



# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

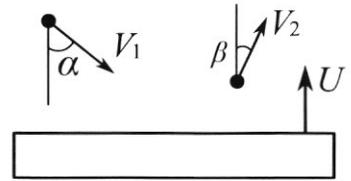
Класс 11

Вариант 11-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью  $U$  вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость  $V_1 = 6$  м/с, направленную под углом  $\alpha$  ( $\sin \alpha = \frac{2}{3}$ ) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью  $V_2$ , составляющей угол  $\beta$  ( $\sin \beta = \frac{1}{3}$ ) с вертикалью.

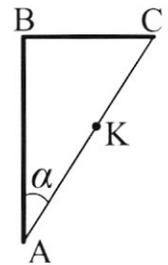


1) Найти скорость  $V_2$ .  
2) Найти возможные значения скорости плиты  $U$  при таком неупругом ударе.  
Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится гелий, во втором – неон, каждый газ в количестве  $\nu = 6/25$  моль. Начальная температура гелия  $T_1 = 330$  К, а неона  $T_2 = 440$  К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Оба газа одноатомные, газы считать идеальными.  $R = 8,31$  Дж/(моль·К).

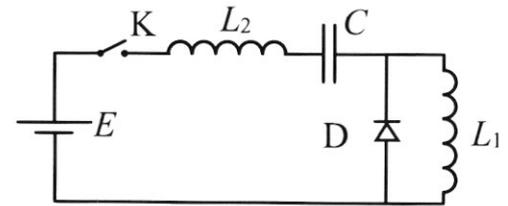
- 1) Найти отношение начальных объемов гелия и неона.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал неон гелию?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



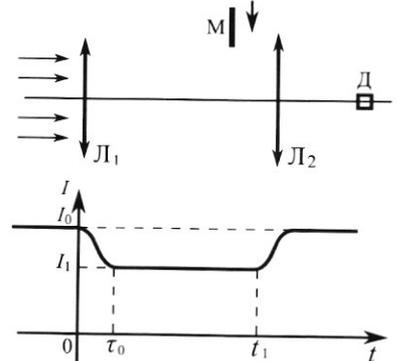
1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол  $\alpha = \pi/4$ . Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?  
2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда  $\sigma_1 = 4\sigma$ ,  $\sigma_2 = \sigma$ , соответственно. Угол  $\alpha = \pi/8$ . Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС  $E$ , катушек с индуктивностями  $L_1 = 3L$ ,  $L_2 = 2L$ , конденсатора емкостью  $C$ , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в  $L_2$ .



- 1) Найти период  $T$  этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток  $I_{01}$ , текущий через катушку  $L_1$ .
- 3) Найти максимальный ток  $I_{02}$ , текущий через катушку  $L_2$ .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз  $L_1$  и  $L_2$  (см. рис.) с фокусными расстояниями  $F_0$  и  $F_0/3$ , соответственно. Расстояние между линзами  $1,5F_0$ . Диаметры линз одинаковы и равны  $D$ , причем  $D$  значительно меньше  $F_0$ . На линзу  $L_1$  падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии  $5F_0/4$  от  $L_1$ . На рисунке показана зависимость тока  $I$  фотодетектора от времени  $t$  (секундомер включен в момент начала уменьшения тока).  $I_1 = 8I_0/9$ .



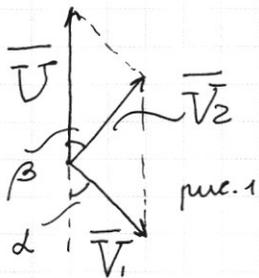
- 1) Найти расстояние между линзой  $L_2$  и фотодетектором.
  - 2) Определить скорость  $V$  движения мишени. 3) Определить  $t_1$ .
- Известными считать величины  $F_0$ ,  $D$ ,  $\tau_0$ .



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

### Задача 1.

1) Если удар неупругий, значит скорость шмты не изменилась, то есть шмта просто сообщила шарину доминирующую скорость, равную  $U$ , это значит, что  $\vec{V}_2 = \vec{V}_1 + \vec{U}$  (рис. 1). Опустим проекции векторов на



ось, перпендикулярную вектору  $\vec{U}$ , тогда

получим, что  $V_2 \sin \beta = V_1 \sin \alpha \Rightarrow$

$$\Rightarrow V_2 = V_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 6 \cdot \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = 12 \text{ м/с}$$

2) Теперь опустим проекции векторов на

ось, параллельную вектору  $\vec{U}$ . Тогда получим, что

$$U = V_2 \cos \beta - V_1 \cos \alpha; \quad \cos \beta = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2} = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\sin \cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \pm \frac{\sqrt{5}}{3}. \quad \text{По условию шмта}$$

движется вверх, значит  $U > 0$ . Тогда выполняется

$$1. U = 12 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - 6 \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} = 8\sqrt{2} - 2\sqrt{5} \text{ м/с}$$

$$2. U = 12 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - 6 \cdot \left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right) = 8\sqrt{2} + 2\sqrt{5}$$

Ответ. 1)  $V_2 = 12 \text{ м/с}$ ; 2)  $U = \{ 8\sqrt{2} - 2\sqrt{5}; 8\sqrt{2} + 2\sqrt{5} \} \text{ м/с}$

### Задача 2.

He, $v$	Ne, $v, T_2,$
$T_1, v_1,$	$v_2, p_1$
$p_1$	

1) вискине поршне находится в равновесии, значит начальные объемы газа и масса равны, обозначим это давление зар.

$V_1$  и  $V_2$  - объемы газа и масса соответственно, тогда запишем уравнение Клапейрона-Менделеева для газов:

$$p_1 V_1 = \nu R T_1^{(1)} \text{ и } p_1 V_2 = \nu R T_2 \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{330}{440} = \frac{3}{4}$$

2) Воздух теплоизолирован, это значит, что внутренняя энергия по содержанию остается неизменной, что для внутри нее происходит. Пусть  $T$  - установившаяся температура, запишем тогда равновесие начальной и конечной энергий:  $\frac{3}{2} \nu R T_1 + \frac{3}{2} \nu R T_2 = \frac{3}{2} \nu R T + \frac{3}{2} \nu R T \Rightarrow T = \frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{330 + 440}{2} = 375 \text{ K}$

3)  $V$  - объем всего сосуда;  $\frac{V}{2}$  - объемы и массы и масса так как их температуры, давления, количество вещества одинаковы.  $V_1 + V_2 = V$ ;  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{4} \Rightarrow V_1 = \frac{3}{7} V$ ;  $V_2 = \frac{4}{7} V$ . Т.к. сосуд теплоизолирован, то теплота, которую передает одна часть равна теплоте, которую получает другая.

По первому закону термодинамики  $\delta Q = dU + \delta A$ ; для газа имеем  $Q = \Delta U + A$ ;

$\Delta U = \frac{3}{2} \nu R (T - T_1)$ ; из (1) следует, что  $p_1 = \frac{\nu R}{V} \cdot \frac{7}{3} T_1 = \frac{\nu R}{V} \cdot \frac{7}{3} \cdot 330 = 770 \frac{\nu R}{V}$ ;  $p$  - давление газа в уют. состоянии после теплообмена, тогда аналогично  $p = \frac{\nu R T}{\frac{V}{2}} = \frac{\nu R}{V} \cdot 2T = \frac{\nu R}{V} \cdot 2 \cdot 375 = 770 \frac{\nu R}{V} \Rightarrow p = p_1$ ,

значит изменение объема происходит при постоянном давлении (процесс изобарический, может медленный).

Тогда по определению  $A = p \Delta V = p \left( \frac{V}{2} - \frac{3}{7} V \right) = \frac{1}{14} p V = \frac{1}{14} \cdot \frac{\nu R}{V} \cdot \frac{7}{3} T_1 \cdot V = \frac{1}{6} \nu R T_1$ ; Тогда имеем, что

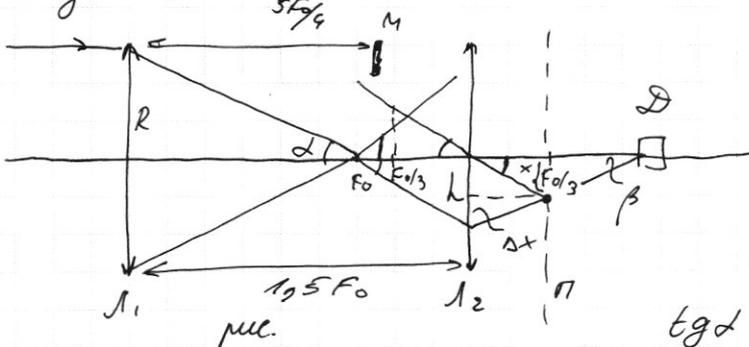
$$Q = \frac{3}{2} \nu R (T - T_1) + \frac{1}{6} \nu R T_1 = \frac{3}{4} \nu R T_1 + \frac{3}{4} \nu R T_2 - \frac{3}{2} \nu R T_1 + \frac{1}{6} \nu R T_1 = \frac{3}{4} \nu R T_2 - \frac{7}{12} \nu R T_1 = \frac{\nu R}{4} \left( 3T_2 - \frac{7}{3} T_1 \right) = \frac{6 \cdot 8,31}{25 \cdot 4} (3 \cdot 440 - \frac{7}{3} \cdot 330) = \frac{6 \cdot 8,31}{100} (1320 - 770) = \frac{6 \cdot 8,31 \cdot 550}{100} = 274,23 \text{ Дж}$$

Отвеч. 1)  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{4}$ ; 2)  $T = \frac{T_1 + T_2}{2} = 375 \text{ K}$ ;

3)  $Q = \frac{\nu R}{4} \left( 3T_2 - \frac{7}{3} T_1 \right) = 274,23 \text{ Дж}$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3.



1)  $R = D/2$ , построим  
ход лучей (рис),  $\alpha, h, x, \Delta x$ -  
обозначим (рис.)

$\Pi$  - ортогональная проекция

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{R}{F_0}; \operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{0.5F_0} \Rightarrow h = \frac{R}{2}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{x}{F_0/3} = \frac{3x}{F_0} \Rightarrow x = \frac{R}{3} \Rightarrow \Delta x = h - x = \frac{R}{2} - \frac{R}{3} = \frac{R}{6}; l - \text{расстояние}$$

$$\text{на отрезке } \Delta_2 \text{ до } D: \operatorname{tg} \beta = \frac{h}{l} = \frac{R}{2l}; \operatorname{tg} \beta = \frac{\Delta x}{F_0/3} = \frac{R/6}{F_0/3} = \frac{R}{2F_0} \Rightarrow l = F_0$$

2) По условию  $N \sim I$ , во второй стороне  $N \sim S \Rightarrow \frac{S_2}{S_1} = \frac{I_2}{I_1} \quad (1)$

$h$  - диаметр шмшшш,  $\frac{H}{F_0/4} = \frac{R}{F_0} \Rightarrow H = \frac{R}{4}$ , радиус точки, где шмшшш

его пересекает. Из (1) и графика получим, что  $\frac{\pi(\frac{R}{4})^2}{\pi(\frac{R}{4})^2 - \pi(\frac{R}{8})^2} = \frac{I_2}{I_1} = 2$

$$\Rightarrow 1 - \frac{4h^2}{R^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{4h^2}{R^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2h}{R} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{h}{R} = \frac{1}{4} \Rightarrow h = \frac{R}{4}$$

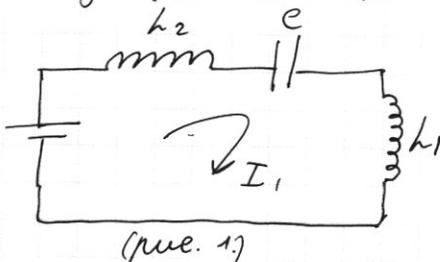
Обычно, что  $\frac{h}{v} = \tau_0 \Rightarrow v = \frac{h}{\tau_0} = \frac{R}{4\tau_0} = \frac{D}{16\tau_0}$

3)  $\tau_1 - \tau_0 = \frac{R/4 - h}{v} = \frac{R/4 - R/8}{\frac{D}{16\tau_0}} = 2\tau_0 \Rightarrow \tau_1 = 3\tau_0$

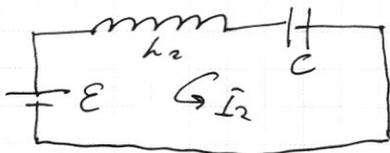
Ответ. 1)  $F_0$ ; 2)  $\frac{D}{16\tau_0}$ ; 3)  $3\tau_0$ .

Задача 4.

1) Диод идеальный, поэтому, сначала цепь шмшш без (рис.1).



После, когда ток пойдет в обратную  
сторону, напряжение на катушке  $L_1$   
будет равно 0 и ток будет идти  
через диод. Цепь примет вид (рис.2)



(рис.2)

постому период  $T$  складывается из полупериодов  $\frac{T_1}{2}$  и  $\frac{T_2}{2}$ , учитывая  $L_1, L_2$

соответственно. Получаем  $T = \frac{T_1}{2} + \frac{T_2}{2} =$

$$= \frac{\pi}{\omega_{01}} + \frac{\pi}{\omega_{02}} = \pi (\sqrt{(L_1 + L_2)C} + \sqrt{L_2 C}) - \text{по формуле резонанса} \rightarrow T =$$

$$= \pi (\sqrt{(3L + 2L)C} + \sqrt{2LC}) = (\sqrt{5} + \sqrt{2}) \pi \sqrt{LC}$$

2) Запишем ур-е колебаний для LC цепи:  $-\varepsilon + (L_1 + L_2)\ddot{q} + \frac{q}{C} = 0$ ,

где  $q$  - заряд на конденсаторе  $C$ ;  $\ddot{q} + \frac{1}{(L_1 + L_2)C}(q - \varepsilon C) = 0 \Rightarrow$

$\rightarrow q = \varepsilon C + A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ . Начальные условия:  $q(0) = 0$ ,  $\dot{q}(0) = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow 0 = \varepsilon C + A \cos \varphi_0$  и  $0 = -A \omega_0 \sin \varphi_0 \Rightarrow \varphi_0 = 0 \text{ рад} \Rightarrow A = -\varepsilon C$

Ур-е примет вид:  $q(t) = \varepsilon C (1 - \cos(\omega_0 t)) \rightarrow \dot{q}(t) = \varepsilon C \omega_0 \sin(\omega_0 t)$

Значит максимальный ток через катушку  $L_1$  равен

$$I_{01} = \varepsilon C \omega_0 = \frac{\varepsilon C}{\sqrt{(L_1 + L_2)C}} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{5L}}$$

3) При переходе заряд на конд.  $C$  равен  $\varepsilon C$ ; Запишем ур-е

для LC цепи:  $-\varepsilon - L_2 \ddot{q} + \frac{\varepsilon C - q}{C} = 0$ , где  $q$  - заряд, уходящий

из конденсатора;  $\ddot{q} + \frac{1}{L_2 C} q = 0 \Rightarrow q(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$

$q(0) = \varepsilon C$ ;  $\dot{q}(0) = 0$ ;  $\rightarrow \varepsilon C = A \cos \varphi_0$  и  $0 = -A \omega_0 \sin \varphi_0 \Rightarrow \varphi_0 = 0 \text{ рад}$ ;

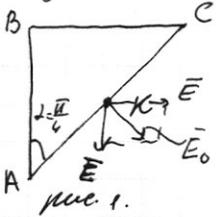
$A = \varepsilon C \Rightarrow q(t) = \varepsilon C \cos(\omega_0 t) \rightarrow \dot{q}(t) = -\varepsilon C \omega_0 \sin(\omega_0 t)$ , значит

максимально  $I_{02} = \varepsilon C \omega_0 = \frac{\varepsilon C}{\sqrt{L_2 C}} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{2L}}$

Ответ. 1)  $T = (\sqrt{5} + \sqrt{2}) \pi \sqrt{LC}$ ; 2)  $I_{01} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{5L}}$ ; 3)  $I_{02} = \varepsilon \sqrt{\frac{C}{2L}}$

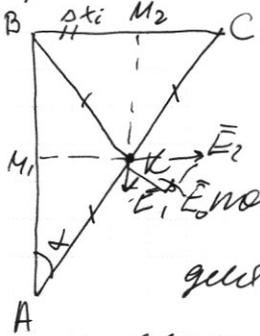
### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3.



1) E-поле, которое создаёт пластинка BC  
Тогда в первом случае, когда  $\alpha = \frac{\pi}{4}$ , она создаёт  
такое же поле, т.к. перпендикулярные плоскости

параллельны (см. рис. 1) Тогда поле станет  
равно  $E_0 = \sqrt{E^2 + E^2} = \sqrt{2}E$ , то есть увеличится в  $\sqrt{2}$  раз.



2)  $AK = CK = BK$ ;  $M_1$  и  $M_2$  - середины AB и BC  
соответственно, поле в т.к есть суперпозиция

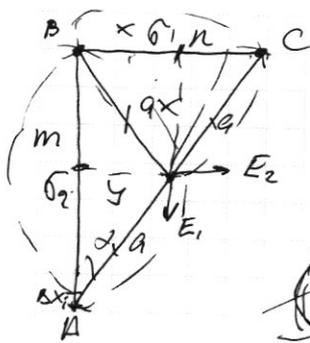
$E_1, E_2$  полей от BC и AB. Рассмотрим сначала поле  
от BC, разрежем BC на много очень тонких  
полос  $dx_i$ ; у этих полос линейная плотность  
равна  $\lambda = \frac{dq}{dl}$ ; Применим теорему Гаусса:  $E \cdot 2\pi r \cdot L = \frac{\lambda L}{\epsilon_0} =$   
 $= E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$  - получим поле от этой полоски на  
расстоянии r. Так как  $r_B$  и  $r_C$  симметричны  
относительно  $M_2$ , то горизонтальные составляющие  
полей взаимно уничтожатся, тогда поле в т.к, создаваемое  
пластинкой BC равно  $E_1 = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 \cdot M_2K} \cdot BC = \frac{\sigma_1}{2\pi\epsilon_0 \cdot M_2K}$ ,  
аналогично для пластины AB:  $E_2 = \frac{\sigma_2}{2\pi\epsilon_0 \cdot M_1K}$ ;  $\frac{M_1K}{M_2K} = \text{tg } \alpha$

$E_1 \perp E_2$ ; т.к.  $\angle ABC = 90^\circ$ ; значит поле  $E_0$  равно:  $E_0 = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} =$   
 $= \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \sqrt{\sigma_1^2 + \frac{\sigma_2^2}{\text{tg}^2 \alpha}} = \frac{\sigma}{2\pi\epsilon_0} \sqrt{1 + 16 \text{ctg}^2 \alpha} = \frac{\sigma}{2\pi\epsilon_0} \sqrt{1 + 16 \text{ctg}^2 \frac{\pi}{4}} = \frac{\sigma}{2\pi\epsilon_0} \sqrt{1 + 16 \cdot \frac{1+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}}$   
 $= \frac{\sigma}{2\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{34 + 15\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}}$

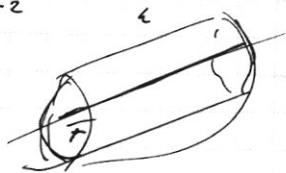
Ответ. 1)  $\sqrt{2}$ ; 2)  $\frac{\sigma}{2\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{34 + 15\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}}$







$$\lambda \frac{dq}{dl} = \frac{dq}{dl}$$



$$E \cdot 2\pi r \cdot l = \frac{\lambda l}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi r \epsilon_0}$$

$$1) E \cdot \pi r^2 = \frac{Q_1 \cdot \pi r^2}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q_1}{\epsilon_0 r^2}$$

$$E_1 = \frac{\lambda}{2\pi x \epsilon_0} \quad E_1 = \frac{\lambda \cdot \frac{a}{x}}{2\pi x \epsilon_0} \quad E_2 = \frac{\lambda \cdot b}{2\pi y \epsilon_0} = \frac{Q_2}{2\pi y \epsilon_0}$$

$$= \frac{Q_1}{2\pi x \epsilon_0}$$

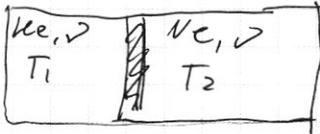
$$\cos \frac{\pi}{4} = \cos \frac{\pi}{2} - 1 \Rightarrow \cos^2 \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2} + 2}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sin \frac{\pi}{4} = \sqrt{1 - \frac{2 + \sqrt{2}}{4}} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2} \Rightarrow \operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}$$

$$\frac{2 - \sqrt{2} + 32 + 16\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} = \frac{34 + 15\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$1) p_1 V_1 = \gamma R T_1 ; p_1 V_2 = \gamma R T_2 \rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{330}{440} = \frac{3}{4} = 0,75$$

$$2) p_2 V_1 = \gamma R T ; p_2 V_2 = \gamma R T \Rightarrow V_1 = V_2 = \frac{V}{2} ; p_1 V = \gamma R (T_1 + T_2)$$

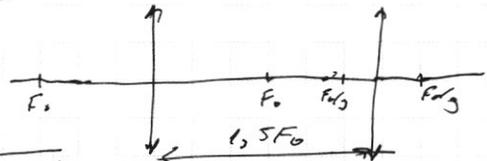
$$Q = \frac{3}{2} \gamma R (T - T_1) + \frac{3}{2} \gamma R (T - T_2) + A ; Q \neq A$$

у3. 1)  $1. E \quad 2. \sqrt{E^2 + E^2} = \sqrt{2} E \approx 1,4 E$   
 $E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$



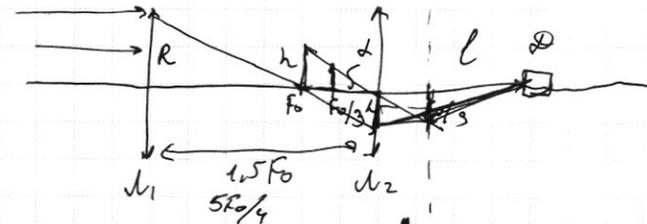
$$E = \frac{Q_1^2}{4\epsilon_0^2} + \frac{Q_2^2}{4\epsilon_0^2} = \frac{\sqrt{Q_1^2 + Q_2^2}}{2\epsilon_0}$$

$$\frac{E_1}{E_2} = \tan \alpha$$



$$\frac{R}{h} = \frac{F_0}{F_3} \Rightarrow h = \frac{R}{F_3}$$

$$\tan \alpha = \frac{R}{F_0}$$



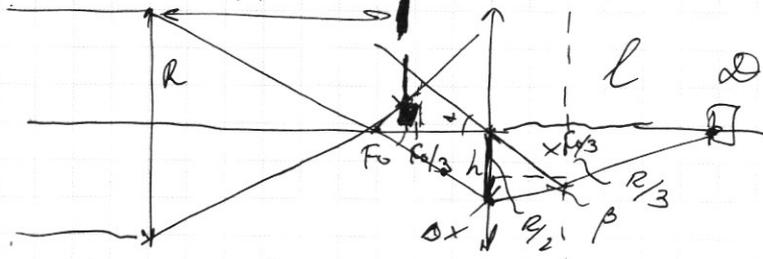
$$1) \frac{R}{h} = \frac{F_0}{0,5 F_0} = 2 \Rightarrow h = \frac{R}{2}$$

$$\tan \alpha = \frac{x}{F_0} = \frac{3x}{F_0}$$

$$\frac{R}{F_0} = \frac{3x}{F_0} \Rightarrow x = \frac{R}{3}$$

$$\Delta x = \frac{R}{2} - \frac{R}{3} = \frac{R}{6}$$

$$\tan \beta = \frac{R/6}{F_0/3} = \frac{R}{2F_0}$$



$$\frac{R/2}{l} = \frac{R}{2F_0} \Rightarrow \frac{1}{l} = \frac{1}{F_0} \Rightarrow l = F_0 \quad N \propto I$$

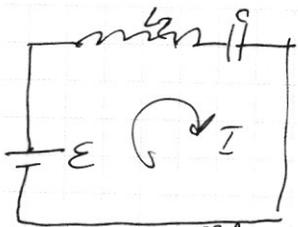
$$2) \frac{h}{v} = \tau_0 ; \frac{h_1}{F_0/4} = \frac{R}{F_0} \Rightarrow h_1 = \frac{R}{4} ; \frac{R-h}{v} = \tau_0 - \tau_0$$

$$N \sim I ; N \sim S \Rightarrow N \sim IS \Rightarrow N = kIS ; S = kI$$

$$\frac{\pi(R/2)^2}{\pi(\frac{R}{4})^2} \cdot \frac{\pi(\frac{R}{4})^2}{\pi(\frac{R}{4})^2 - \pi(\frac{R}{4})^2} = \frac{F_0}{F_1} \Rightarrow 1 - \frac{R^2}{16} = \frac{8}{9} \Rightarrow \frac{4R^2}{16} = \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{2R}{4} = \frac{1}{3} \Rightarrow R = \frac{2}{3}$$

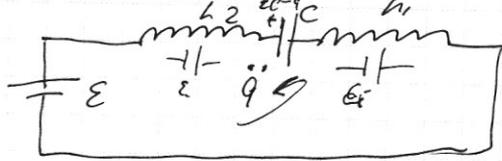
$$\Rightarrow h = \frac{R}{6} \Rightarrow v = \frac{L}{\tau_0} = \frac{R}{6\tau_0} = \frac{D}{12\tau_0} ; \tau_1 = \tau_0 + \frac{D - D/6}{v/12\tau_0} = \tau_0 + \frac{5D}{4} \cdot \tau_0 = 3\tau_0$$

0 - I



$$1) -E + k_2 \dot{I} + \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow \ddot{I} + \frac{1}{k_2 C} q - \frac{E}{k_2} = 0 \Rightarrow \ddot{q} + \frac{1}{k_2 C} (q - EC) = 0; \omega_0^2 = \frac{1}{k_2 C}$$

I - T



$$-E - (k_1 + k_2) \dot{q} + \frac{EC - q}{C} = 0 \Rightarrow \ddot{q} + \frac{1}{(k_1 + k_2)C} q + \frac{E}{k_1 + k_2} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ddot{q} + \frac{1}{(k_1 + k_2)C} (q + EC) = 0 \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{(k_1 + k_2)C}; T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} + \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi (\sqrt{k_2 C} + \sqrt{(k_1 + k_2)C}) = 2\pi (\sqrt{k_2 C} + \sqrt{5k_2 C}) = 2\pi \sqrt{k_2 C} (\sqrt{2} + \sqrt{5}) = (\sqrt{2} + \sqrt{5}) \pi \sqrt{k_2 C}$$

2)  ~~$\ddot{q} + \frac{1}{k_2 C} (q - EC) = 0 \Rightarrow q = EC + A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$~~

$$2) -E - (k_1 + k_2) \dot{q} + \frac{EC - q}{C} = 0 \Rightarrow (k_1 + k_2) \dot{q} + \frac{q}{C} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ddot{q} + \frac{1}{(k_1 + k_2)C} q = 0; q(0) = EC; I(0) = 0$$

~~$q(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \Rightarrow \sin \varphi_0 = 0$~~   $q(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$

$$\sin(\varphi_0) = 0 \Rightarrow \varphi_0 = 0 \Rightarrow EC = A \Rightarrow q(t) = EC \cos(\omega_0 t)$$

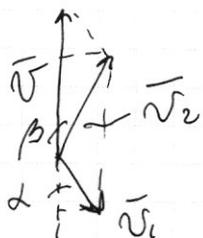
$$\dot{q}(t) = -EC \omega_0 \sin(\omega_0 t); I_{01} = EC \omega_0 = \frac{EC}{\sqrt{(k_1 + k_2)C}} = \frac{EC}{\sqrt{5k_2 C}} = E \sqrt{\frac{C}{5k_2}}$$

$$3) \ddot{q} + \frac{1}{k_2 C} (q - EC) = 0; q(0) = 0, \dot{q}(0) = 0$$

$$q(t) = EC + A \sin(\omega_0 t + \varphi_0); 0 = EC + A \sin \varphi_0; 0 = EC + A \omega_0 \cos \varphi_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}; \Rightarrow A = -EC \Rightarrow q(t) = EC(1 - \sin(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}))$$

$$\dot{q}(t) = -EC \omega_0 \cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}) \Rightarrow I_{02} = EC \omega_0 = \frac{EC}{\sqrt{k_2 C}} = \frac{EC}{\sqrt{2k_2 C}} = E \sqrt{\frac{C}{2k_2}}$$



$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta \Rightarrow v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 6 \cdot \frac{2/3}{1/3} = 12 \text{ m/s}$$

$$v = v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha$$

$$\cos \beta = \pm \sqrt{1 - \frac{1}{9}} = \pm \frac{2\sqrt{2}}{3}; \sin \alpha = \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$v = 12 \cos \beta - 6 \cos \alpha = 6(2 \cos \beta - \cos \alpha)$$

$$1) v = 6(2 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{5}}{3}) = 6 \cdot \frac{4\sqrt{2} - \sqrt{5}}{3}; 2) v = 6(2 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} + \frac{\sqrt{5}}{3}) = 6 \cdot \frac{4\sqrt{2} + \sqrt{5}}{3}$$

$$3) v = 6(-2 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} + \frac{\sqrt{5}}{3}) = 6 \cdot \frac{\sqrt{5} - 4\sqrt{2}}{3} < 0$$