

Олимпиада «Физтех» по физике, февраль 2022

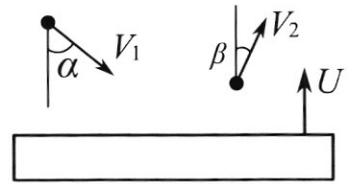
Класс 11

Вариант 11-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Массивная плита движется с постоянной скоростью U вертикально вверх. К плите подлетает шарик, имеющий перед ударом скорость $V_1 = 8$ м/с, направленную под углом α ($\sin \alpha = \frac{3}{4}$) к вертикали (см. рис.). После неупругого удара о гладкую горизонтальную поверхность плиты шарик отскакивает со скоростью V_2 , составляющей угол β ($\sin \beta = \frac{1}{2}$) с вертикалью.

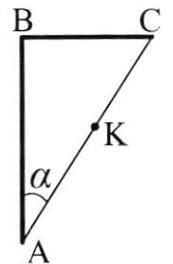


- 1) Найти скорость V_2 .
 - 2) Найти возможные значения скорости плиты U при таком неупругом ударе.
- Действие силы тяжести за малое время удара не учитывать. Ответы допустимы через радикалы из целых чисел.

2. Цилиндрический теплоизолированный горизонтально расположенный сосуд разделен на два отсека теплопроводящим поршнем, который может перемещаться горизонтально без трения. В первом отсеке находится азот, во втором – кислород, каждый газ в количестве $\nu = 3/7$ моль. Начальная температура азота $T_1 = 300$ К, а кислорода $T_2 = 500$ К. Температуры газов начинают медленно выравниваться, а поршень начинает медленно двигаться. Газы считать идеальными с молярной теплоемкостью при постоянном объеме $C_V = 5R/2$. $R = 8,31$ Дж/(моль·К).

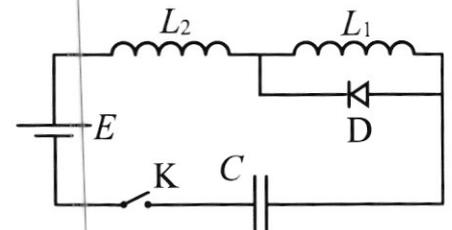
- 1) Найти отношение начальных объемов азота и кислорода.
- 2) Найти установившуюся температуру в сосуде.
- 3) Какое количество теплоты передал кислород азоту?

3. Две бесконечные плоские прямоугольные пластины АВ и ВС перпендикулярны друг к другу и образуют двугранный угол с ребром В. На рисунке показано сечение угла плоскостью, перпендикулярной ребру В.



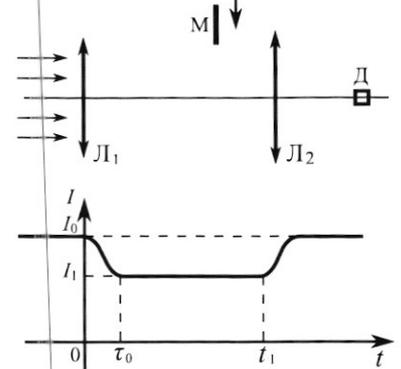
- 1) Пластина ВС заряжена с постоянной поверхностной плотностью заряда. Угол $\alpha = \pi/4$. Во сколько раз увеличится напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС, если пластину АВ тоже зарядить с такой же поверхностной плотностью заряда?
- 2) Пластины ВС и АВ заряжены положительно с поверхностной плотностью заряда $\sigma_1 = 2\sigma$, $\sigma_2 = \sigma$, соответственно. Угол $\alpha = \pi/7$. Найти напряженность электрического поля в точке К на середине отрезка АС.

4. Электрическая цепь собрана из идеальных элементов: источника с ЭДС E , катушек с индуктивностями $L_1 = 2L$, $L_2 = L$, конденсатора емкостью C , диода D (см. рис.). Ключ К разомкнут, конденсатор не заряжен, тока в цепи нет. После замыкания ключа возникают колебания тока в L_1 .



- 1) Найти период T этих колебаний.
- 2) Найти максимальный ток I_{M1} , текущий через катушку L_1 .
- 3) Найти максимальный ток I_{M2} , текущий через катушку L_2 .

5. Оптическая система состоит из двух соосных тонких линз L_1 и L_2 (см. рис.) с фокусным расстоянием F_0 у каждой. Расстояние между линзами $3F_0$. Диаметры линз одинаковы и равны D , причем D значительно меньше F_0 . На линзу L_1 падает параллельно оси системы пучок света с одинаковой интенсивностью в сечении пучка. Прошедший через обе линзы свет фокусируется на фотодетекторе Д, на выходе которого сила тока пропорциональна мощности падающего на него света. Круглая непрозрачная мишень М, плоскость которой перпендикулярна оси системы, движется с постоянной скоростью перпендикулярно оси системы так, что центр мишени пересекает ось на расстоянии $2F_0$ от L_1 . На рисунке показана зависимость тока I фотодетектора от времени t (секундомер включен в момент начала уменьшения тока). $I_1 = 3I_0/4$.



- 1) Найти расстояние между линзой L_2 и фотодетектором.
- 2) Определить скорость V движения мишени. 3) Определить t_1 .

Известными считать величины F_0 , D , τ_0 .

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

и 2 т.к. процесс двугатится без трения
равнения в этих случаях равны

т.к. процессы идут медленно, то

$$\Delta U = \nu C_V \Delta T = \frac{5}{2} R \nu \Delta T$$

Вначале:

$$\left. \begin{array}{l} p_1 V_1 = \nu R T_1 \\ p_1 V_2 = \nu R T_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{300\text{K}}{500\text{K}} = \frac{3}{5}$$

Q - теплота переходящая к азоту от кислорода
 ~~$Q = \Delta U_{\text{аз}}$~~ $\Delta U_{\text{аз}}$ - изм. энерг. азота; $\Delta U_{\text{кис}}$ - изм. энерг. кислорода

Закон сохр. энергии, T_K - установившаяся температура

$$0 = \Delta U_{\text{аз}} + \Delta U_{\text{кис}} = \frac{5}{2} R \nu (T_K - T_1) + \frac{5}{2} R \nu (T_K - T_2) \Rightarrow 2T_K = T_1 + T_2 \Rightarrow$$

$$T_K = \frac{T_1 + T_2}{2} = 400\text{K}$$

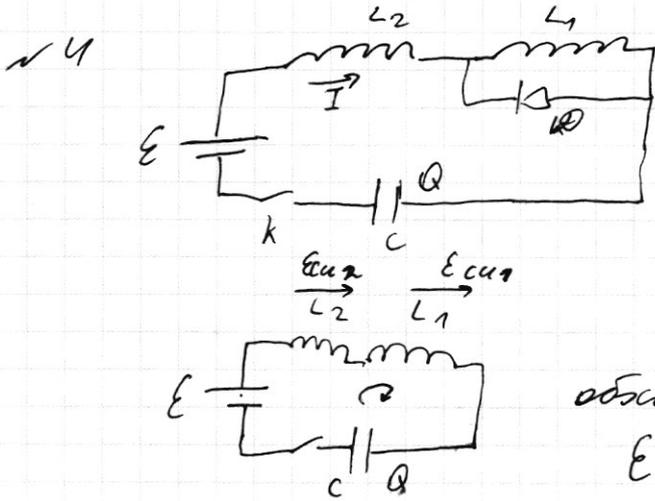
$$Q = \Delta U_{\text{аз}} = \frac{5}{2} R \nu (T_K - T_1) = \frac{5}{2} R \nu \left(\frac{T_2 - T_1}{2} \right) =$$

$$= \frac{5}{2} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{500\text{K} - 300\text{K}}{2} = \frac{15}{14} \cdot 831 \text{ Дж} \approx 891 \text{ Дж}$$

Ответ: 1) $\frac{V_1}{V_2} = \frac{3}{5}$

2) $T_K = \frac{T_1 + T_2}{2} = 400\text{K}$

3) $Q = \frac{5}{2} R \nu \cdot \frac{T_2 - T_1}{2} \approx 891 \text{ Дж}$



В начале ток
в катушках не измерим
вправо \Rightarrow ток по
номинам берём вправо
- экв. схема: но в катуш-
ках нет
(ток через диод не изме-
рим)

общая по катушкам: (ток ме-
нит
одина-
ков
и на L_1
и на L_2)

$$\epsilon + \epsilon_{с.ч.2} + \epsilon_{с.ч.1} = \frac{Q}{C}$$

$$\epsilon - L_2 \dot{I} - L_1 \dot{I} = \frac{Q}{C}$$

$$\dot{Q} = I; \ddot{Q} = \dot{I}$$

$$\ddot{Q} + \frac{Q - \epsilon C}{C(L_1 + L_2)} = 0$$

Замечание: $x = Q - \epsilon C$; ~~$\dot{x} = \dot{Q}$~~ $\Rightarrow \dot{x} = \dot{Q} \Rightarrow \ddot{x} = \ddot{Q}$

$$\ddot{x} + \frac{x}{C(L_1 + L_2)} = 0 \quad - \text{гармон. колеб. } \omega_1 = \frac{1}{\sqrt{C(L_1 + L_2)}}$$

Для тока ~~\dot{x}~~ $\dot{x} = I_0 \sin(\omega_1 t)$, т.к. ток в начале
не было
 $\Rightarrow x = -x_0 \cos(\omega_1 t)$ ($\omega_1 x_0 = I_0$)
но т.к. в начале $t=0$
конденсатор не заряжен $Q_0 = 0$

$$x = -x_0 \cos(\omega_1 \cdot 0) = -x_0 = Q - \epsilon C = -\epsilon C \Rightarrow x_0 = \epsilon C$$

Тогда $I_{\max,1} = I_0 = \omega_1 x_0 = \frac{\epsilon C}{\sqrt{C(L_1 + L_2)}} = \epsilon \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}}$
Первый колеб.

$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 2\pi \sqrt{C(L_1 + L_2)}$, но т.к. вторая
периода — так течение тока влево

$$\text{время процесса } T_1 = \frac{T_1}{2} = \pi \sqrt{C(L_1 + L_2)}$$

Когда конд-р зарядится

$$Q_{\max} = t_{\max} + \epsilon C = \epsilon C + \epsilon C = 2\epsilon C$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

В момент зарядки конденсатора ток по катушкам потечёт влево, но диод позволит течь току по себе, ~~как~~ не по L_1

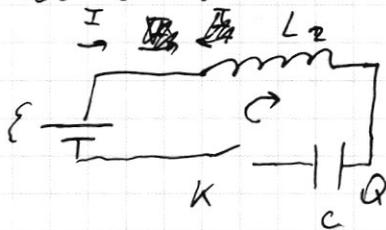
(выступает в роли проводника \Rightarrow

потенциал в концах катушки L_1 одинаков)

$\mathcal{E}_1 = -L \dot{I} = 0 \Rightarrow$ ток не будет тарахтеть,

но т.к. тока в начале не было, его и не будет)

Экв. схема:



(ток по катушке будет отриц.)

но для контура

$$\mathcal{E} + \mathcal{E}_{сч2} = \frac{Q}{C} \quad | \cdot (-1)$$

$$-\mathcal{E} + L_2 \dot{I} = -\frac{Q}{C}$$

$$\dot{I} \neq \frac{Q - \mathcal{E}C}{C \cdot L_2} = 0$$

$$\dot{I} = \ddot{Q};$$

Заменим $y = Q - \mathcal{E}C \Rightarrow \ddot{y} = \ddot{Q} \Rightarrow \ddot{y} = \ddot{Q}$

тогда $\ddot{y} + \frac{y}{L_2 C} = 0$ - гармон. колеб. $\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C}}$

Итд y для тока $y = -y_0 \omega \sin(\omega t)$, т.к. $y_0 = y_0 \cdot \omega$

тока в начале не было, и макс.

лен пропорционально, как показ. на рисунке

$$y = y_0 \cos(\omega t), \text{ т.к. в начале}$$

$$Q = 2\mathcal{E}C = \mathcal{E}C + y$$

$$y_0 = -\mathcal{E}C + Q = \mathcal{E}C$$

$$\text{откуда } I_{\max 2} = y_0 \omega = \frac{\mathcal{E}C}{\sqrt{L_2 C}} = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{L_2}}$$

Период колеб.

$$T_2 = 2\pi \frac{L_2}{\omega} = 2\pi \sqrt{L_2 C}$$

т.к. нет между остановками тока

$$\tau_2 = \frac{T_2}{2} = \pi \sqrt{L_2 C}$$

Полупериод. колеб. всего процесса:

$$\begin{aligned} T &= T_1 + T_2 = \pi \sqrt{(L_1 + L_2)C} + \pi \sqrt{L_2 C} = \\ &= \pi \sqrt{3LC} + \pi \sqrt{LC} = \pi \sqrt{LC} (1 + \sqrt{3}) \end{aligned}$$

Макс. ток в катушке L_1

в первом процессе $I_{\max 1}$

в втором 0 (по от цепи)

$$I_{\max 1} = I_{\max} = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}} = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{3L}}$$

Макс. ток в катушке L_2

в I процессе : $I_{\max 1} = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}} = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{3L}}$

в II процессе : $I_{\max 2} = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{L_2}} = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{L}}$

$$\text{т.к. } \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{3L}} < \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

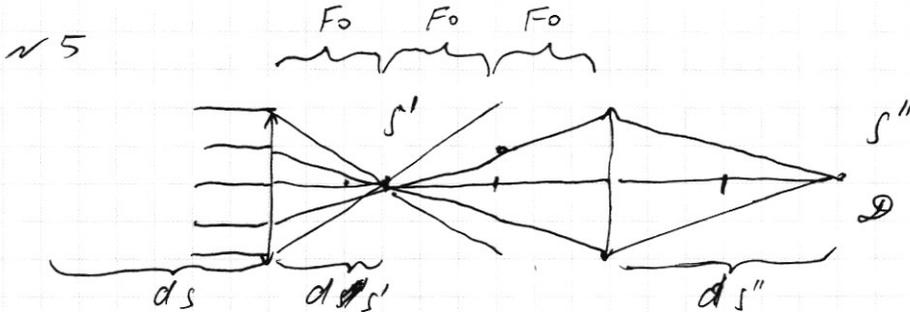
$$I_{M2} = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

Ответ: 1) $T = \pi \sqrt{LC} (1 + \sqrt{3})$

$$2) I_{M1} = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{3L}}$$

$$3) I_{M2} = \mathcal{E} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



- 1) Представим что лучи параллельны и исходят из бесконечно уф. т. S $d_s \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{1}{d_s} \rightarrow 0$

то есть $d_{s'}$ изображение будет в т.к. $d_{s'}$ от I линзы

$$\frac{1}{F_0} = \left(\frac{1}{d_s}\right) + \frac{1}{d_{s'}} \Rightarrow d_{s'} = F_0 \quad (\text{т.к. } \frac{1}{d_s} \rightarrow 0)$$

изобр. S'' через II линзу изобр.-ние S'

$$\frac{1}{F_0} = \frac{1}{3F_0 - d_{s'}} + \frac{1}{d_{s''}} \Rightarrow d_{s''} = \frac{1}{\frac{1}{F_0} - \frac{1}{2F_0}} = 2F_0$$

т.к. детектор перемещён в этот ответ свет фокусируется, то $d_{s''}$ раст. между детектором и II линзой $2F_0$

- 2) мишень M закрывает часть лучей попадающих на II линзу

Все лучи доходящие до детектора в сечении т.к. только, где находится мишень, $d_{s''}$ занимают площадь $\pi \left(\frac{R}{2}\right)^2$, где $R = \frac{D}{2} \cdot \frac{F_0}{2F_0}$
радиусы отмиляются в глаза по рисунку и в поворотах

$$\pi \cdot \frac{D^2}{16}$$



линей убывает площадь $\pi \cdot r^2$

т.к. ~~пот-во~~ кол-во линий пропорционально площади и мощности света, а мощность света постоянна, то

$$\frac{\pi \frac{D^2}{16}}{\pi \frac{D^2}{16} - \pi r^2} = \frac{I_0}{I_1} \Rightarrow \frac{D^2}{D^2 - 16r^2} = \frac{4}{3}$$

$$3D^2 = 4D^2 - 64r^2 \Rightarrow r = \frac{D}{8}$$

$$D^2 = 64r^2$$

В $t=0$ микроб был в центре сечения

В $t=\tau_0$ микроб был полностью во сечении
зн. прошла за τ_0 $2 \cdot r$ расстояние \Rightarrow

$$V = \frac{2r}{\tau_0} = \frac{D}{4\tau_0}$$

t_1 - время прохождения внутри сечения (ур. не меняется)

за $t_1 - \tau_0$ микроб переместится на $D - 2r$, т.е.



$$t_1 - \tau_0 = \frac{D - 2r}{V}$$

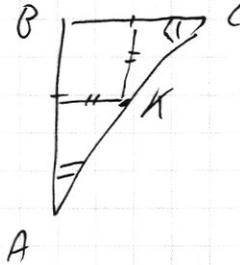
$$t_1 = \tau_0 + \frac{D - \frac{D}{4}}{\frac{D}{4\tau_0}} = \tau_0 + \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{1} \tau_0 = 4\tau_0$$

Ответ: 1) $2\tau_0$ 2) $V = \frac{D}{4\tau_0}$ 3) $t_1 = 4\tau_0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3 т.к. $2 = \pi/4$

тогда $\triangle ABC$ —
равноб. треугольн.



а значит K равно

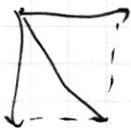
удалена от AB и BC , эти на сред. перпенд.
длин

$$и BC = AB$$

значит по ~~от~~ ^{по модулю} удалённости AB и BC

создают одинаковую напряжённость E
(AB и BC абсолютно одинаковые для т.к.)

E_1 , но направлены \perp друг другу ($BC \perp AB$)



Суперпозиция полей

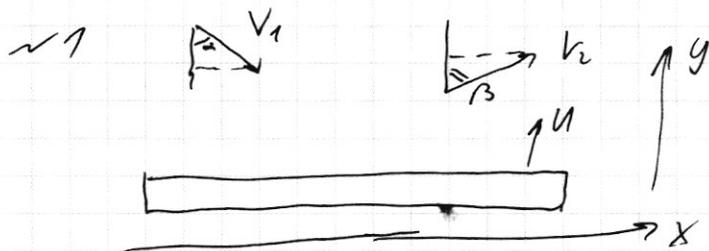
$$E_2^2 = E^2 + E^2 = 2E^2 \Rightarrow E_1 = \sqrt{2} E$$

До зарядки AB напряжённость 1 пластины

$$E_1 = E$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{\sqrt{2} E}{E} = \sqrt{2}$$

Ответ: 1) в $\sqrt{2}$ раза



по закону сохр. импульса по Ох
(м.к поверхность гладкая)

$$m V_1 \sin \alpha \neq 0 = m V_2 \sin \beta + 0 \Rightarrow$$

$$V_2 = \frac{V_1 \sin \alpha}{\sin \beta} = 8 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{1} = 12 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Ответ: 1) $V_2 = \frac{V_1 \sin \alpha}{\sin \beta} = 12 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$$\text{ЗУЭ} \quad \frac{m V_1^2}{2} + \frac{M U^2}{2} = \frac{m V_2^2}{2} + \frac{M U_1^2}{2} + Q, \quad Q > 0$$

~~м.к M имеет массу, но $\frac{M U_1^2}{2} - \frac{M U^2}{2} \neq 0$~~

$$\frac{m V_1^2}{2} - \frac{m V_2^2}{2} + Q$$

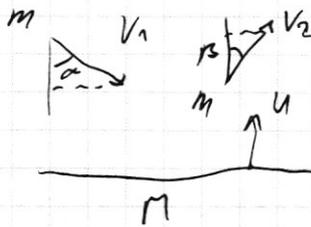
$$\frac{m V_1^2}{2} = \frac{m V_2^2}{2} + \frac{2Q}{m} \Rightarrow V_2 > V_1$$

зак сохр. имп. Оу, (внеш. сил нет)

$$m V_1 \cos \alpha + M U = m V_2 \cos \beta + M U_0$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4} \quad \text{и} \quad \cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \text{м.к} \quad \alpha \in [0; \frac{\pi}{2}] \quad \beta \in [0; \frac{\pi}{2}]$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$V_1 m \sin \alpha = m \sin \beta V_2$$

$$1) V_2 = V_1 \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = 8 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{1} = 12 \text{ м/с}$$

$$2) V_1 m \cos \alpha + U M = V_2 m \cos \beta + U_2 M$$

$$\frac{m V_1^2}{2} + \frac{M U^2}{2} = \frac{m V_2^2}{2} + \frac{M U_2^2}{2} + Q$$

$$\frac{m(V_1^2 - V_2^2)}{2} + \frac{M(U_2^2 - U^2)}{2} > 0$$

$$1) \frac{J}{V_1} R T_1 = \frac{J}{V_2} R T_2 \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

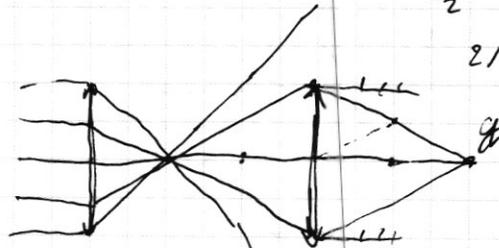
$$U = \frac{5}{2} R T_1$$

$$\frac{5}{2} R T_1 (T_1 - T_2) + \frac{5}{2} R T_2 (T_2 - T_1) = 0$$

$$2) T_K = \frac{T_1 + T_2}{2} = 400 \text{ K}$$

$$3) U = \frac{5}{2} R T_K (T_K - T_1) = \frac{5}{2} \cdot 8,31 \cdot \frac{3}{7} \cdot 100 \approx 831 \text{ Дж}$$

$$E = \frac{\alpha}{2 \epsilon_0} \quad 1) \sqrt{2}$$



$$\frac{M}{\frac{D}{2}} = \frac{I_0 \frac{1}{4}}{\frac{D}{4} I_0}$$

$$2M = D = \frac{4}{3}$$

$$M = \frac{2}{3} D$$

$$M = \frac{1}{3} D$$

$$V = \frac{1}{3} \frac{D}{\epsilon_0}$$

2)

$$m V_1 \cos \alpha + U M = V_2 m \cos \beta + U_2 M$$

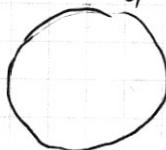
$$m (V_1 \cos \alpha + V_2 \cos \beta) = M (U - U_2)$$

$$m V_1 (\cos \alpha - \frac{\cos \beta}{\sin \alpha} \sin \alpha) = M (U - U_2)$$

$$D = 4 m V_1 (\cos \alpha - \cos \beta)$$

$$\frac{\pi 16}{\pi 4} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{4}{1} =$$



$$r = \frac{R}{2} \frac{1}{4}$$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{3}{4} S = \frac{1}{3} S_1$$

$$891 \cdot 14$$

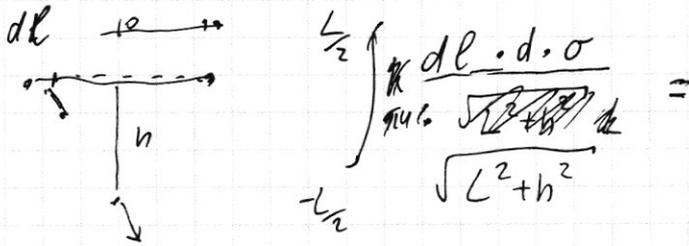
$$1782 \cdot 17$$

$$12474$$

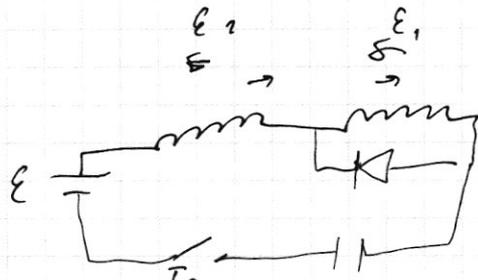
$$S_1 = \frac{1}{16} S$$

$$\begin{array}{r} 831 \quad 3 \\ 2493 \\ \hline 72455 \quad 142 \\ 62325 \quad 17 \\ \hline 5663 \\ 6302,5 \end{array}$$

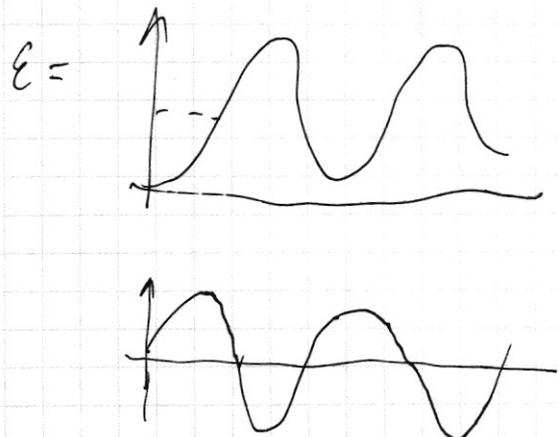




$$\frac{L \sigma \sin \alpha \cos \alpha}{4\pi \epsilon_0}$$



$T = \frac{\pi}{2}$ $I = I_0$ $Q = 0$ $\alpha = 0$
 $T = 0$ $I = 0$ $Q = 0$ $\alpha = I_0 \omega t$
 $t = \pi$ $I = 0$ $Q = Q_m$ $\alpha = -I_0 \omega t$



$$E = \frac{Q}{C} \quad t=0$$

$$t = t_0 \omega = Q - EC$$

$t_0 = 0$ $t_p = 0$

$$t = -t_0 \cos(\omega t) = -EC \text{ м.к. } Q_0 = 0 \Rightarrow t = EC$$

$$t = t_0 \omega \sin(\omega t)$$

$$t_0 = EC$$

$$Q_{max} = EC + t_{max} = 2EC \quad 2EC \omega$$

$$E - L \ddot{I} = \frac{Q_1}{C}$$

$$\ddot{Q} + \frac{Q - EC}{L_2 C}$$

$$\ddot{y} + \frac{y}{CL} = 0$$

$$y = y_0 \omega \sin(\omega t) = 0$$

$$y = y_0 \cos(\omega t) = y_0 = Q - EC = EC$$

$$I_0 = y_0 \omega = \frac{EC}{\sqrt{L_2 C}} = E \sqrt{\frac{C}{L_2}}$$

$$E - L_1 \dot{I} - L_2 \dot{I} = \frac{Q}{C}$$

$$(L_1 + L_2) \ddot{Q} + \frac{Q}{C} - EC = 0 \quad \ddot{Q} + \frac{Q - EC}{C(L_1 + L_2)} = 0$$

$$t = \frac{Q - EC}{(L_1 + L_2) C} \quad t = Q - EC$$

$$\ddot{t} = \frac{\ddot{Q}}{C(L_1 + L_2)}$$

$$C(L_1 + L_2) \ddot{t} + t = 0$$

$$\ddot{t} = \ddot{Q} = I_0 \omega^2 \sin(\omega t)$$

$$\dot{t} = \dot{Q} = I_0 \omega \cos(\omega t)$$

$$t_0 = \frac{I_0}{\omega^2}$$

$$Q_0 = t_0 \omega^2 + EC = I_0 \omega + EC$$

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = \pi \sqrt{EL \cdot 3}$$

$$T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = \pi \sqrt{EL}$$

$$T = \pi \sqrt{EL} (1 + \sqrt{3})$$

$$I_0 = \frac{t_0 \omega}{\sqrt{L_1 + L_2}} = E \sqrt{\frac{C}{L_1 + L_2}}$$