



# Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

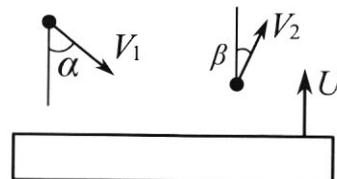
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью  $U$  вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость  $V_1 = 8$  м/с, направленную под углом  $\alpha$  ( $\sin \alpha = \frac{3}{4}$ ) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью  $V_2$ , составляющей угол  $\beta$  ( $\sin \beta = \frac{1}{2}$ ) с вертикалью.



1) Найти скорость  $V_2$ .

2) Найти возможные значения скорости плиты  $U$  при таком неупругом ударе.

Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

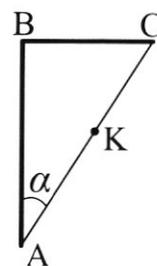
2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве  $\nu = 3/7$  моль. Начальная температура азота  $T_1 = 300$  К, а кислорода  $T_2 = 500$  К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме  $C_V = 5R/2$ .  $R = 8,31$  Дж/(моль·К).

1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.

2) Найти установившуюся температуру в сосуде.

3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

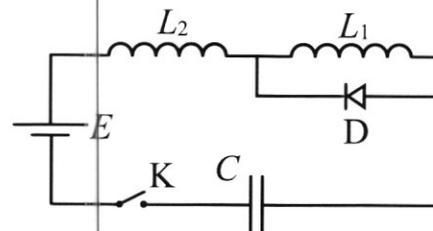
3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол  $\alpha = \pi/4$ . Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?

2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда  $\sigma_1 = 2\sigma$ ,  $\sigma_2 = \sigma$ , соответственно. Угол  $\alpha = \pi/7$ . Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС  $E$ , катушек с индуктивностями  $L_1 = 2L$ ,  $L_2 = L$ , конденсатора емкостью  $C$ , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в  $L_1$ .

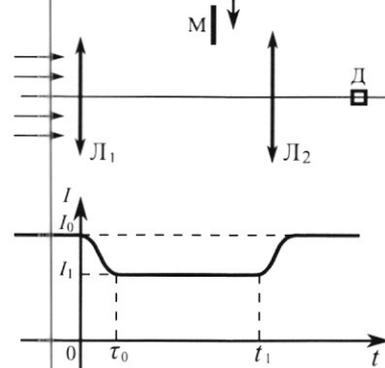


1) Найти период  $T$  этих колебаний.

2) Найти максимальный ток  $I_{M1}$ , текущий через катушку  $L_1$ .

3) Найти максимальный ток  $I_{M2}$ , текущий через катушку  $L_2$ .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз  $L_1$  и  $L_2$  (см. рис.) с фокусным расстоянием  $F_0$  у каждой. Расстояние между линзами  $3F_0$ . Диаметры линз одинаковы и равны  $D$ , причем  $D$  значительно меньше  $F_0$ . На линзу  $L_1$  падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии  $2F_0$  от  $L_1$ . На рисунке показана зависимость тока  $I$  фотодетектора от времени  $t$  (секундомер включен в момент начала уменьшения тока).  $I_1 = 3I_0/4$ .



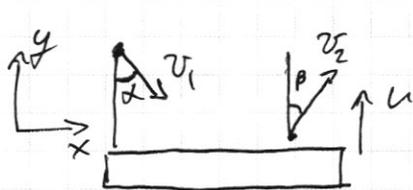
1) Найти расстояние между линзой  $L_2$  и фотодетектором.

2) Определить скорость  $V$  движения мишени. 3) Определить  $t_1$ .

Известными считать величины  $F_0$ ,  $D$ ,  $\tau_0$ .



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Задача 1  
ЗСИ на шарик в проекции на ОХ:

Т. к. планка гладкая, трения нет. Силы по ОХ не действ.

$$1) m v_1 \sin \alpha = m v_2 \sin \beta \Rightarrow v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{3}{2} v_1 = 12 \frac{m}{c}$$

2)  $E_{кин\ нач} - E_{кин\ кон} > 0$ , т. к. удар неупругий.  
Т. к. мы считаем движение шарика равнозамедленным, то можно записать ЗСЭ в Ц.О. планки, т. к. она, как и Л.С.О. инерциальна.

ЗСЭ:  

 проекции скоростей по ОХ неизменны и равны.  
 между собой  $= v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$

ЗСЭ:

$$\frac{m(v_1 \cos \alpha + u)^2 + v_1^2 \sin^2 \alpha}{2} = \frac{m((v_2 \cos \beta - u)^2 + v_2^2 \sin^2 \beta)}{2}$$

$> 0$

$$v_1^2 \cos^2 \alpha + 2u v_1 \cos \alpha - v_2^2 \cos^2 \beta + 2u v_2 \cos \beta > 0$$

$$2u(v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta) > v_1^2 \cos^2 \alpha + v_2^2 \cos^2 \beta$$

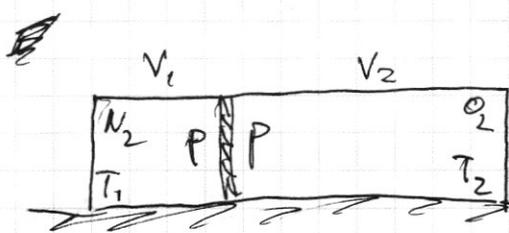
$$u > \frac{-v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta}{2} = \frac{v_1}{2} \cdot \left( \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot 2} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right)$$

↑ разн. квадратов.

44

$$u > \frac{v_1 (3\sqrt{3} - \sqrt{7})}{8} \approx 2,5 \frac{m}{c}$$

Ответ:  $v_2 = 12 \frac{m}{c}$ ;  $v_1 \approx 2,5 \frac{m}{c}$



Задача 2.

Поршень находится в равновесии в начале (при этом

трения нет), давление в обеих частях сосуда равно и равно  $p$ .

Ур-е состояния газа для  $N_2$ :

$$p V_1 = \nu R T_1$$

для  $O_2$ :  $p V_2 = \nu R T_2$

поделим одно на

другое:  $\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{5}{3}$

2) Поршень движется очень медленно  $\Rightarrow$  давление с разных сторон равно в любой момент.

$$\Rightarrow dp_1 = dp_2 = dp$$

Ур-е сост:  $p_1 dV_1 + V_1 dp_1 = \nu R dT_1$

$$p_2 dV_2 + V_2 dp_2 = \nu R dT_2$$

Из ЗЭ на систему (см. ниже) следует, что  $dT_1 = -dT_2$ .

Т.к. общий объем неизменен  $dV_1 = -dV_2$ ;

$p_1 = p_2$ . Т.к. поршень почти не движется.

Сложив ур-я получим, что  $(V_1 + V_2) dp = 0$

$\Rightarrow$  процесс изобарный.

ЗЭ на систему (поршень и газы)

$A_{внешн} = 0$ ,  $Q_{позаное} = 0$ .

$$\Rightarrow \Delta U = c_v \nu (T_k - T_1) + c_v \nu (T_k - T_2) = 0$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$2) T_K = \frac{T_1 + T_2}{2} = 400 \text{ K}$$

Заметим, что из ЗС $\rightarrow$  следует равенство  $\Delta T_1 = \Delta T_2$  для любых изменений темпер. (для малых - верно).

$$3) Q = \Delta U + A_{\text{газа}}$$

Для кислорода:

$$Q_{\text{получ}} = -Q_{\text{отд}} = C_V \nu (T_K - T_2) + p \left( \nu \frac{V_1 + V_2}{2} - \nu_2 \right)$$

$$Q_{\text{отд}} = \frac{5}{2} \nu R \left( \frac{T_2 - T_1}{2} \right) + p \left( \frac{V_2 - V_1}{2} \right)$$

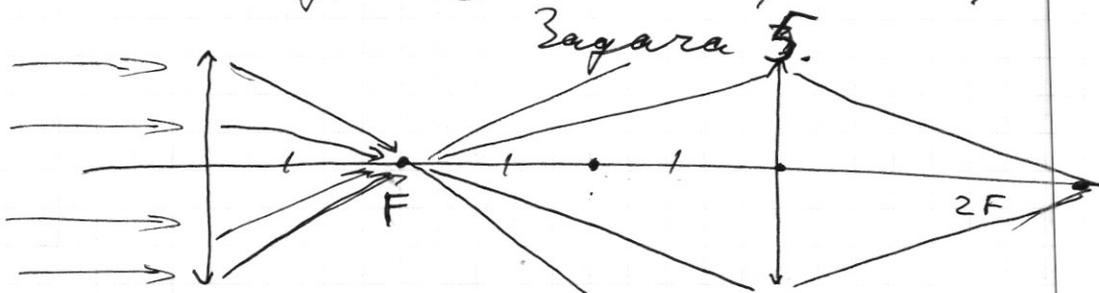
$$Q_{\text{отд}} = \frac{5}{2} \nu R \left( \frac{T_2 - T_1}{2} \right) + \frac{\nu R T_2 - \nu R T_1}{2} =$$

$$= \frac{(T_2 - T_1)}{2} \cdot \frac{7}{2} \nu R = \frac{7}{2} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{500 - 300}{2} = 8,31 \text{ Дж}$$

$$\approx 1243,5 \text{ Дж}$$

Т.к. темп. равны, давления и  $\nu$  равны, объемы тоже равны, в конце.

Ответ:  $Q_{\text{отд}} = \frac{7}{2} \nu R \left( \frac{T_2 - T_1}{2} \right) = 1243,5 \text{ Дж}$ ,  $T_K = 400 \text{ K}$ ,  $\frac{\nu_2}{\nu_1} = \frac{5}{3}$ .

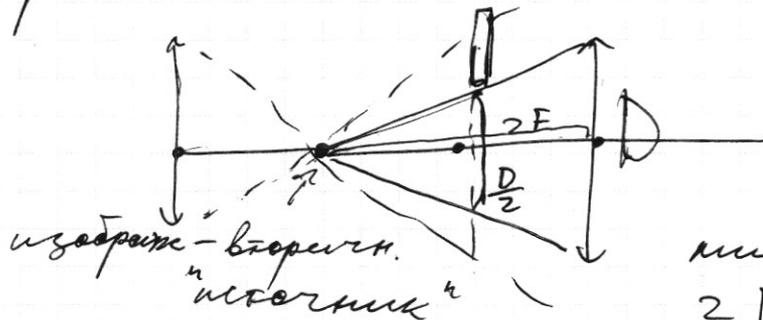


Поме проходящая через I мизу свет сфокусируется в фокусе на расстоянии  $2F$  от II мизы.

По формуле тонкой мизы  $\frac{1}{2F} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F}$

1)  $b = 2F$  ← детектор на расстоянии  $2F$  от 2-ой линзы.

2) За время  $\tau_0$  ~~детектор~~ <sup>мишень</sup> полностью помещается в ~~лучи~~ конусе света, после преломляющегося в линзе.  $\Rightarrow v = \frac{d}{\tau_0}$



т.к.  $D \ll F$ , конус света, в который входит мишень имеет высоту  $2F$  и диаметр основания  $D$ .

Мишень пересекает конус на половине его высоты.

Время от  $\tau_0$  до  $t_1$  — время нахождения мишени ~~в~~ <sup>в</sup> центре в конусе света с диаметром осн.  $D$  и высотой  $2F$

$I \sim N \sim \delta$   
детектора <sup>делен.</sup> <sup>лучу,</sup> <sup>через</sup> <sup>который</sup> <sup>идет</sup> <sup>лучу.</sup>

$$\Rightarrow \frac{I_0}{I_1} = \frac{4}{3} = \frac{\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2}{\frac{\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 - \pi d^2}{4}} \Rightarrow d^2 = \left(\frac{D}{4}\right)^2$$

$$d = \frac{D}{4}$$

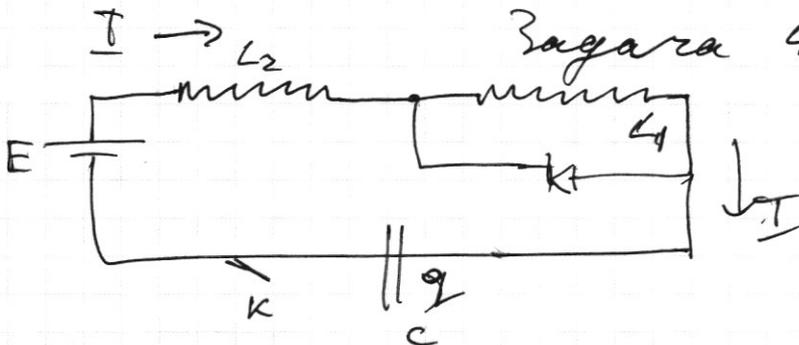
$$\Rightarrow \boxed{v = \frac{D}{4\tau_0}}$$

Находясь в центре в конусе вследствие преломившегося света, мишень закрывает свет всей своей площадью; при этом она прошла после момента  $\tau_0$   $\frac{D}{2} - \frac{D}{4} =$

$= \frac{D}{4}$ ; это расстояние она прошла за  $\tau_0 = \frac{D}{4v}$ ;  $\Rightarrow$  момент  $t_1$  соответствует моменту  $\tau_0 + \tau_0 = 2\tau_0$

Ответ:  $2F$ ;  $v = \frac{D}{4\tau_0}$ ;  $t_1 = 2\tau_0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$L_2 = L, L_1 = 2L$

Работа напряжения в контуре (2 катушки + конденс.) - при токе "по часовой стрелке" - положительная. Тогда диод закрыт. Диод открыт, когда  $I < 0$

$L_2$  и  $L_1$  послед. соединены  $\Rightarrow$  ~~одна индукт.~~  
 $q$  - заряд на конденс.  $U_L = -\dot{I}L$   
 $U_C = \frac{q}{C}$

$$\frac{q}{3LC} - \frac{E}{3L} + \ddot{q} = 0$$

$q(t=0) = 0$   
 $I(t=0) = 0$   
 $\Rightarrow q = CE(1 - \cos \sqrt{\frac{1}{3LC}} t)$

$I_1 = I = \sqrt{\frac{C}{3L}} \cdot E \cdot \sin(\sqrt{\frac{1}{3LC}} t)$

$I > 0$  на половине периода.

$T_1 = \frac{2\pi \sqrt{3LC}}{2} = \pi \sqrt{3LC}$

Когда  $I = 0, q = 2CE$

Для моментов, когда  $I < 0$ , ток по  $L_1$  не течет, у нас контур содержит диод  $\Rightarrow$

Аналогично будут гармонич. колебл с  $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$   
 $U_2$  начальных ум-ий:  $I = 0, q_0 = 2CE \leftarrow \max$

Упр-е для  $q(t)$ :  $q = CE(1 + \cos(\sqrt{\frac{1}{LC}}t))$

$I_2 = I = -E\sqrt{\frac{C}{L}} \sin(\sqrt{\frac{1}{LC}}t)$   
 формула непрерывного

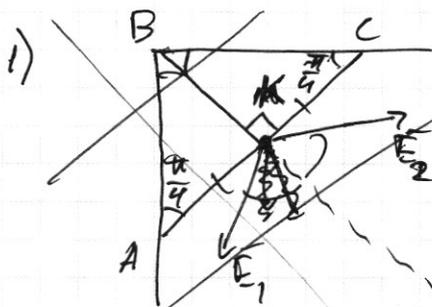
$T_2 = \frac{2\pi\sqrt{LC}}{2} = \pi\sqrt{LC}$

$T_{общ} = T_1 + T_2 = \pi\sqrt{LC}(1 + \sqrt{3})$

$|I_1 \max| = E\sqrt{\frac{C}{3L}} \leftarrow \text{max ток через } L_1$

$|I_2 \max| = E\sqrt{\frac{C}{L}} \leftarrow \text{max ток через кат. } L_2$

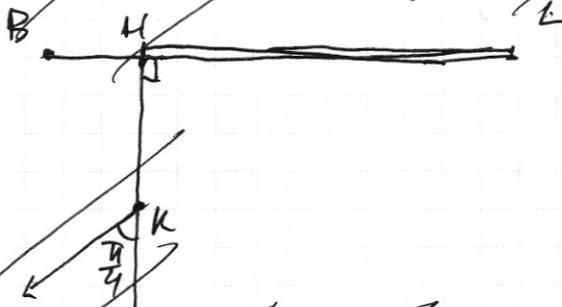
Ответ:  $t = \pi\sqrt{LC}(\sqrt{3} + 1)$ ;  $I_m = E\sqrt{\frac{C}{3L}}$ ;  $I_{2m} = \sqrt{\frac{C}{LE}}$   
 Задача 3



Пусть BC создавала поле  $\vec{E}_1$   
 Тогда из симметрии, когда AB будет заряжена, она будет создавать симметричное поле  $|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2|$  (сопн. прямой BK)

Новое поле будет равно  $\vec{E}_1 + \vec{E}_2$

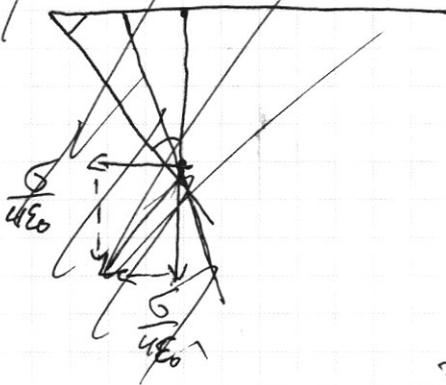
Поле от полуинфинитности:



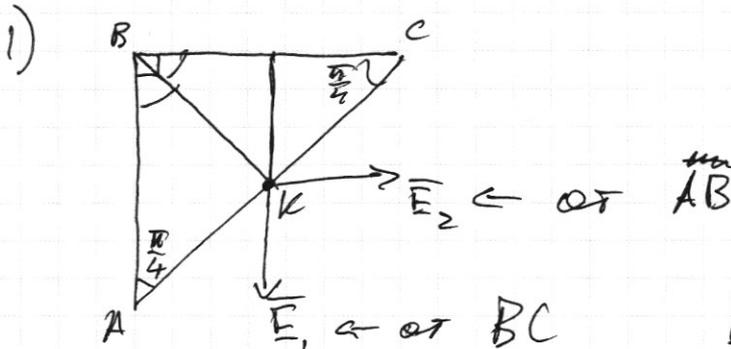
$2E\sqrt{2} \leftarrow \text{поле от } KL$   $\rightarrow$  в направлении на HK это  $= \frac{E}{4\epsilon_0}$

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Когда АВ и ВС заряжены, поле в т.к. направлено вдоль ВК. Пусть от ВМ поле  $E_{кл}$  - перпенд. м-тн и  $E_{кп}$  - паралл. м-тн.



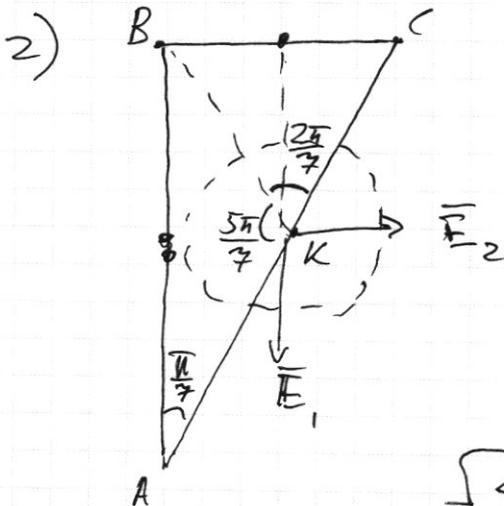
Задача?



В силу симметрии,  
 $|E_2| = |E_1|$

Когда АВ заряжена,  
 $\vec{E}_{итог} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$

$|\vec{E}_{итог}| = \sqrt{2} |E_1| \Rightarrow \text{в } \sqrt{2} \text{ раз больше.}$



$|E| = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \cdot \Omega$   $\Omega$  телесн. угол, под

которым видна м-тн.

$\Omega_2$  - для поля от АВ

$\Omega_1$  - для поля от ВС.

$\Omega_2 = \frac{5\pi}{7} - \frac{2\pi}{7} = \frac{3\pi}{7}$

$\Omega_1 = \frac{4\pi}{7}$

$\angle BKC = \frac{2\pi}{7}, \angle BAC = \frac{\pi}{7}$



$$E_1 = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \Omega_1 = \frac{\sigma}{7\epsilon_0}$$

$$E_2 = \frac{2\sigma}{4\pi\epsilon_0} \Omega_2 = \frac{5\sigma}{7\epsilon_0}$$

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \frac{\sigma}{4\pi\epsilon_0} \cdot \sqrt{100 + 64} = \frac{\sqrt{164}\sigma}{28\epsilon_0}$$

~~№1~~ Ответ:  $\sqrt{2}$ ;  $\frac{\sqrt{164}\sigma}{28\epsilon_0}$

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = \frac{\sigma}{7\epsilon_0} \sqrt{26}$$

В шты симметрин  $E_{1,2} \perp$  севрв. м-тнн

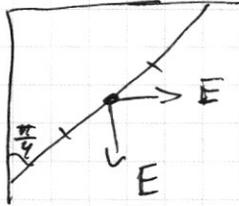
~~№1~~ и ~~№2~~

Ответ:  $\sqrt{2}$ ;  $E = \frac{\sigma}{7\epsilon_0} \sqrt{26}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

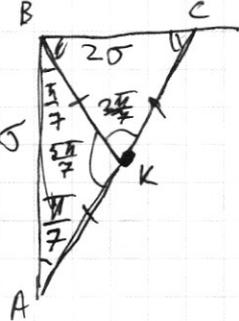
а)



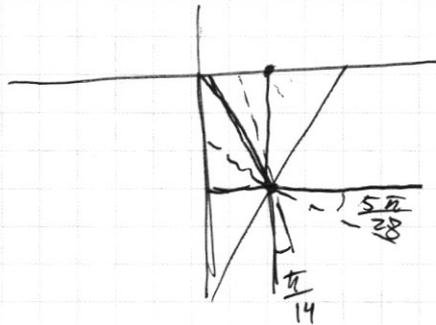
из симметрии  
 $\sqrt{2}$  раз

$$E_1 = \sqrt{2} E$$

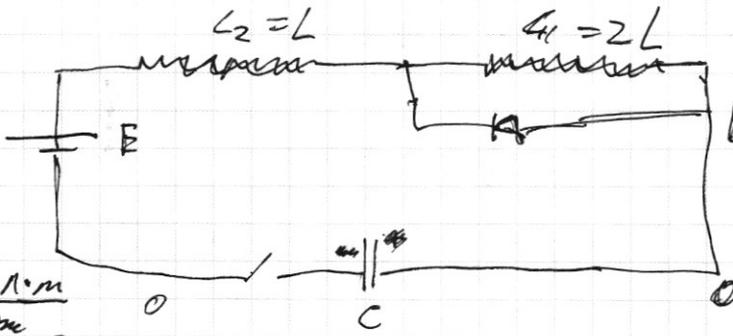
б)



$$\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7} = \frac{5\pi}{14}$$



№4



$$E + \frac{q}{C} - 3L\ddot{q} = 0$$

~~$$E = \frac{q}{C} - 3L\ddot{q}$$~~

~~$$0 = \frac{q}{3LC} - \frac{E}{3L} + \ddot{q}$$~~

$$[C] = \frac{\text{кА} \cdot \text{м}}{\text{В}}$$

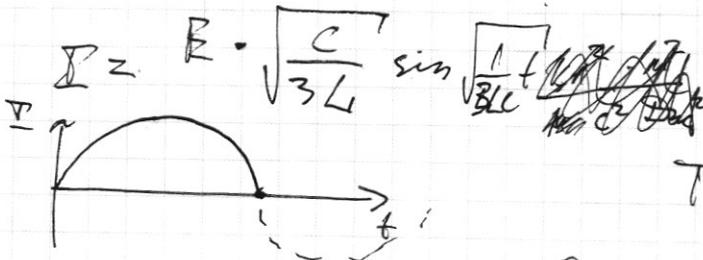
$$[L] = \frac{\text{Ом} \cdot \text{с}^2}{\text{м} \cdot \text{кА}}$$

~~$$\frac{(q - CE)}{3LC} + \ddot{q} = 0$$~~

$$q = CE \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{1}{\sqrt{3LC}} t\right)\right)$$

$$q(t=0) = 0$$

$$I(t=0) = 0$$



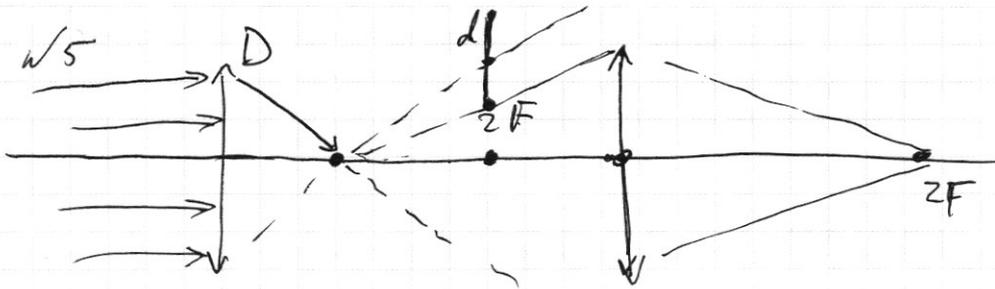
$$T_1 = \sqrt{3LC} = \text{период}$$

$$I = 0 \quad \dot{I} < 0 \quad q = \max$$

$$q = 2CE$$

— заряд.

$$q = CE \left(1 + \cos\left(\frac{1}{\sqrt{3LC}} t\right)\right)$$



~~...~~  $\frac{\pi d^2}{4}$   $S_{объект} = \frac{\pi (\frac{D}{2})^2}{4}$

За время  $\tau_0$  пластинка перемещается над  
 $v = \frac{d}{\tau_0}$

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{\frac{\pi (\frac{D}{2})^2}{4}}{\frac{\pi (\frac{D}{2})^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4}} = \frac{(\frac{D}{2})^2}{(\frac{D}{2})^2 - d^2} = \frac{4}{3}$$

$$3(\frac{D}{2})^2 = 4(\frac{D}{2})^2 - 4d^2$$

$$d^2 = (\frac{D}{4})^2 \quad d = \frac{D}{4}$$

$$v = \frac{D}{4\tau_0}$$

$$t_1 = \tau_0 + \tau_0 = 2\tau_0$$

50-5  $4,5^2 = \frac{2500 + 25 - 500}{100} =$

$$(\sqrt{353} - \sqrt{7})^2 = 34 - 6\sqrt{21} \approx 2(17 - 3,46) = \frac{2025}{100}$$

$$= 2(17 - 12 - 1,8) = 4,6^2 = \frac{2500 + 16 - 400}{100}$$

$$= 2 \cdot 3,2 = 6,4 = \frac{2716}{100}$$

~~6,4~~

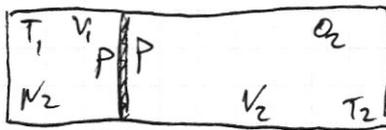
$$640$$

$$625$$

$$26^2 = 900 - 250 + 16 =$$

№2

$$\gamma = \frac{3}{2}$$



Начальный момент:  
давления равны

$$\begin{cases} p V_1 = \gamma R T_1 \\ p V_2 = \gamma R T_2 \end{cases}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

ЗСД на систему:

~~Работа~~ Работа вк. сил = 0.

$$c_v \gamma (T_1 - T_k) + c_v \gamma (T_2 - T_k) = 0$$

$$\frac{T_1 + T_2}{2} = T_k = 400 \text{ K}$$

$$Q = A_{\text{воздуха}} + \Delta U$$

$$dA = p dV$$

$$p dV_1 + V_1 dp = \gamma R dT_1$$

$$p dV_2 + V_2 dp = \gamma R dT_2$$

$$-dV_1 = dV_2$$

Уз ЗСД на систему

$$dT_1 = -dT_2 \Rightarrow V dp = 0$$

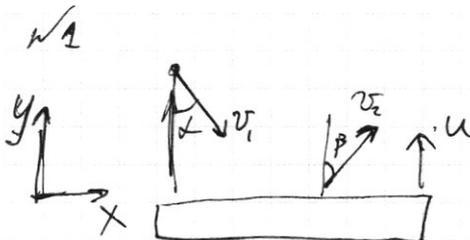
$$p \left( \frac{V_2}{V_1} - \frac{1}{2} \right) V_2 = A$$

$$= \gamma R T_2 \left( \frac{T_2}{T_1} - \frac{1}{2} \right) = \frac{\gamma R T_2 (2T_2 - T_1)}{2T_1}$$

$$\Delta U = c_v \gamma \left( T_2 - \frac{T_1 + T_2}{2} \right)$$

$$\frac{3}{2} \cdot 831 = \frac{2493}{2} = 1243,5$$

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



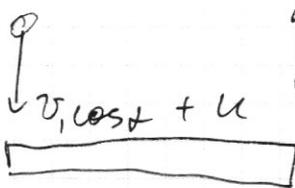
ЗСК по ОХ:

$$v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$$

$$v_2 = v_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{3}{2} v_1 = 12 \frac{m}{ca}$$

В С.О

милли:



$$\cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\frac{m(v_1 \cos \alpha + u)^2}{2} - \frac{m(v_2 \cos \beta - u)^2}{2} > 0$$

Горизонтальные составляющие!

$$v_1^2 \cos^2 \alpha + 2u v_1 \cos \alpha - v_2^2 \cos^2 \beta + 2u v_2 \cos \beta - u^2 > 0$$

$$v_1^2 \cos^2 \alpha + \frac{9}{4} v_1 \cos^2 \beta > 2u \left( \frac{3}{2} \cos \beta - \cos \alpha \right)$$

$$u < \frac{v_1 (4 \cos^2 \alpha - 9 \cos^2 \beta)}{4(3 \cos \beta - 2 \cos \alpha)}$$

$$u < v_1 \cdot \frac{(2 \cos \alpha - 3 \cos \beta)(2 \cos \alpha + 3 \cos \beta)}{4 \cdot (3 \cos \beta - 2 \cos \alpha)}$$

$$v_1^2 \cos^2 \alpha + 2v_1 u \cos \alpha + u^2 - (v_2^2 \cos^2 \beta - 2u v_2 \cos \beta + u^2) < 0$$

$$v_1^2 \cos^2 \alpha - v_2^2 \cos^2 \beta + 2u(v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta) < 0$$

$$(v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha)(v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta) > 2u(v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \beta)$$

$$\frac{v_2 \cos \beta - v_1 \cos \alpha}{2} > u$$

$$u < \frac{3\sqrt{3} - \sqrt{7}}{8} v_1$$

$$\frac{\frac{3}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{7}}{4}}{2} v_1 > u$$