется из-за катушек
И напряжение на конденсаторе тоже
 $U_{L_2}(0) = \varepsilon - \varphi$
 $U_{L_1}(0) = \varphi$
 $W(0) = 0$
нет тока, конденсатор не заряжен

Диод закрыт первую "половину" колебаний

2) Когда ток станет максимальным $U_{L_2}(t_1) = 0$; $U_{L_1}(t_1) = 0 \rightarrow$



$$U_C(t_1) = \varepsilon$$

Следует заметить, что в этот момент ток равен I_{01} , т.к. когда он потечёт в обратную сторону откроется диод и ток пойдёт через диод

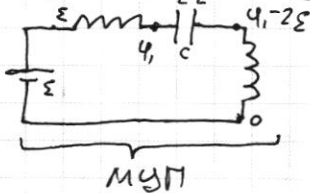
~~$I_{01} = \varepsilon / C$~~ ЗСЭ: $\Delta \varepsilon = \Delta W + Q$ $Q=0$, т.к. нет резисторов

$$C\varepsilon^2 = \frac{1}{2}L_1 I_{01}^2 + \frac{1}{2}L_2 I_{01}^2 + \frac{1}{2}C\varepsilon^2$$

$$\frac{1}{2}C\varepsilon^2 = \frac{1}{2}5L I_{01}^2 + \frac{1}{2}4L I_{01}^2$$

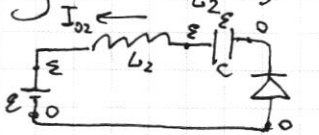
$$I_{01}^2 = \frac{4}{9} \frac{C\varepsilon^2}{L} \rightarrow I_{01} = \sqrt{\frac{4C\varepsilon^2}{9L}} = \frac{\varepsilon}{3} \sqrt{\frac{4C}{L}}$$

3) Когда ток снова станет равен 0 пройдёт время $t_2 = 2t_1$, 2ε и цепь будет следующая



В обратном направлении ток потечёт через диод $\rightarrow U_{L_1} = 0$

В момент когда ток достигнет максимума $U_{L_2}(t_3) = 0$

Цепь будет следующая:  } МУП

$$\text{ЗСЭ: } C\varepsilon^2 = \frac{1}{2}L_2 I_{02}^2 + \frac{1}{2}C\varepsilon^2$$

$$C\varepsilon^2 = L_2 I_{02}^2 \rightarrow I_{02} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{4L}} = \frac{\varepsilon}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

4) По формуле Томпсона пока диод закрыт


$$T_1 = 2\pi \sqrt{C(4L+5L)} = 2\pi \sqrt{9LC} = 6\pi \sqrt{LC}$$

Пока открыт:

$$T_2 = 2\pi \sqrt{C \cdot 4L} = 4\pi \sqrt{LC}$$

Значит период таких колебаний: $T = \frac{1}{2}T_1 + \frac{1}{2}T_2 = 5\pi \sqrt{LC}$

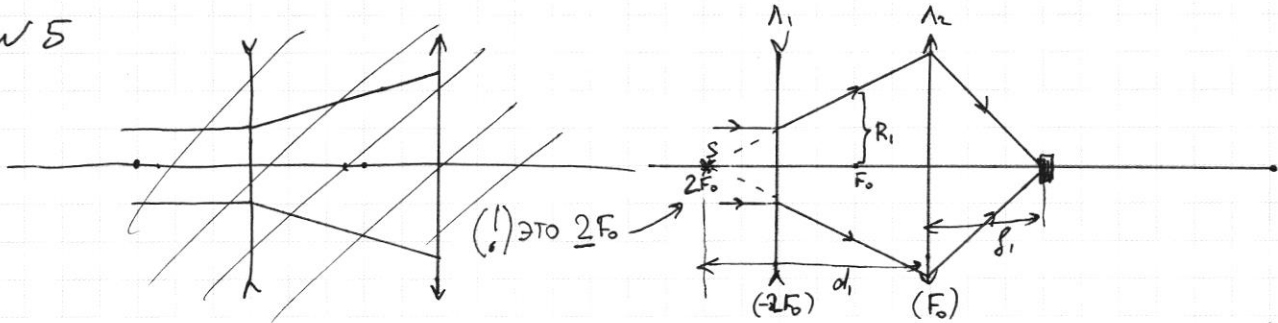
Ответ: 1) $T = 5\pi \sqrt{LC}$
2) $I_{01} = \frac{\varepsilon}{3} \sqrt{\frac{4C}{L}}$
3) $I_{02} = \frac{\varepsilon}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$

Т.к. 
 $L_{\text{экв}} = L_a + L_b$

см. стр. 5

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5



- 1) Для L_2 действительным изображением является пучок лучей расходящихся из точки S (см. рис.) (масштаб не учитан)

$$d_1 = 4F_0$$

По формуле тонкой линзы $\frac{1}{4F_0} + \frac{1}{f_1} = \frac{1}{F_0} \rightarrow f_1 = \frac{4}{3}F_0$
Изо на таком расстоянии находится фотодетектор

- 2) Из рисунка видно, что крайними лучами для фотодетектора будут лучи проходящие через край линзы 2

Из геометрии на расстоянии F_0 от L_1 радиус светового пятна R_1

$$\frac{R_1}{3F_0} = \frac{D}{4F_0} \rightarrow R_1 = \frac{3}{4}D$$

- 3) Т.к. интенсивность пропорциональна I , а также пропорциональна площади светового пятна то значит

$$\frac{\pi R_1^2 - S_m}{\pi R_1^2} = \frac{7}{16}, \text{ где } S_m - \text{площадь мишени}$$

$$S_m = \pi r_m^2, \text{ } r_m - \text{радиус мишени}$$

$$S_m = \frac{9}{16} \pi R_1^2 = \frac{81 \pi D^2}{16^2} \rightarrow r_m = \frac{9}{16} D$$

4) $v = \frac{2r_m}{t_0} = \frac{9D}{8t_0}$ *из кинематики*

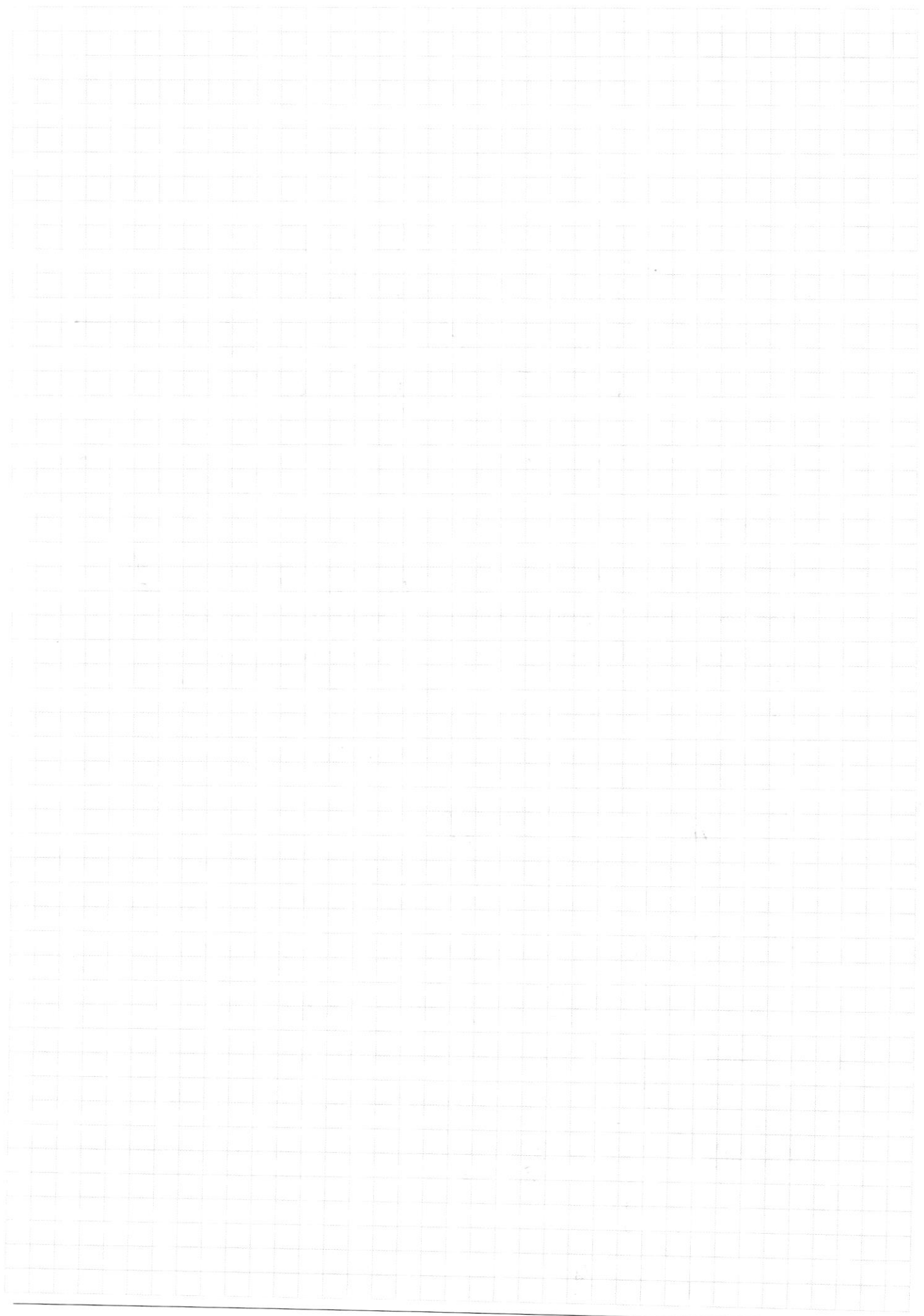
5) $t_1 = \frac{2R_1 - 4r_m}{v} + t_0 = \frac{(2R_1 - 2D)t_0}{D} + t_0 = t_0 \left(\frac{2R_1}{D} \right)$

$$t_1 = \frac{2R_1}{D} t_0 = \frac{6 \cdot 8}{4 \cdot 8} t_0 = \frac{3 \cdot 8}{9 \cdot 2} t_0 = \frac{4}{3} t_0 \text{ (время пока нижняя точка мишени заслоняет свет)}$$

Ответ: 1) $f_1 = \frac{4}{3}F_0$

2) $v = \frac{9D}{8t_0}$

3) $t_1 = \frac{4}{3}t_0$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 6
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$k \frac{q_i}{\sqrt{b^2}}$$

$$k \frac{Q}{b^2}$$

$$k \frac{\sigma \cdot 2a}{b^2}$$



$$\sqrt{60} \\ \approx 23,9 \\ \frac{6}{149,6}$$



$$k \frac{\sigma \cdot 2a}{a^2}$$

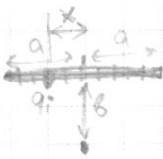
$$k \frac{\sigma}{a} = \frac{\sigma k}{a}$$

$$\frac{S_{BC}}{S_{AB}} = \lg \frac{T}{S}$$

$$\sigma_1 = \frac{Q_1}{S_{BC}}$$

$$2k \frac{\sigma}{a}$$

$$\sigma_2 = \frac{Q_2}{S} = \frac{Q_2}{S}$$



$$R_{CM}^2 = \frac{S}{T_6} \pi R_1^2$$

$$E = \sum E_i = \sum \frac{k q_i}{(\sqrt{x^2 + b^2})^2} = k \sum_0^a \frac{q_i}{x^2 + b^2}$$

$$R_{CM}^2 = \frac{3}{4} R_1 = \frac{9}{T_6}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

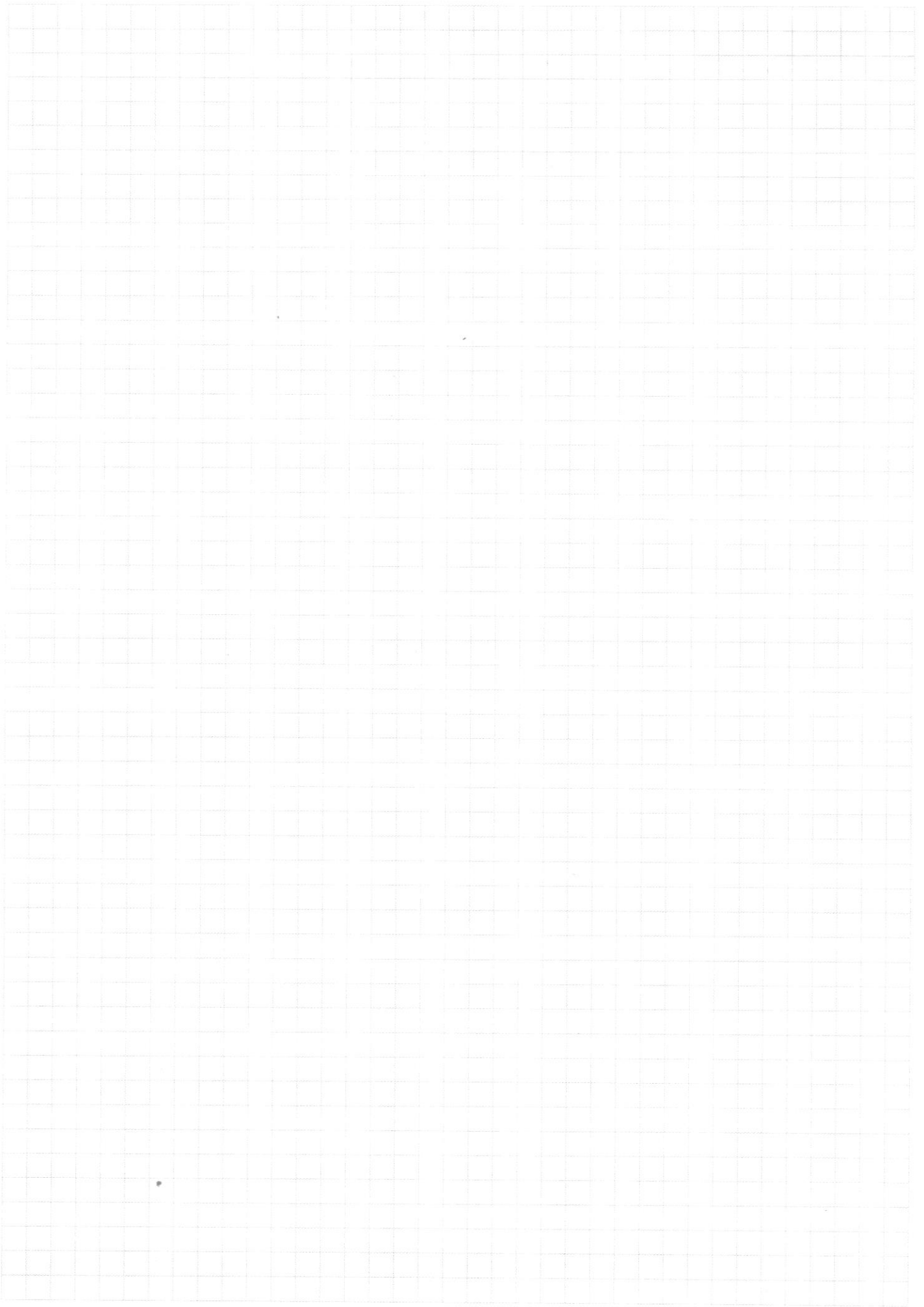
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)