

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

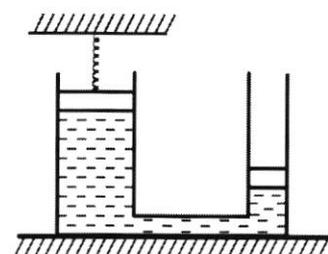
Вариант 09-02

Шифр

(заполняется секретарём)

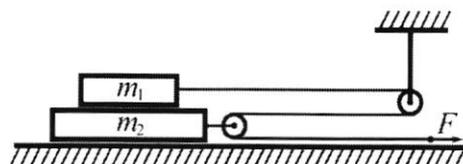
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 10$ м/с.
- 1) Через какое время t после старта скорость камня будет равна по величине $V_0/2$?
 - 2) На какой высоте h , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине $V_0/2$?
- Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности ρ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Деформация пружины равна x . Площадь сечения левого поршня S , правого $S/3$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g .



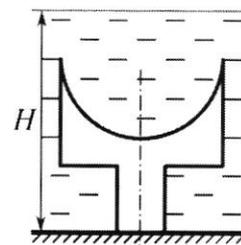
- 1) Найдите разность h уровней жидкости в сосудах.
 - 2) Найдите массу m груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.
3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты $h = R$, здесь R – радиус планеты. Плотность планеты ρ . Гравитационная постоянная G . Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.
- 1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $3R$ от центра планеты.
 - 2) Найдите период T обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков $m_1 = 3m$, $m_2 = 5m$. Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен μ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



- 1) Найдите величину F_0 горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.
- 2) Найдите минимальную силу F , при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

5. Ко дну бассейна глубиной $H=3$ м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции $V = 5$ дм³, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей $S = 10$ см². Плотность воды $\rho = 1$ г/см³, атмосферное давление $P_0 = 100$ кПа. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



- 1) Найдите давление P_1 вблизи дна.
- 2) Найдите величину F силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

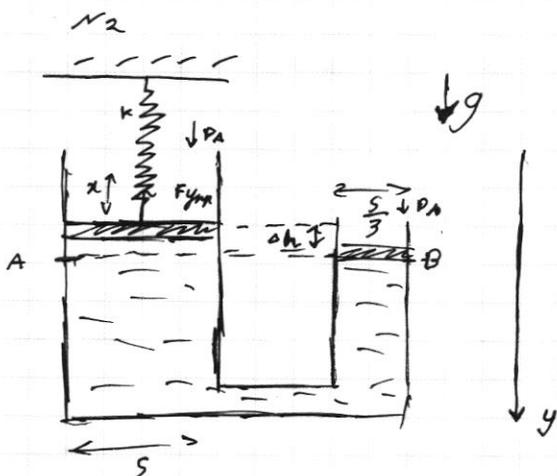
- 1) П.к. скорость камня во время полета была направлена и вверх (ка взлетел) и вниз (при падении), есть 2 момента времени τ :

$$\begin{cases} \frac{v_0}{2} = v_0 - g\tau \\ -\frac{v_0}{2} = v_0 - g\tau \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tau = \frac{v_0}{2g} = 0,5 \text{ c} \\ \tau = \frac{3}{2} \frac{v_0}{g} = 1,5 \text{ c} \end{cases}$$

- 2) П.к. траектория камня симметрична при взлете и при падении $v_{\text{пад}} = v_{\text{взлет}}$ при обоих τ из п.1 будет одинаковым:

$$h = v_0 \tau - \frac{g\tau^2}{2} = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g v_0^2}{8g^2} = \frac{3}{8} \frac{v_0^2}{g} = 3,75 \text{ м}$$

Ответ: $\tau = 0,5 \text{ c}; 1,5 \text{ c}; h = 3,75 \text{ м}$.



P_A - атмосферное давление.

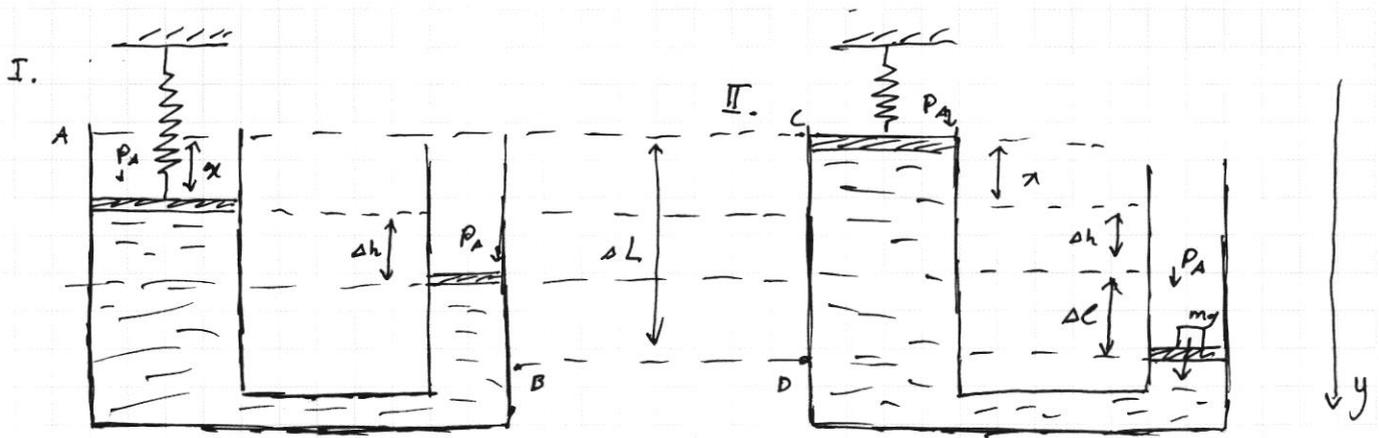
- 1) Запишем уравнение гидростатического равновесия на уровне АВ:

$$\begin{aligned} P_A &= -\frac{F_{\text{упр}}}{S} + \rho g \Delta h + P_A \\ &= -\frac{kx}{S} + \rho g \Delta h \end{aligned}$$

$$\Delta h = \frac{kx}{\rho g S} - \text{если пружина была растянута}$$

- 2) Если после помещения груза масса m пружина

перестала быть деформирована, то вначале она была растянута на x , и после помещения груза



Уровень воды также сместился на x в левом колене сосуда, т.е. в него перетек xS — объем ^{жидкости} воды, значит из правого колена тоже ушло xS ^{жидкости} воды, т.е. уровень в нем понижался на $\Delta C = \frac{xS}{S} = x$. \Rightarrow

\Rightarrow Теперь разность уровней жидкости в сосудах:

$$\Delta L = x + \Delta h + x = 4x + \frac{kx}{595} = x \left(4 + \frac{k}{595} \right)$$

Запишем уравнение гидростатического равновесия для уровня BD:

$$\frac{P_A}{S} + \frac{mg}{S} = \frac{3mg}{S} + \frac{P_A}{S} = \rho g \Delta L + \frac{P_A}{S} = 595x \left(4 + \frac{k}{595} \right) + \frac{P_A}{S}$$

$$m = \frac{5xS \left(4 + \frac{k}{595} \right)}{3}$$

Ответ: $\Delta h = \frac{kx}{595}$; $m = \frac{5xS \left(4 + \frac{k}{595} \right)}{3}$.

N3

1) Запишем II закон Ньютона для расставленного $3R$ от центра планеты:

$$ma = \rho L g = G \frac{mM}{9R^2}$$

M — масса планеты, $M = \rho V = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$

m — масса объекта на расстоянии $3R$ от центра планеты.

$$g = \frac{GM}{9R^2} = \frac{G \frac{4}{3} \pi R^3 \rho}{9R^2} = \frac{4}{27} G \rho \pi R$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

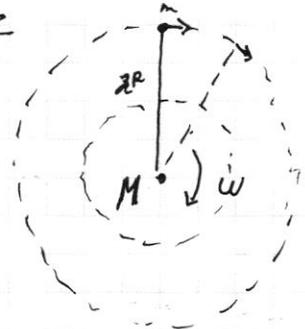
$$2) \quad \mu \alpha = \frac{G m M}{(R+h)^2} = \frac{G m M}{4 R^2}$$

$$\alpha = 2\omega^2 R = \frac{G \frac{4}{3} \pi R^3 \rho}{4 R^2} = \frac{G \rho R \rho}{3}$$

$$\omega^2 = \frac{4 \rho R}{T^2} = \frac{G \rho R \rho}{6}$$

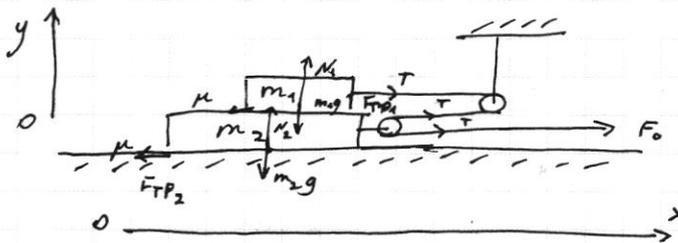
$$T^2 = \frac{24 \rho}{G \rho}$$

$$T = \sqrt{\frac{24 \rho}{G \rho}}$$



Ответ: $g = \frac{4}{27} G \rho \pi R$; $T = \sqrt{\frac{24 \rho}{G \rho}}$

н 4.



По 2 закону Ньютона на ось:

$$\begin{cases} m_1 g = N_1 \\ m_2 g + N_1 = (m_1 + m_2) g = N_2 \end{cases}$$

1) Если на брусок m_1 не действует трение, то на второй брусок (m_2) также не действует трение со стороны первого. Тогда запишем 2 закон Ньютона отдельно на каждый брусок по ОХ:

$$\begin{cases} m_1 a_1 = T \\ m_2 a_2 = 2T - F_{тр2} = 2T - \mu N_2 \end{cases}$$

П.к. бруски не скользят относительно друг друга (иначе был бы трение), то $a_1 = a_2 = a$

из кинематической связи на нить $T = F_0$:

$$\begin{cases} m_1 a = F_0 \\ m_2 a = 2F_0 - \mu N_2 = 2F_0 - \mu (m_1 + m_2) g \end{cases}$$

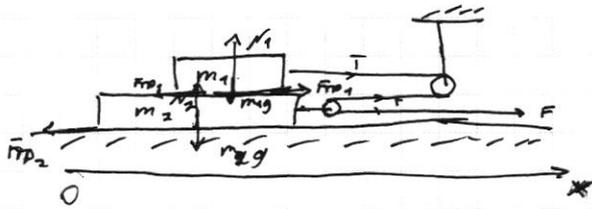
$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{F_0}{2F_0 - \mu(m_1 + m_2)g}$$

$$2 \overset{!}{=} m_1 - \mu m_1 (m_1 + m_2)g = F_0 m_2$$

$$F_0 = \frac{\mu m_1 (m_1 + m_2)g}{2m_1 - m_2} = \frac{\mu \cdot 3m \cdot (8m)g}{8m - 5m} =$$

$$= 24 \mu mg$$

2.) П.к. верхний брусок движется влево относительно нижнего, то ко нело действует $F_{тр1} = \mu N_1$, направленная вправо, а по третьему закону Ньютона на нижний брусок со стороны верхнего бруска действует та же $F_{тр1} = \mu N_1$, направленная влево. Тогда по второму закону Ньютона на ОХ:



$$\begin{cases} m_1 a_1 = T + \mu N_1 = F + \mu m_1 g \\ m_2 a_2 = 2T - \mu N_1 - \mu N_2 = \\ = 2F - \mu g(m_1 + m_1 + m_2) \end{cases}$$

П.к. как пружинка кайма $F_{тр1}$, то при такой F только начнется проскальзывание брусков, и $a_1 = a_2$.

$$\begin{cases} m_1 a = F + \mu m_1 g \\ m_2 a = 2F - \mu(2m_1 + m_2)g \end{cases}$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{F + \mu m_1 g}{2F - \mu(2m_1 + m_2)g}$$

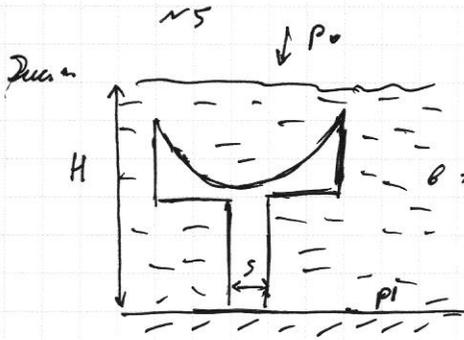
$$2F m_1 - \mu m_1 (2m_1 + m_2)g = F m_2 + \mu m_1 m_2 g$$

$$F = \frac{\mu m_1 g (2m_1 + m_2)}{2m_1 - m_2} = \frac{\mu \cdot 3m \cdot g (6m + 10m)}{6m - 5m} =$$

$$= 48 \mu mg.$$

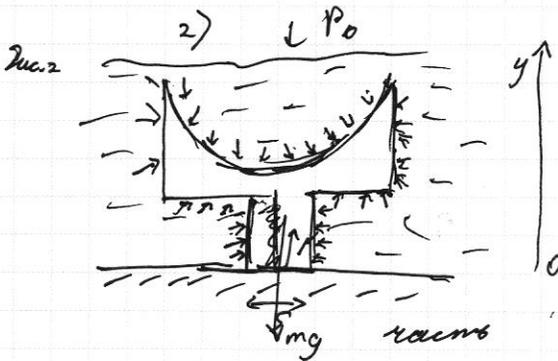
Ответ: $F_0 = 24 \mu mg$; $F = 48 \mu mg$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1) По к. давление на уровне дна в жидкости во всех точках одинаково (по закону Паскаля), то:

$$P' = P_0 + \rho g H = 100 \text{ кПа} + 3 \text{ м} \cdot \frac{1000 \text{ кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = 130 \text{ кПа}$$



Еще три силы по определению - векторная сумма всех сил, с которыми жидкость действует на тело (Диаг. 2) По к. в нашем случае кинетика часть приливает к телу, то на нее не

действует давление со стороны воды, а значит, в проекции на ось Oy , уравнение равновесия тела:

$$0 = \rho g V - (\rho g H + P_0) S + N - mg, \text{ где } N - \text{разница сил дна}$$

$$N = \rho g (H S - V) = \frac{1000 \text{ кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} (3 \text{ м} \cdot 0,01 \text{ м}^2 - 0,005 \text{ м}^3)$$

$$F = N - mg = \rho g (H + \frac{P_0}{\rho g}) S - V = 130 \text{ Н} - 50 \text{ Н} = 80 \text{ Н}$$

Ответ: $F = N - mg$ положительная \Rightarrow по 3 закону Ньютона конструкция действует на воду с той же силой, с которой вода действует на нее, т.е. с F , т.к. $N - mg > 0$, сила давления со стороны воды на конструкцию направлена вниз. Ответ: $P' = 130 \text{ кПа}$, $F = 80 \text{ Н}$ вниз.



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

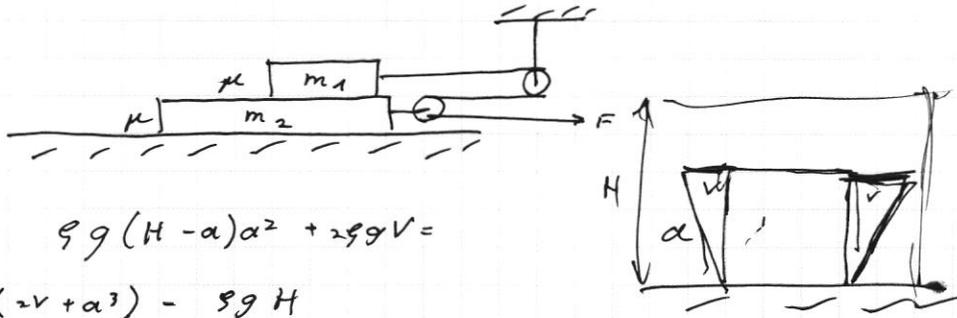
(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Blank grid area for writing the answer.

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



~~$9gH + 29gV$~~

$$9g(H-a)a^2 + 29gV =$$

$$= 9g(2V+a^3) - 9gH$$

$$F_0 = m_1 a$$

$$-\mu m_2 g + 2F_0 = m_2 a$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{F_0}{\mu m_2 g - 2F_0}$$

$$-\mu m_1 m_2 g + 2F_0 m_1 = m_2 F_0$$

$$F_0 = \frac{-\mu m_1 m_2 g}{m_2 - 2m_1} = \frac{\mu m_1 m_2 g}{2m_1 - m_2} = \frac{15\mu m^2 g}{m} =$$

$$= \underline{15\mu m g}$$

$$9g a^3$$

$$9g(H-a)a^2 =$$

$$= 9g a^3 - 9g H a^2 =$$

$$= 9g a^2 (a-H) =$$

$$= 9g a^2 (H-a) \downarrow$$

$$m_1 a = F_0 + \mu m_1 g$$

$$m_2 g = 2F_0 - \mu m_1 g - \mu m_2 g$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{F_0 + \mu m_1 g}{2F_0 - \mu(m_1 + m_2)g}$$

$$2F_0 m_1 - \mu m_1 (m_1 + m_2)g = F_0 m_2 - \mu m_1 m_2 g$$

$$F_0 = \frac{\mu m_1 g (2m_2 + m_1)}{2m_1 - m_2} =$$

$$= \frac{\mu \cdot 3m \cdot g (10m + 3m)}{m} = \underline{39\mu m g}$$

1) $9gH + P_0$

2) $\downarrow 9gV - 9gH^5 = 9g(V-H^5)$

$$\frac{m}{H} = \mu$$

