

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

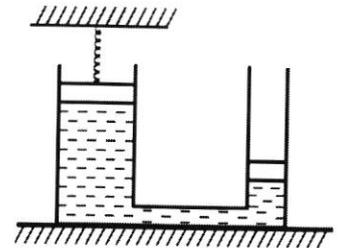
Вариант 09-02

Шифр

(заполняется секретарём)

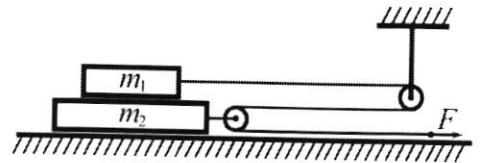
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 10$ м/с.
- 1) Через какое время t после старта скорость камня будет равна по величине $V_0/2$?
 - 2) На какой высоте h , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине $V_0/2$?
- Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности ρ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Деформация пружины равна x . Площадь сечения левого поршня S , правого $S/3$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g .

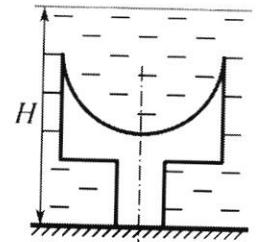


- 1) Найдите разность h уровней жидкости в сосудах.
 - 2) Найдите массу m груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.
3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты $h = R$, здесь R – радиус планеты. Плотность планеты ρ . Гравитационная постоянная G . Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.
- 1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $3R$ от центра планеты.
 - 2) Найдите период T обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков $m_1 = 3m$, $m_2 = 5m$. Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен μ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



- 1) Найдите величину F_0 горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.
 - 2) Найдите минимальную силу F , при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.
5. Ко дну бассейна глубиной $H=3$ м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции $V = 5$ дм³, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей $S = 10$ см². Плотность воды $\rho = 1$ г/см³, атмосферное давление $P_0 = 100$ кПа. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².
- 1) Найдите давление P_1 вблизи дна.
 - 2) Найдите величину F силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1.

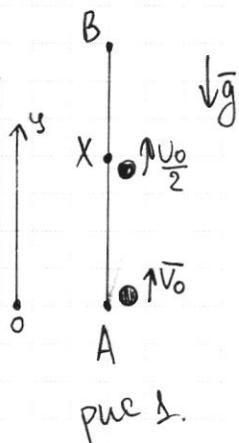
Дано:
 $V_0 = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

Найти:

t - ?

h - ?



т. - точка

Зависимость скорости (камень)
от времени (t):

$$V(t) = V_0 - g \cdot t$$

Заметим, что приобретает
скорость $\frac{V_0}{2}$ камень может
в 2 случаях: когда летит
вверх и когда летит вниз.

Пусть t_B - время, через которое камень окажется
в верхней точке своей траектории - т.В.,
 t_1 и t_2 - времена, когда камень имеет
скорость $\frac{V_0}{2}$ при полёте вверх и вниз соответ-
ственно.

Скорость камня в т.В равна 0 =>

$$V(t_B) = 0 \Leftrightarrow$$

$$V_0 - g \cdot t_B = 0 \Leftrightarrow t_B = \frac{V_0}{g}$$

Пусть X - т., в которой скорость камня при
полёте вверх равна $\frac{V_0}{2}$. Тогда в т.Х:

$$V(t_1) = \frac{V_0}{2} \Leftrightarrow$$

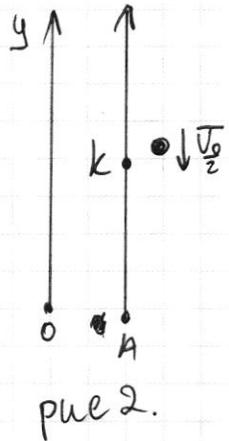
$$V_0 - g t_1 = \frac{V_0}{2} \Leftrightarrow \frac{V_0}{2} = g t_1 \Leftrightarrow t_1 = \frac{V_0}{2g}$$

$$t_1 = \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{2 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 0,5 \text{ с}$$

К-т., в которой скорость камня будет по модулю равна $\frac{V_0}{2}$, но т.к. камень летит вниз, то она будет равна $-\frac{V_0}{2}$

В т.к.:

(см. систему отсчёта)
(см. рис 2)



~~$$V(t_2) = -\frac{V_0}{2} \Leftrightarrow$$~~

$$V_0 - gt_2 = -\frac{V_0}{2}$$

$$gt_2 = 1,5V_0$$

$$t_2 = \frac{1,5V_0}{g}$$

$$t_2 = \frac{1,5 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 1,5 \text{ с}$$

Зависимость координаты y от времени t :

~~$y(t) = \dots$~~ $y_0 = 0$ - старт.

$$y(t) = y_0 + V_0 \cdot t - \frac{gt^2}{2} = 0 + V_0 \cdot t - \frac{gt^2}{2} = V_0 \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

\Rightarrow В моменты времени t_1 и t_2 координаты, равные высоте h (т.к. начало координат и т. старта совпадают) будут равны соответственно:

~~$$y(t_1) = V_0 \cdot t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = V_0 \cdot \frac{V_0}{2g} - \frac{g \cdot (V_0/2g)^2}{2} = \frac{V_0^2}{2g} - \frac{V_0^2 \cdot g}{8} = \frac{3}{8} V_0^2 \cdot g$$~~

~~$$y(t_2) = V_0 \cdot t_2 - \frac{gt_2^2}{2} = V_0 \cdot \frac{1,5V_0}{g} - \frac{g \cdot (1,5V_0/g)^2}{2} = \frac{V_0^2}{g} (1,5 - 1,125) = \frac{3}{8} \frac{V_0^2}{g}$$~~

~~$$\Rightarrow h = \frac{3}{8} V_0^2 \cdot g = \frac{3}{8} \cdot (10 \frac{\text{м}}{\text{с}})^2 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \frac{3}{8}$$~~

$$h = \frac{3}{8} \frac{V_0^2}{g} = \frac{3}{8} \cdot \frac{(10 \frac{\text{м}}{\text{с}})^2}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 3,75 \text{ м}$$

Ответ: 1) через $t = 0,5 \text{ с}$ и $t = 1,5 \text{ с}$

2) $h = 3,75 \text{ м}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

52.

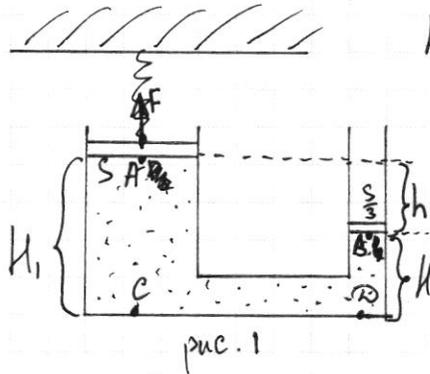
Дано:

$\rho, k, S, \frac{S}{3}$

g, x .

Найти:

$h, m - ?$



Если бы пружина не действовала на поршень, то левый поршень находился бы ниже и на одном уровне

с правым поршнем \Rightarrow на левый поршень действует сила, направленная вверх, т.е. пружина растянута.

F - сила, с которой пружина действует на левый поршень.

По закону Гука: $F = k \cdot x$.

P_4 - давление в т. Д.

P_3 - давление в т. С

Пусть P_1 - давление в т. А, P_2 - давление в т. В (см. рис. 1), H_1 и H_2 - высоты поршней (см. рис. 1), $P_{атм}$ - атмосферное давление

Тогда:

~~$P_1 = P_2$~~ $P_4 = P_3$, т.к. система в равновесии

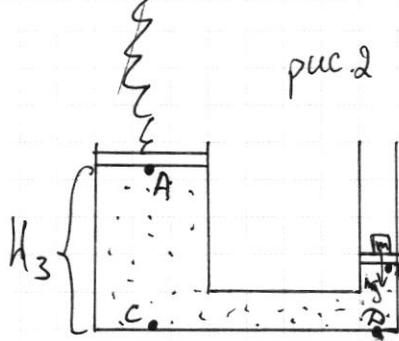
$$P_3 = P_1 + \rho g H_1, \quad P_4 = P_2 + \rho g H_2$$

$$P_1 = P_{атм} - \frac{F}{S}; \quad P_2 = P_{атм} \Rightarrow$$

$$P_{атм} - \frac{F}{S} + \rho g H_1 = P_{атм} + \rho g H_2$$

$$\rho g (H_1 - H_2) = \frac{F}{S} \Rightarrow h = H_1 - H_2 = \frac{F}{S \rho g} = \frac{k \cdot x}{S \rho g}$$

Если положить ^{мб} груз массой m на
 правый поршень:



Если пружина недеформируемая, то:

1) левый поршень поднимется на высоту по сравнению с предыдущей ситуацией.

2) на левый поршень больше не действует сила F .

Если левый поршень поднялся на x , то ~~разность уровней увеличилась на Δh~~
 левый опустился на Δh , где

$V_1 = x \cdot S = \frac{S}{3} \cdot \Delta h$, где V_1 - объем жидкости, которая перетекла из правого сосуда в левый (жидкость несжимаема) $\Rightarrow \Delta h = 3x$. \Rightarrow Разница уровней сосудов теперь составляет $h + x + \Delta h = h + 4x = h_3 - h_4$, где h_3 и h_4 - новые уровни в сосудах (см. рис. 2).

Тогда P_A - давление в т. А, P_B - в т. В (см. рис. 2), P_C - в т. С, P_D - в т. D

$$P_A = P_{атм}, P_B = P_{атм} + \frac{mg}{S} = P_{атм} + \frac{3mg}{S}$$

$$P_C = P_D, \text{ т.к. система в равновесии.}$$

$$P_C = P_A + \rho g h_3, P_D = P_B + \rho g h_4 \Rightarrow$$

$$P_{атм} + \rho g h_3 = P_{атм} + \frac{3mg}{S} + \rho g h_4$$

$$\frac{3mg}{S} = \rho g (h_3 - h_4) = \rho g (h + 4x) = \rho g \left(\frac{kx}{\rho g S} + 4x \right) \Rightarrow$$

$$m = \frac{S}{3} \cdot \rho \left(\frac{kx}{\rho g S} + 4x \right) = \frac{kx}{3g} + \frac{4}{3} x S \rho$$

Ответ: 1) $h = \frac{kx}{S\rho g}$ 2) $m = \frac{kx}{3g} + \frac{4}{3} x S \rho$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3
дано:
 $h=R$
 S, G
найти:
 g - ?
 T - ?

Пусть F - сила притяжения объекта массой m на расстоянии S от планеты, т.е. (ее центра), т.е. сила тяжести. Тогда:

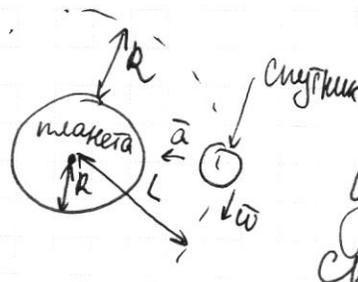
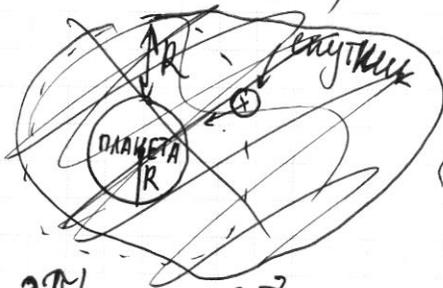
$$F = G \frac{Mm}{S^2}, \text{ где } M - \text{масса планеты.}$$

$F = mg'$, где g' - ускорение свободного падения ~~для этого объекта~~. для этого объекта

$$\Rightarrow G \frac{Mm}{S^2} = mg' \Rightarrow g' = G \frac{M}{S^2}$$

$M = V \cdot \rho$, где V - объём планеты
 $V = \frac{4}{3} \pi R^3 \Rightarrow$

$$g = G \cdot \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3}{(3R)^2} = G \cdot \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3}{9R^2} = G \cdot \rho \cdot \frac{4}{27} \pi \cdot R$$



Пусть a - центростремительное ускорение спутника, ω - его угловая скорость.

$$\omega = \frac{2\pi L}{T}, \quad a = \frac{v^2}{L}$$

$L = 2R$; $v = \omega \cdot L$, L - радиус системы (см. рис.)

По III закону Ньютона:

$$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow F = ma \Rightarrow mg = ma \Rightarrow a = g \Rightarrow$$

$$g = \frac{v^2}{L} = \frac{(wL)^2}{L} = w^2 L = \frac{2R}{T^2} \cdot L = \frac{2RL}{T^2}$$

$$g = \frac{2R}{T^2} \Rightarrow T^2 = \frac{2R}{g} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{2R}{g}}$$

$$T = \sqrt{\frac{2R}{G \cdot S \cdot \frac{4}{27} \cdot \pi \cdot R}} = \sqrt{\frac{27}{2GS}}$$

$$= \frac{(2\pi L)^2}{T^2} \cdot L = \frac{4\pi^2 L^3}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 8R^3}{T^2} \Rightarrow$$

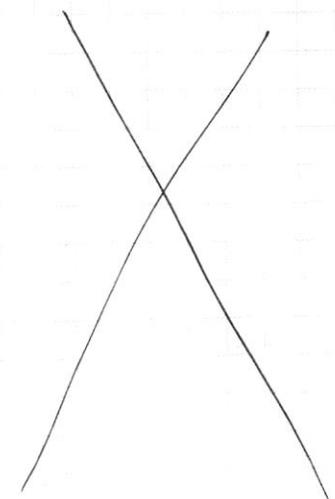
$$T^2 = \frac{32\pi^2 R^3}{g}$$

$$T = \sqrt{\frac{32\pi^2 R^3}{g}} =$$

$$= \sqrt{\frac{32 \cdot \pi^2 \cdot R^3}{G \cdot S \cdot \frac{4}{27} \cdot \pi \cdot R}} = \sqrt{\frac{32 \cdot \pi \cdot R^2}{G \cdot S \cdot \frac{4}{27}}} = \sqrt{\frac{8 \cdot \pi}{27 G \cdot S}} \cdot R =$$

$$= \sqrt{\frac{2}{3} \cdot \frac{\pi}{G \cdot S}} \cdot \frac{2R}{3}$$

- Ответ: 1) $g = G \cdot S \cdot \frac{4}{27} \cdot \pi \cdot R$
 2) $T = \frac{2}{3} R \sqrt{\frac{2\pi}{3GS}}$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4

Дано:

$m_1 = 3m$

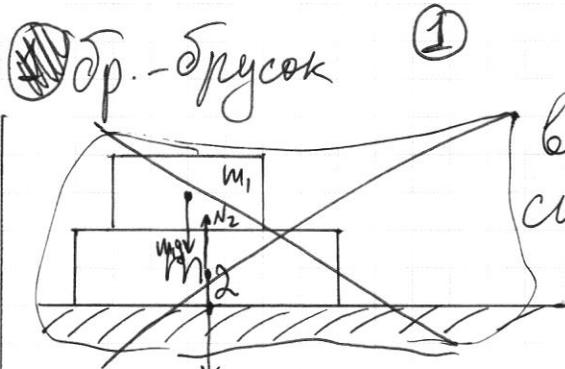
$m_2 = 5m$

μ

Найти:

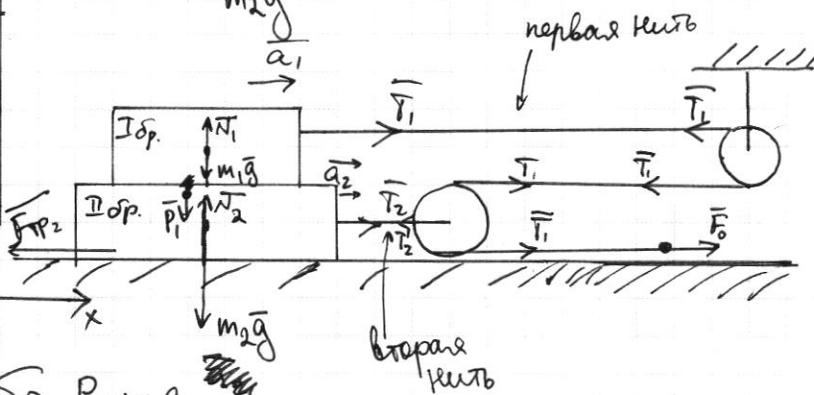
F_0 ?

F ?



На первую нить
везде действует одинаковая
сила натяжения T_1
(т.к. нить одна и нерастяжима)
(см. рис 2)

На вторую
нить действу-
ет сила
натяжения T_2 .
(нить одна и
нерастяжима)
(см. рис 2)



P_1 - вес I бр. $P_1 = m_1 g$

N_1 - сила нормальной реакции опоры, действующая на I брусок

$T_1 = F_0$, т.к. за нить тянут с силой F_0 .

$T_2 = T_1 + T_1 = 2T_1 = 2F_0$

Рассмотрим брусок массой m_2 . В Σ случае, по условию, сила трения на блоке действует ($F_{тр} = 0$), но на этот брусок действуют сила F вдоль оси Ox и силы $m_2 g$, N_1 вдоль оси Oy .

На брусок массой m_2 действуют сила трения $F_{тр2}$, N_2 - сила норм. реакции опоры, действующая на II брусок, $m_2 g$, T_2 .

Пусть верхний брусок движется с ускорением \vec{a}_1 , а нижний - с ускорением \vec{a}_2

Т.к. $F_{тр} = 0$, то верхний бр. не движется относительно нижнего бр. \Rightarrow относительно земли

$$a_1 = a_2$$

По III закону Ньютона:

$$\vec{a}_1 \cdot m_1 = m_1 \vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{T}_1 \quad (1)$$

$$\vec{a}_2 \cdot m_2 = m_2 \vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{P}_1 + \vec{F}_{тр2} + \vec{T}_2 \quad (2)$$

Из (1) по проекциям на оси:

$$O_x: a_1 \cdot m_1 = T_1 \Rightarrow a_1 = \frac{T_1}{m_1} = \frac{F_0}{3m}$$

$$O_y: 0 \cdot m_1 = -m_2 g + N_2 + P_1 \Rightarrow N_2 = m_2 g + P_1 = 5mg + 3mg = 8mg$$

Т.к. по оси O_y бруски не движутся

Из (2) по проекциям на оси:

$$O_x: a_2 \cdot m_2 = -m_2 g - F_{тр2} + 2F_0$$

$$a_2 \cdot 5m = -5mg - F_{тр2} + 2F_0$$

$$a_2 = \frac{2F_0 - F_{тр2}}{5m}$$

$$F_{тр2} = \mu N_2. \quad O_y: 0 \cdot m_2 = -m_2 g - P_1 \Rightarrow N_2 = m_2 g + P_1 = 5mg + 3mg = 8mg$$

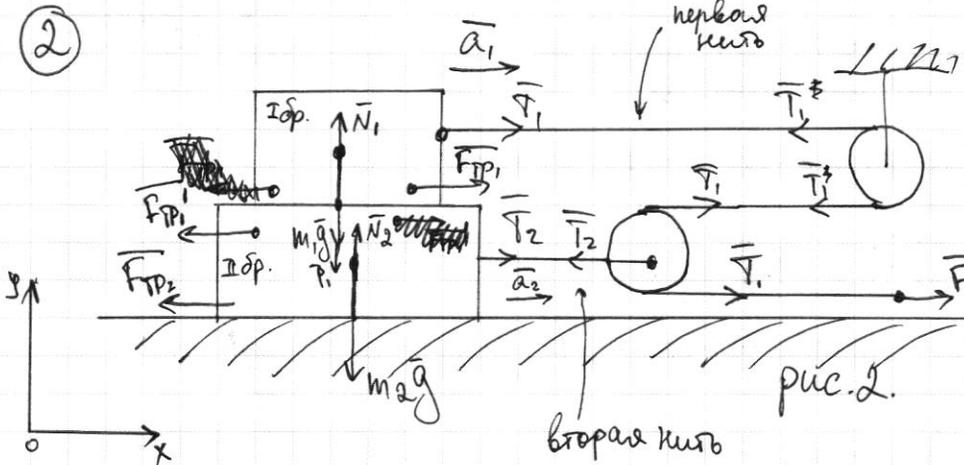
Т.к. по оси O_y бруски не движутся

$$F_{тр2} = \mu \cdot N_2 = \mu \cdot 8mg \Rightarrow$$

$$a_2 = \frac{2F_0 - 8\mu mg}{5m} = a_1 = \frac{F_0}{3m} \Rightarrow$$

$$6F_0 - 24\mu mg = 5F_0 \Rightarrow F_0 = 24\mu mg$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Аналогично I случаю, на первую нить всегда действует сила \vec{T}_1 , а вторую нить - \vec{T}_2 , I бр. движется с ускорением \vec{a}_1 , II бр. - с ускорением \vec{a}_2 ,

$T_1 = F$, $T_2 = 2T_1 = 2F$, P_1 - вес I бр., на II бр. действует сила трения $F_{тр2}$. $F_{тр2} = \mu \cdot N_2$

Теперь на I бр. действует сила трения $F_{тр1}$ о второй брусок. \Rightarrow на II бр. действует сила трения $F_{тр1}'$ из-за I бр. $F_{тр1}'$ направлена вправо, препятствует движению I бр., т.к. верхний брусок движется влево по условию. $F_{тр1}' = \mu \cdot N_1$

Если I бр. движется влево относительно II бр., то это значит, что ~~а1 < а2~~ $a_1 < a_2$.

По III закону Ньютона:

$$\text{Для I бр.: } m_1 \cdot \vec{a}_1 = \vec{T}_1 + \vec{F}_{тр1}' + \vec{N}_1 + m_1 \vec{g}$$

$$\text{Для II бр.: } m_2 \cdot \vec{a}_2 = \vec{T}_2 + \vec{F}_{тр1} + \vec{F}_{тр2} + \vec{N}_2 + m_2 \vec{g} + \vec{P}_2$$

Цу (1) по проекциям на оси:

$$Ox: m_1 a_1 = T_1 + F_{TP1} \Rightarrow 3m a_1 = \frac{T_1 + F_{TP1}}{m_1} = \frac{F + \mu \cdot N_1}{3m}$$

$$Oy: m_1 \cdot 0 = N_1 - m_1 g \Rightarrow N_1 = m_1 g = 3mg$$

ускорение по оси Oy равно 0.
у обоих брусков

$$a_1 = \frac{F + \mu mg \cdot 3}{3m}$$

Цу (2) по проекциям на оси:

$$Ox: m_2 a_2 = T_2 - F_{TP2} - F_{TP1}$$

$$5m \cdot a_2 = 2F - \mu \cdot N_2 - F_{TP1} = 2F - \mu \cdot N_2 - \mu \cdot 3mg$$

$$Oy: -m_2 g - P_1 + N_2 = m_2 \cdot 0$$

$$N_2 = P_1 + m_2 g = 3mg + 5mg = 8mg \Rightarrow$$

$$5a_2 m = 2F - \mu \cdot 8mg - \mu \cdot 3mg = 2F - 11\mu mg$$

$$a_2 = \frac{2F - 11\mu mg}{5m}$$

$a_1 = a_2$ ← условие для минимального $F \Rightarrow$

$$\frac{F + \mu mg \cdot 3}{3m} = \frac{2F - 11\mu mg}{5m}$$

$$5F + 15\mu mg = 6F - 33\mu mg$$

$$F = 48\mu mg$$

Ответ: 1) $F_0 = 24\mu mg$
2) $F = 48\mu mg$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано:

$$H = 3 \text{ м}$$

$$V = 5 \text{ дм}^3 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$S = 10 \text{ см}^2 = 1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$$

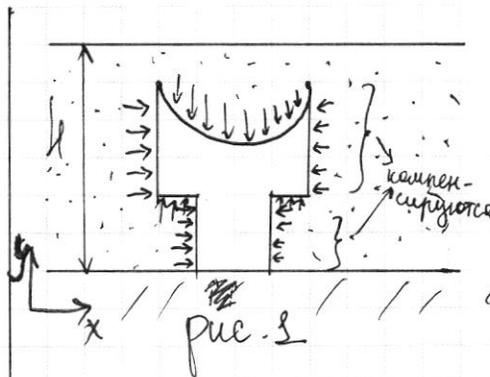
$$\rho = 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

$$P_0 = 100 \text{ кПа}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$$

Найти:

P_z - ?
 $|F|$ - ? (величина силы F)



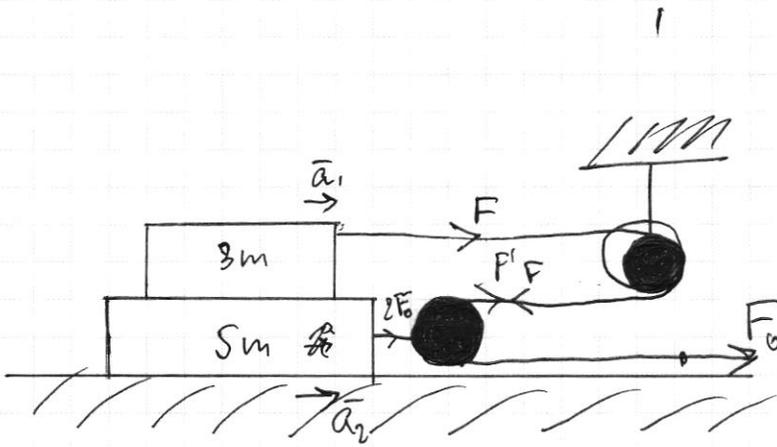
Рассмотрим конструкцию
 Вода давит на нее,
 как показано на
 рис. 1.

Заметим, что из-за
 симметрии фигуры, ^{сила} давления
 на воды на боковые части фи-
 гурь одинакова со всех сторон,
 поэтому она самокомпенсируется,
 и можно считать, что вода действу-
 ет на тело только в направлении
 оси Oy .

Давление воды на дне будет одинаково,
 т.к. система в равновесии \Rightarrow она равна

$$P_z = P_0 + \rho g H$$

Если бы клея не было, то конструкция
 выталкивалась тело вверх силой Архимеда
 $F_a = \rho g V$, действующая на ^{всю} поверхность тела.
 Из-за клея выталкивающая сила воды не
 действует на нижнюю грань конструкции.
 F_a - это сумма ~~на~~ сил ~~(учитывая направление)~~

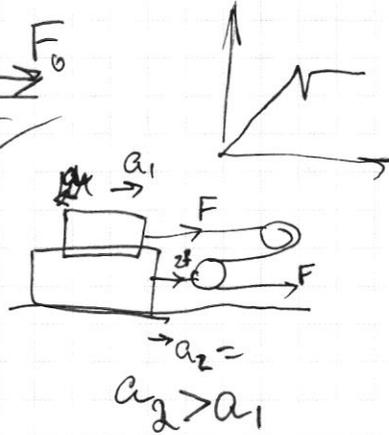


~~$2F \cdot 5m$~~
 ~~$a_1 = F/3m$~~
 $F \cdot 3m = 2F \cdot 5m$

$$F_0 = am \Rightarrow$$

$$3a_1 m = F_0$$

$$5a_2 \cdot m = 2F_0 - \mu \cdot 8mg$$



$$3am = F_0 \Rightarrow a = \frac{F_0}{3m}$$

$$5am = 2F_0 - \mu \cdot 8mg$$

~~$3am$~~

$$\begin{cases} 3a_1 m = F - \mu \cdot 3mg \\ 5a_2 m = 2F - \mu \cdot 8mg \end{cases}$$

$$5 \cdot \frac{F_0}{3m} \cdot m = 2F - \mu \cdot 8mg$$

$$a_1 = \frac{F - \mu \cdot 3mg}{3m}$$

$$\frac{5}{3} F_0 = 2F - 8\mu mg$$

$$a_2 = \frac{2F - \mu \cdot 8mg}{5m}$$

$$8\mu mg = \frac{1}{3} F_0$$

$$5F - 15\mu mg < 6F - 24\mu mg$$

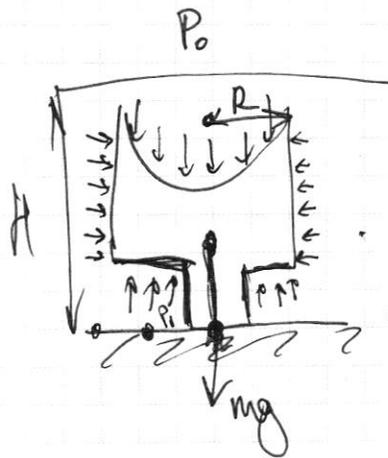
$$F > 39\mu mg$$

$$F_{min} = 39\mu mg$$

$$m_1 a_1 = T_1 + F_{sp1} + N_1 + m_1 g$$

$$m_2 a_2 = T_2 + F_{sp2} + F_{sp1} + N_2 + m_2 g + F_1$$

① $F_0 = 24\mu mg$



$$P_1 = 88H$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

$$v_0 \cdot t = h$$

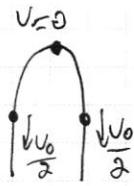
$$v_0 - gt = \frac{v_0}{2}$$

$$v_0 - gt_a = 0$$

$$t_a = \frac{v_0}{g}$$

2 случая.

$$\frac{v_0}{2} = gt \Rightarrow t = \frac{v_0}{2g}$$

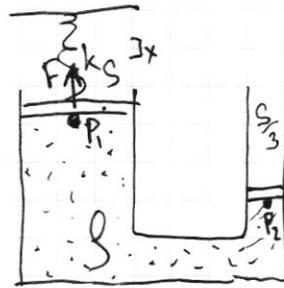
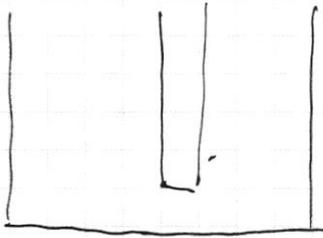


$$\frac{v_0}{2} = g(t_a + X) = v_0 + Xg$$

$$\begin{array}{r} 1,5 \\ \times 1,5 \\ \hline 7,5 \\ 1,5 \\ \hline 2,25 \end{array}$$

$$2,25 \sqrt{2} = 1,5 \sqrt{2}$$

№2



$$F = k \cdot x$$

$$P_2 = P_{atm}$$

$$m_1 = 3m$$

№3

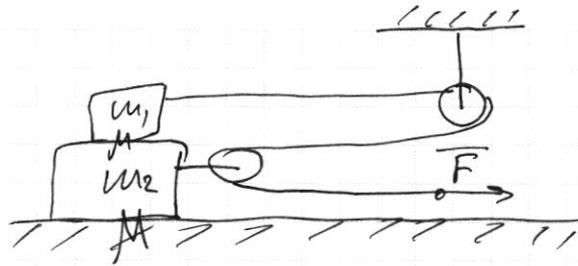
$$F = G \frac{Mm}{R^2} = mg$$

$$M = \rho V \quad F = a m$$

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R$$

$$\omega = \frac{v}{R} \Rightarrow \frac{R}{T^2}$$

№4



$$m_2 = 5m$$

$$\frac{3}{8} \cdot 10 = \frac{3}{4} \cdot 5 = \frac{15}{4} = 3 \frac{3}{4} = 3,75$$

наставить галки!