Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

Вариант 09-02

Шифр

(заполняется секретарём)

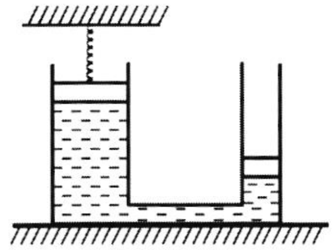
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 10$ м/с.

1) Через какое время t после старта скорость камня будет равна по величине $V_0/2$?

2) На какой высоте h, отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине $V_0/2$?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности ρ. На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости κ с верхней опорой. Деформация пружины равна x. Площадь сечения левого поршня S, правого $S/3$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g.



1) Найдите разность h уровней жидкости в сосудах.

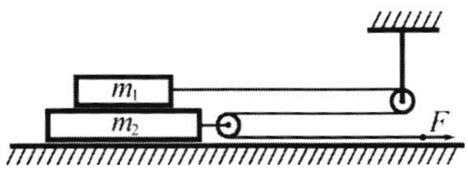
2) Найдите массу m груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.

3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты $h = R$, здесь R – радиус планеты. Плотность планеты ρ. Гравитационная постоянная G. Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $3R$ от центра планеты.

2) Найдите период T обращения спутника.

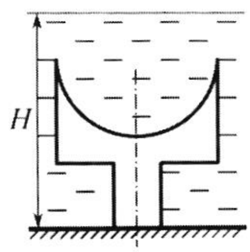
4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков $m_1 = 3m$, $m_2 = 5m$. Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен μ. Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



1) Найдите величину F_0 горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.

2) Найдите минимальную силу F, при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

5. Ко дну бассейна глубиной H=3 м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объем конструкции V = 5 дм^3, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей S = 10 см^2. Плотность воды ρ = 1 г/см^3, атмосферное давление P_0 = 100 кПа. Ускорение свободного падения g =10 м/с^2.



1) Найдите давление P_1 вблизи дна.

2) Найдите величину F силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1.

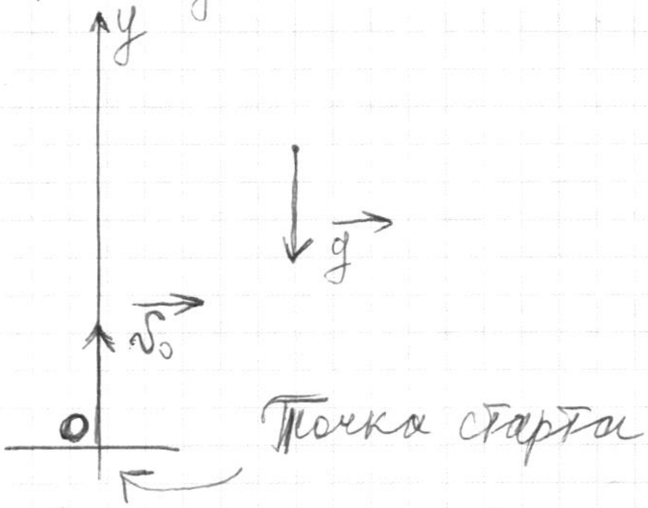
$v_0 = 10 \frac{м}{с}$

$g = 10 \frac{м}{с^2}$

~~t~~? $\tau = ?$

$h = ?$

1) Спроецируем начальную скорость камня $\vec{v_0}$ и ускорение свободного падения $\vec{g}$ на вертикальную ось:



2) Запишем закон движения камня в проекции на вертикальную ось:

$$y(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2}; \quad (1)$$

А также зависимость модуля проекции скорости от времени:

$$v_y(t) = v_0 - gt; \quad (2)$$

3) Из выражения (2) найдём времена τ_1 и τ_2, когда проекция скорости равна соответственно $\frac{v_0}{2}$ и $-\frac{v_0}{2}$:

$$\frac{v_0}{2} = v_0 - g\tau_1, \Rightarrow g\tau_1 = \frac{v_0}{2}; \ \tau_1 = \frac{v_0}{2g} = \frac{10}{20} = 0{,}5 (с)$$

$-\frac{v_0}{2} = v_0 - g\tau_2$; $\Rightarrow g\tau_2 = \frac{3}{2}v_0$; $\tau_2 = \frac{3v_0}{2g} = \frac{30}{20} = 1{,}5$ (с)

Получаем, что через 0,5 с. и 1,5 с. после броска скорость камня по величине будет равна $\frac{v_0}{2}$.

4) Из закона сохранения энергии мы понимаем, что временам τ_1 и τ_2 соответствует одна и та же высота подъёма над точкой старта (скорости равны $\Rightarrow$ равны кинетические энергии $\Rightarrow$ равны потенциальные энергии $\Rightarrow$ равны высоты).

Найдём эту высоту из закона движения (1):

$$h = v_0\tau_1 - \frac{g\tau_1^2}{2} = 10 \cdot 0{,}5 - \frac{10 \cdot 0{,}25}{2} = 5 - 1{,}25 = 3{,}75 \text{ (м)}$$

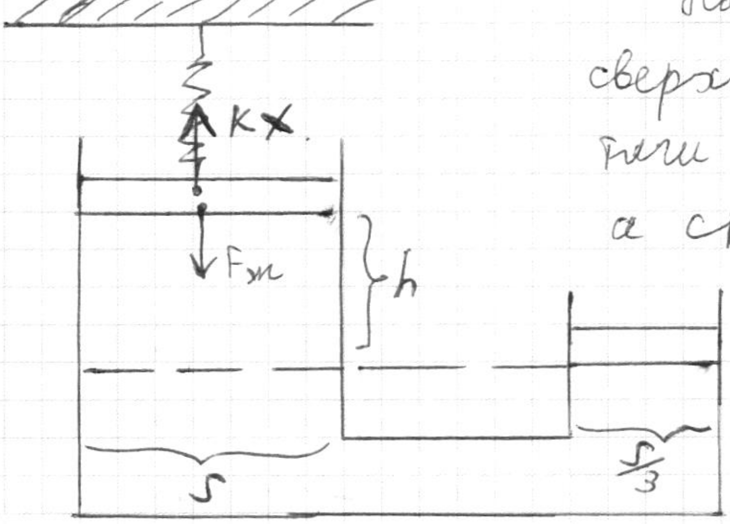
Ответ: $\tau_1 = 0{,}5$ с., $\tau_2 = 1{,}5$ с., $h = 3{,}75$ м.

Задача 2.

Дано
ρ, k,
x, S,
$\frac{S}{3}$, g
$h = ?$
$m = ?$

1) Сначала разберёмся, что вообще происходит в задаче. Когда пружину от потолка зацепляют к широкому поршню, её растягивают. Потом пружина стремится в недеформированное положение и „тянет" за собой воду в сосуде. Это происходит до тех пор, пока сила, с которой тянет вода вниз широкий поршень не сравняется с силой тяги нити; рассмотрим этот момент.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) 

На левый поршень сверху действует сила тяги пружины, равная kx, а снизу „сила тяги" жидкости $F_ж$. Из 3-его закона Ньютона мы понимаем, что она равна силе гидростатического давления столба жидкости в левом сосуде, находящегося выше столба ~~воды~~ жидкости в правом сосуде, т.е. мы можем записать условие покоя левого поршня:

$$kx = \rho g h S, \Rightarrow h = \frac{kx}{\rho g S}$$ – разность уровней жидкости в сосудах.

3) Когда мы кладём груз на правый поршень, то левый должен подняться вверх на x, чтобы пружина стала недеформированной. Из закона Паскаля мы понимаем, что изменение давления в правом сосуде равно изменению давления в левом, т.е.

$$\frac{mg}{\frac{S}{3}} = x\rho g, \Rightarrow m = \frac{x\rho S}{3}$$ – масса груза, который следует положить на правый поршень.

4) Отметим, что в наших расчётах мы не брали во внимание атмосферное давление, т.к. оба сосуда открыты на воздух $\Rightarrow$ на левый и на правый действует одинаковое атмосферное давление, которое мы сразу сократили.

Ответ: $h = \frac{kx}{\rho g S}$, $m = \frac{x\rho S}{3}$.

Задача 3.

$h = R$,
R - радиус планеты,
ρ, G.
$g = ?$
$T = ?$

1) $\exists$ m - масса какого-то тела, находящегося на расстоянии $3R$ от центра планеты, а M - масса самой планеты, тогда запишем закон всемирного притяжения:

$$mg = G\frac{Mm}{9R^2},$$

$$g = \frac{MG}{9R^2};$$

Распишем массу планеты M через её объём $\frac{4}{3}\pi R^3$ и плотность ρ:

$$g = \frac{4\pi R^3 \rho G}{3 \cdot 9R^2} = \frac{4\pi R\rho G}{27}$$ - ускорение свободного падения на расстоянии $3R$ от центра планеты.

2) Аналогично найдём ускорение свободного падения a_c на расстоянии $2R$ от центра планеты.

Это будет центростремительное ускорение спутника. Он должен двигаться с таким ускорением, чтобы не упасть на планету.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$a_c = G\frac{M}{4R^2} = \frac{4G\pi R^3\rho}{3\cdot 4R^2} = \frac{G\pi R\rho}{3}.$$

3) Найдём линейную скорость спутника:

$$v = \sqrt{2Ra_c} = \sqrt{\frac{2}{3}G\pi R^2\rho};$$

4) И период обращения спутника:

$T = \frac{C}{v}$; где $C = 4\pi R$ - длина орбиты,

$$T = \frac{4\pi R}{\sqrt{\frac{2}{3}G\pi R^2\rho}} = \frac{4\sqrt{3}\pi}{\sqrt{2G\pi\rho}} = \frac{4\sqrt{3\pi}}{\sqrt{2G\rho}}.$$

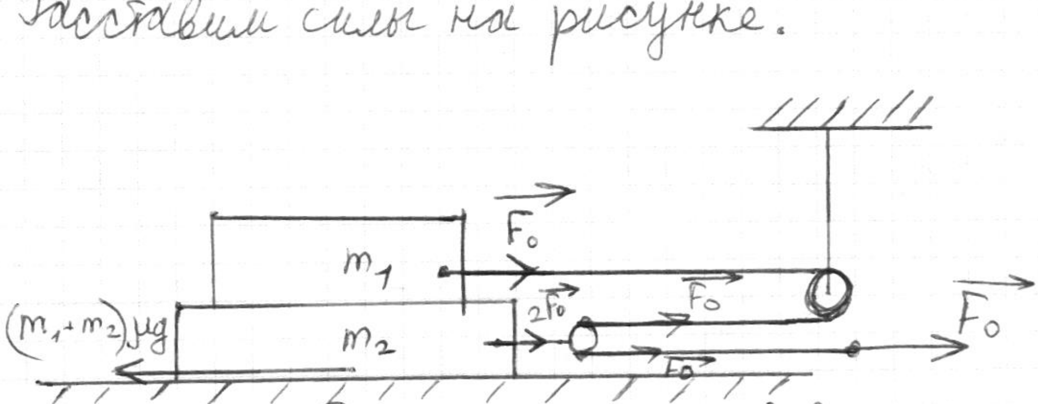
Ответ: $g = \frac{4\pi R\rho G}{27}$; $T = \frac{4\sqrt{3\pi}}{\sqrt{2G\rho}}$.

Задача 4.

$m_1 = 3m$,
$m_2 = 5m$,
μ

$F_0 = ?$
$F = ?$

1) Рассмотрим случай, при котором трение скольжения между брусками отсутствует. Расставим силы на рисунке.



Чтобы трение между брусками отсутствовало, они должны покоиться друг относительно друга; для этого в Земной системе отсчёта они должны двигаться с одинаковыми ускорениями. Понимая, что на нижний брусок действует сила трения, равная $(m_1+m_2)g\mu$, запишем равенство ускорений брусков:

$$\frac{2F_0-(m_1+m_2)g\mu}{m_2}=\frac{F_0}{m_1},$$

$$\frac{2F_0-8mg\mu}{5m}=\frac{F_0}{3m},$$

$$5F_0=6F_0-24mg\mu, \Rightarrow \cancel{F_0=mg\mu}\ F_0=24mg\mu$$

2) Чтобы нижний брусок скользил по полу, а верхний брусок двигался влево относительно нижнего бруска, в земной системе отсчёта ускорение нижнего бруска должно быть больше ускорения верхнего. Запишем и решим это неравенство, учитывая, что теперь между брусками есть сила трения, равная $m_1 g\mu$:

$$\frac{2F-(m_1+m_2)g\mu-m_1g\mu}{m_2}\geqslant\frac{F-m_1g\mu}{m_1},$$

$$\frac{2F-11mg\mu}{5m}\geqslant\frac{F-3mg\mu}{3m},$$

$$5F-15mg\mu\leqslant 6F-33mg\mu, \Rightarrow F\geqslant 18mg\mu$$

Следовательно, $F_{min}=18mg\mu$ — минимальная сила натяжения нити, при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относитель

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

но нижнего бруска.

Ответ: $F_0 = 24mg\mu$; $F_{min} = 18mg\mu$.

Задача 5.

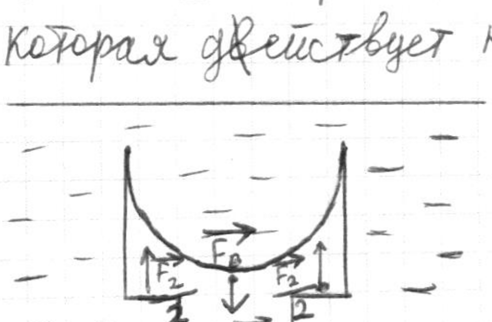
$H = 3$ м,
$V = 5$ дм^3,
$S = 10$ см^2,
$\rho = 1\ \frac{г}{см^3}$,
$P_0 = 100$ кПа,
$g = 10\ \frac{м}{с^2}$

$P_1 = ?$
$\vec{F} = ?$

1) Давление вблизи дна складывается из гидростатического и атмосферного давлений, т.е.:

$P_1 = P_0 + \rho g H = 100\ кПа + 1000\frac{кг}{м^3}\cdot 10\frac{м}{с^2}\cdot 3\ м = 100 кПа + 30000\frac{Н}{м^2} = 100 кПа + 30 кПа = 130$ кПа.

2) Конструкция приклеена ко дну, $\Rightarrow$ вода под неё не подтекает. Теперь представим, что у нас есть точно такая же конструкция, но не приклеенная ко дну $\Rightarrow$ вода под неё подтекает. Пусть $\vec{F_1}$ - сила давления воды на самое дно конструкции, $\vec{F_2}$ - сила давления воды на выступы конструкции ($\vec{F_1}$ и $\vec{F_2}$ направлены вверх), $\vec{F_в}$ - сила давления воды, которая действует на конструкцию сверху.



Теперь запишем чему равна Сила Архимеда, действующая на конструкцию без клея, с которой мы пока что работаем, и отсюды выразим F_2 через $F_в$, учитывая, что $F_1 = P_1 S$:

$$F_{Арх} = F_1 + F_2 - F_B,$$

$$Vpg = P_1 S + F_2 - F_B, \Rightarrow F_2 = Vgp + F_B - P_1 S$$

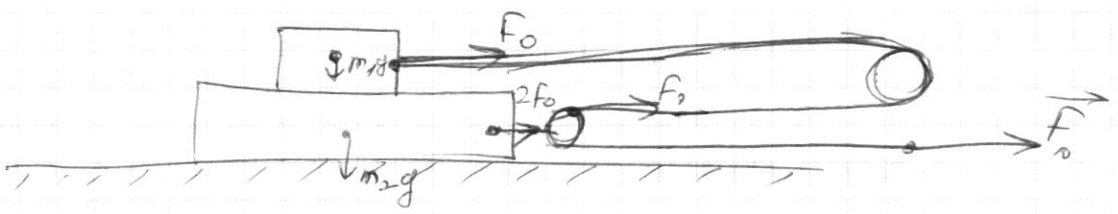
Теперь вернёмся к приклеенной конструкции. У неё $|\vec{F_1}| = 0$, т.к., как уже было сказано, вода под эту конструкцию не подтекает.

Сила $\vec{F}$, с которой вода действует на кострукцию равна сумме сил $\vec{F_2}$ и $\vec{F_B}$. Допустим, что сумма этих сил направлена вверх, тогда

$$F = F_2 - F_B = Vpg - P_1 S = 0{,}005\ м^3 \cdot 1000\ \frac{кг}{м^3} \cdot 10\ \frac{м}{с^2} -$$

$$- 130000\ Па \cdot 0{,}001\ м^2 = 50\ Н - 130\ Н = -80\ Н$$ – отрицательное значение силы говорит о неправильности нашего предположения насчёт направления силы $\vec{F}$. И значит, она на самом деле направлена вниз.

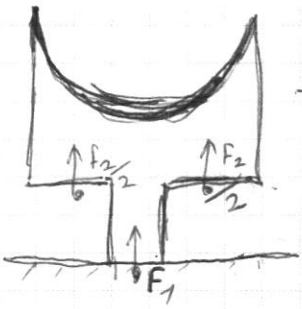
Ответ: $P_1 = 130$ кПа; $F = 80$ Н; $\vec{F}$ направлена вниз.



$\cancel{m_1 g\mu \geq}$

$m_1 g \mu \geq F_0$

$$\begin{cases} m_1 g\mu \geq F_0 \\ (m_2+m_1) g\mu + m_1 g\mu \geq \\ \geq 2F_0 \end{cases}$$



$\cancel{m_2 g\mu}$

$(m_2+m_1) g\mu \leq 2F_0$

$\cancel{F_0 \leq m_1 g\mu}$

$\cancel{2F_0 - 2m_1 g\mu}$

$m_2 g\mu \leq 2F_0 - m_1 g\mu,$

$F_{Apx} = F_H - F_B$

$m_2 g\mu \leq F_0,$

$F_{APX} = 0, \Rightarrow$

$F_H = F_B$

$$\begin{cases} F_0 \geq 5mg\mu; \\ F_0 \leq 3mg\mu; \end{cases} \Rightarrow F_0 \in [3mg]$$

1)

$$\frac{2F_0 - (m_1+m_2)g\mu}{m_2} = \frac{F_0}{m_1},$$

$5F_0 = 6F_0 - \overset{24}{8} mg\mu,$

P

$Vpg = F_H - F_B$

$F_0 = 24 mg\mu$!

$$\frac{2F_0 - 8mg\mu}{5m} = \frac{F_0}{3m},$$

$F_H = F_1 + F_2$

2)

$$\frac{2F - 8mg\mu - 3mg\mu}{5m} \geq \frac{F - 3mg\mu}{3m},$$

$Vpg = F_1 + F_2 - F_B$

$\boxed{F_2 - F_B = Vpg - P_1 S}$

$F - 15mg\mu \leq 6F - 33mg\mu,$

$F_2 = F_B + Vpg - P_1 S$

$F \geq 18mg\mu, \Rightarrow F_{min} = 18 mg\mu.$

$F = F_2 - F_B = Vpg - P_1 S = 0{,}005\ м^3 \cdot 1000 \frac{кг}{м^3} \cdot 10 \frac{м}{с^2} - 130\,000\ Па \cdot$
$\cdot 0{,}001\ м^2 = 50 - 130 = -80\ (Н)$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

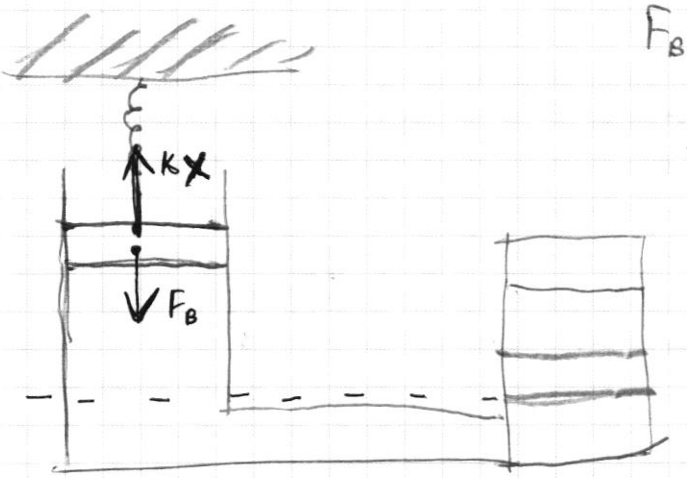
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$F_B = \rho g h S$

$kx = \rho g h S$

$h = \frac{kx}{\rho g S}$

$\cancel{(h+x)\rho g =}$

$x\rho g = \frac{mg}{S/3} = \frac{3mg}{S}$,

$m = \frac{x\rho S}{3}$

$h = R$

$H \cdot \frac{м^2}{кг^2} = \frac{\cancel{кг} \cdot м^3 \cancel{м}}{с^2 \cdot кг}$

$mg = G\frac{Mm}{9R^2}$,

$g = G\frac{M}{9R^2} = \frac{G\frac{4}{3}\pi R^3 \rho}{9R^2} = \frac{4G\pi R\rho}{3 \cdot 9} = \frac{4}{27}$.

$G\pi R\rho$

$a_c = G\frac{M}{4R^2} = \frac{4G\pi R^3\rho}{3 \cdot 4R^2} = \frac{G\pi R\rho}{3}$.

$a_c = \frac{v^2}{2R}, \Rightarrow v = \sqrt{2Ra_c} = \sqrt{\frac{2}{3}G\pi R^2\rho}$.

$C = 4\pi R$,

$T = \frac{C}{v} = \frac{4\pi R}{\sqrt{\frac{2}{3}G\pi R^2\rho}} = \frac{4\sqrt{3}\pi}{\sqrt{2G\pi\rho}} = \frac{4\sqrt{3\pi}}{\sqrt{2G\rho}}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)