



# Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

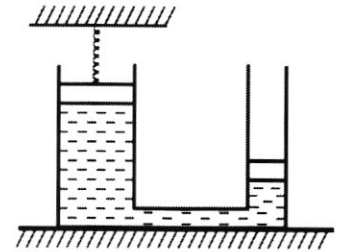
Вариант 09-02

Шифр

(заполняется секретарём)

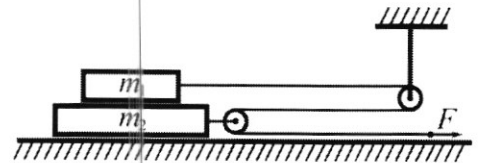
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью  $V_0 = 10$  м/с.
- 1) Через какое время  $t$  после старта скорость камня будет равна по величине  $V_0/2$ ?
  - 2) На какой высоте  $h$ , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине  $V_0/2$ ?
- Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности  $\rho$ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости  $k$  с верхней опорой. Деформация пружины равна  $x$ . Площадь сечения левого поршня  $S$ , правого  $S/3$ . Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения  $g$ .



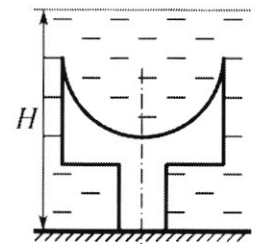
- 1) Найдите разность  $h$  уровней жидкости в сосудах.
  - 2) Найдите массу  $m$  груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.
3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты  $h = R$ , здесь  $R$  – радиус планеты. Плотность планеты  $\rho$ . Гравитационная постоянная  $G$ . Объём шара  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ .
- 1) Найдите ускорение  $g$  свободного падения на расстоянии  $3R$  от центра планеты.
  - 2) Найдите период  $T$  обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков  $m_1 = 3m$ ,  $m_2 = 5m$ . Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен  $\mu$ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



- 1) Найдите величину  $F_0$  горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.
- 2) Найдите минимальную силу  $F$ , при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

5. Ко дну бассейна глубиной  $H=3$  м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции  $V = 5$  дм<sup>3</sup>, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей  $S = 10$  см<sup>2</sup>. Плотность воды  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>, атмосферное давление  $P_0 = 100$  кПа. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



- 1) Найдите давление  $P_1$  вблизи дна.
- 2) Найдите величину  $F$  силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. Дано:

$$V_0 = 10 \text{ м/с}$$

$$V_1 = V_0/2 = 5 \text{ м/с}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$t$  - ?

$h$  - ?

Решение

1) Будет 2 момента времени, когда скорость камня по величине будет равна  $V_1 = V_0/2$ : в первый момент времени камень будет двигаться вверх, а во второй - вниз. Запишем 2 уравнения скорости при равномерном прямолинейном

движении, соответствующие вышеперечисленным условиям:

$$\text{сл. (1)} \quad \frac{V_0}{2} = V_0 - g t_1 \quad (1)$$

$$\text{сл. (2)} \quad -\frac{V_0}{2} = V_0 - g t_2 \quad (2)$$

Решим уравнения:

$$(1) \quad \frac{V_0}{2} = V_0 - g t_1$$

$$\frac{V_0}{2} = g t_1 \quad t_1 = \frac{V_0}{2g} \quad t_1 = \frac{10 \text{ м/с}}{2 \cdot 10 \text{ м/с}^2} = 0,5 \text{ с}$$

$$(2) \quad -\frac{V_0}{2} = V_0 - g t_2 \quad g t_2 = \frac{3}{2} V_0 \quad t_2 = \frac{3 V_0}{2g} \quad t_2 = \frac{3 \cdot 10 \text{ м/с}}{2 \cdot 10 \text{ м/с}^2} = 1,5 \text{ с}$$

Ответ:  $t_1 = 0,5 \text{ с}$ ;  $t_2 = 1,5 \text{ с}$ .

2) Можно либо подставить найденные значения времени в уравнение координаты при РНО, либо записать закон сохранения энергии и найти  $h$  из него. Я воспользуюсь первым способом.

$$x = x_0 + V_0 t - \frac{g t^2}{2} \quad x_0 = 0 \quad x = 10 \text{ м/с} \cdot 0,5 \text{ с} - \frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot (0,5 \text{ с})^2}{2}$$

$$= 5 \text{ м} - 1,25 \text{ м} = 3,75 \text{ м}. \text{ Не имеет значения, какое значение } t \text{ подставляем, т.к. скорость из п.1) достигалась только на этой высоте.}$$

Ответ:  $h = 3,75 \text{ м}$ .

2. Дано:

$\rho$

$k$

$X$

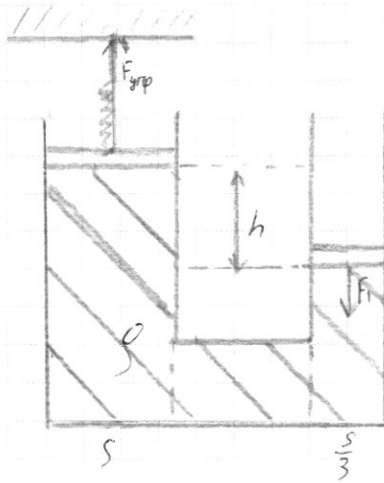
$S_1 = S$

$S_2 = \frac{S}{3}$

$g$

$h = ?$

$m = ?$



Решение

1)  $F_{гип}$  - сила упругости пружины

$F_1$  - сила давления правого поршня на воду.

$\frac{F_1}{S_2} = \frac{F_{гип}}{S_1}$ , т.к.  $F_1$  и  $F_{гип}$  действуют

на поршни площадью  $S_2$  и  $S_1$  соответственно. В то же время

$F_{гип} = kX$  по закону Гука. Тогда  $F_1 = \frac{F_{гип} \cdot S_2}{S_1}$

$F_1 = \frac{kX \cdot \frac{S}{3}}{S} = \frac{kX}{3}$

Пусть  $p_0$  - давление на уровне правого поршня.

$p_0 = \frac{F_1}{S_2} = \frac{\frac{kX}{3}}{\frac{S}{3}} = \frac{kX}{S}$ . т.к.

система находится в равновесии, то давление

столба жидкости в левом сосуде равно  $p_0$ , т.е.

$\rho g h = p_0 = \frac{kX}{S}$ , откуда  $h = \frac{kX}{\rho g S}$

$\rho g h S = \frac{kX}{3}$ , откуда  $h = \frac{kX}{3\rho g S}$   $\rho g h = p_0 = \frac{kX}{S} \Rightarrow h = \frac{kX}{\rho g S}$

2) Необходимо, чтобы левый поршень поднялся на высоту  $X$ . Тогда  $V_0$ , которой перейдет из правого сосуда в левое, равен  $X S$ . т.е. уровень жидкости в правом сосуде уменьшится на  $\Delta h = \frac{X S}{\frac{S}{3}} = 3X$ .

Тогда новой новой разности уровней жидкостей  $h' = h + \Delta h + X = h + 4X = X \left( \frac{k}{\rho g S} + 4 \right)$ . Тогда  $\frac{3m}{S} = \rho g X \left( \frac{k}{\rho g S} + 4 \right)$

$\frac{3m}{S} = \rho g X \left( \frac{k}{\rho g S} + 4 \right) \Rightarrow m = \frac{\rho S X \left( \frac{k}{\rho g S} + 4 \right)}{3}$

Ответ:  $h = \frac{k}{\rho g S}$ ;  $m = \frac{\rho S X}{3} \left( \frac{k}{\rho g S} + 4 \right)$ .

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3. Дано:

$$h = R$$

$g$

$G$

$$R_0 = 3R$$

$g = ?$

$T = ?$

Решение

Запишем закон всемирного тяготения:  

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$
 Пусть масса планеты  $M$ , масса спутника  $m$ .

1) На расстоянии  $R_0 = 3R$  от центра пла-

неты  $F_{T1} = G \frac{Mm}{(3R)^2} = G \frac{Mm}{9R^2}$   $m = \rho V$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 \Rightarrow M = \frac{4}{3} \rho \pi R^3$$

$$F_{T1} = G \cdot \frac{4}{3} \rho \pi R^3 m = G \cdot \frac{4 \rho \pi R m}{27}$$

т.к.  $F_{T1} = mg =$

$$= \frac{4 \rho \pi R m}{27}, \text{ то } g = \frac{4 \rho \pi R}{27}$$

$$2) F_{T2} = G \frac{Mm}{(R+h)^2} = G \cdot \frac{\frac{4}{3} \rho \pi R^3 m}{4R^2} = \frac{G \rho \pi R m}{3}$$

тогда по

выбору закону Ньютона  $a_y = \frac{F_{T2}}{m} = \frac{G \rho \pi R}{3}$ .

т.к. во все время,  $a_y = \omega^2 R$ .

$$2 \omega^2 R = \frac{G \rho \pi R}{3} \quad \omega^2 = \frac{G \rho \pi}{36} \quad \omega = \sqrt{\frac{G \rho \pi}{36}}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \frac{2\pi}{T} = \sqrt{\frac{G \rho \pi}{36}} \Rightarrow T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{36}{G \rho \pi}}$$

$$T = 2 \sqrt{\frac{36 \pi}{G \rho}}$$

Ответ:  $g = \frac{4 \rho \pi R}{27}$ ;  $T = 2 \sqrt{\frac{36 \pi}{G \rho}}$ .

4. Дано:

$$m_1 = 3m$$

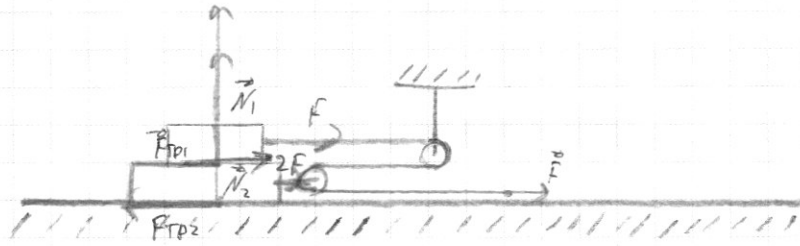
$$m_2 = 5m$$

$\mu$

$$F_0 = ?$$

$$F_{\text{мин}} = ?$$

Решение



Нижний брусок закреплён к подвижному блоку, поэтому со стороны верёвки на него будет действовать сила  $2F$ .

1) Для того, чтобы условие выполнялось, нужно, чтобы ускорение  $a_1$  верхнего бруска равнялось ускорению  $a_2$  нижнего бруска. т.к.  $\vec{F}_{\text{тр}1}$  сила трения  $F_{\text{тр}1}$ , действующая на верхний брусок, равна 0, то и на нижний брусок эта сила не действует. Тогда

$$N_2 = m_1 g + m_2 g = 8mg, \text{ т.е. } F_{\text{тр}2} = 8mg.$$

Запишем II закон Ньютона для обоих брусков:

$$a_1 = \frac{F_0}{m_1} = \frac{F_0}{3m}$$

$$a_2 = \frac{2F_0 - 8mg}{5m} \quad a_1 = a_2$$

$$\frac{F_0}{3m} = \frac{2F_0 - 8mg}{5m} \quad 5F_0 = 6F_0 - 8mg \quad F_0 = 8mg$$

2) В этом случае нужно, чтобы  $a_2$  было больше, чем  $a_1$ . т.к. в этот раз  $F_{\text{тр}1}$  уже действует, то  $F_{\text{тр}1}$  (результант результирующая сила, действующая на ~~нижний~~ <sup>верхний</sup> бруска) равна  $F + 3mg$  (+  $F_{\text{тр}1}$ , т.к. относительно нижнего бруска верхний будет двигаться влево), а  $F_{\text{тр}1}$  (р.с., действ. на нижний брусок) равна  $2F - 11mg$ .

$$\frac{2F - 11mg}{5m} > \frac{F + 3mg}{3m} \quad \text{т.к. } m > 0, \text{ то можем сокра-}$$

$$\text{тить: } \frac{2F - 11mg}{5} > \frac{F + 3mg}{3} \Rightarrow 6F - 33mg > 5F + 15mg$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$F > 48 \text{ мНг}, \text{ т.е. } F_{\min} \approx 48 \text{ мНг}.$$

Ответ:  $F_0 = 8 \text{ мНг}$ ;  $F_{\min} \approx 48 \text{ мНг}$ .

5. Дано:

$$H = 3 \text{ м}$$

$$V = 5 \text{ см}^3$$

$$S = 10 \text{ см}^2$$

$$\rho = 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

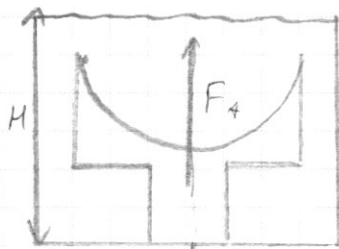
$$P_0 = 100 \text{ кПа}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$P_1 = ?$$

$$F = ?$$

Решение



1)  $P_1 = P_0 + P_H$ , где  $P_H$  — гидростатическое давление воды.

$$P_H = \rho g H = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 3 \text{ м} =$$

$$= 30000 \text{ Па} = 30 \text{ кПа}$$

$$P_1 = 100 \text{ кПа} + 30 \text{ кПа} = 130 \text{ кПа}$$

2) Для начала найдём силу Архимеда  $F_A$ , с которой вода действует на конструкцию:

$$F_A = \rho g V = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 =$$

$$= 50 \text{ Н. Сила } F_A \text{ направлена вверх. Но из-за}$$

того, что площадь соприкосновения  $S = 10 \text{ см}^2$  с кваном не участвует в соприкосновении с водой, то необходимо также учесть силу давления

воды  $F_1$ , действующую вниз:

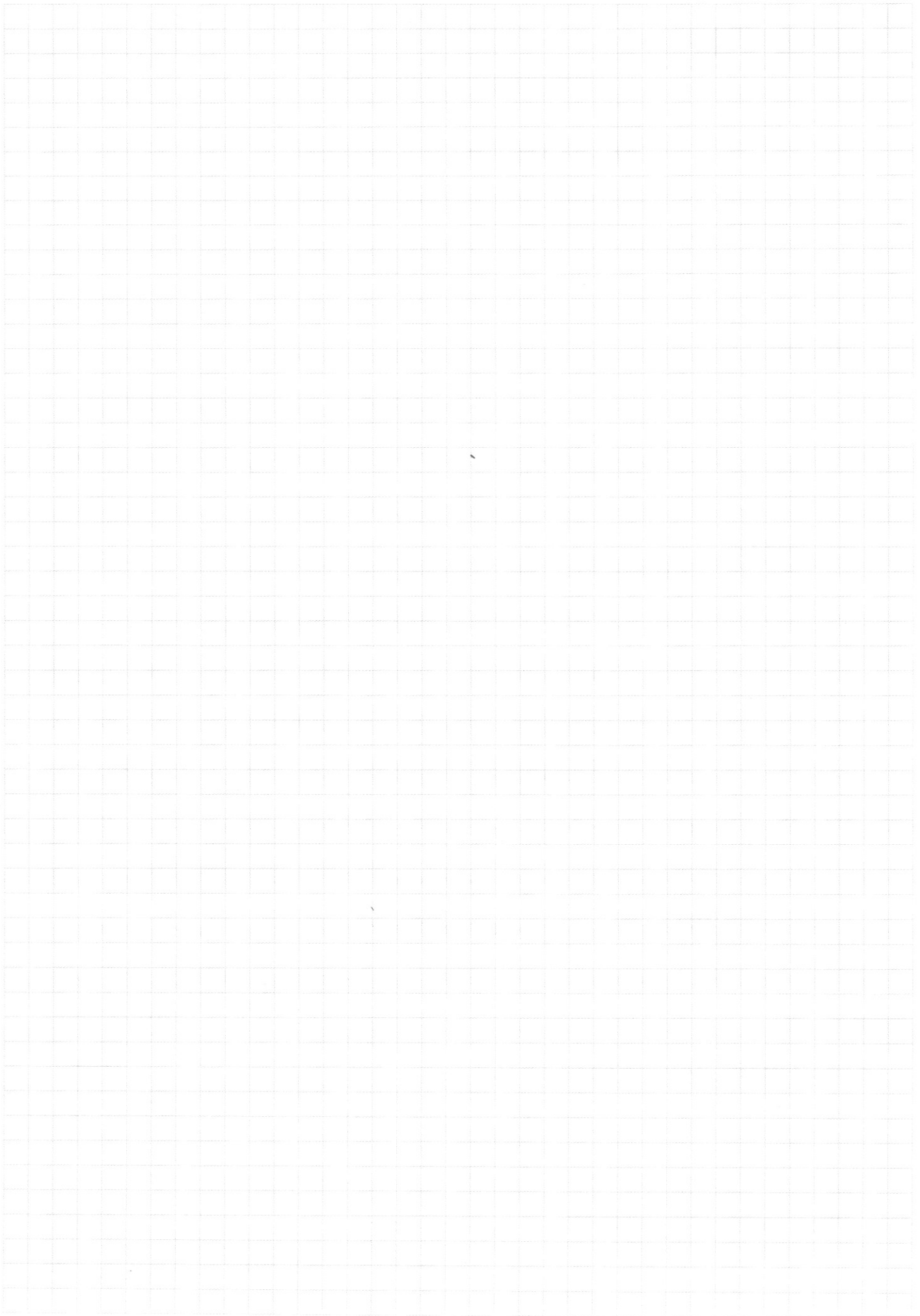
$$F_1 = P_1 S = 130 \text{ кПа} \cdot$$

$$10 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 = 130 \cdot 10^3 \text{ Па} \cdot 10^{-5} \text{ м}^2 = 1,3 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 10^{-5} \text{ м}^2$$

$$F_1 = P_1 S = 130 \text{ кПа} \cdot 10 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 130 \cdot 10^3 \text{ Па} \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 = 130 \text{ Н}.$$

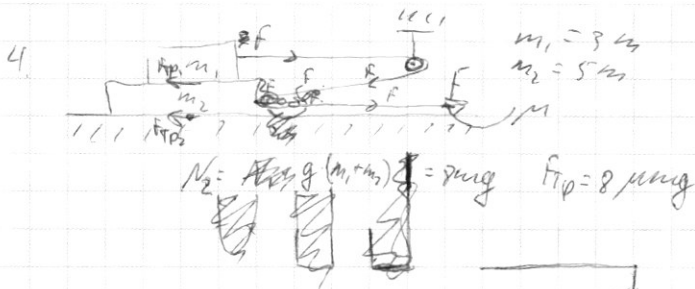
Тогда суммарная сила  $F$ , с которой вода действует на конструкцию, равна  $F_1 - F_A = 80 \text{ Н}$  и направлена вниз. Ответ:  $P_1 = 130 \text{ кПа}$ ;  $F = 80 \text{ Н}$ ; направлена вниз.





черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №       
(Нумеровать только чистовики)



~~200000~~

~~200000~~

$$F = \frac{2F - 8 \mu \text{mg}}{5 \text{ m}}$$

$$5F = 6F - 24 \mu \text{mg} \quad 24 \mu \text{mg} = F$$

$$a_H > a_0 \quad a_H = \frac{2F - F_{fp1} - F_{fp2}}{m_2} = \frac{2F - 8 \mu \text{mg} - 3 \mu \text{mg}}{5 \text{ m}} = \frac{2F - 11 \mu \text{mg}}{5 \text{ m}}$$

$$a_0 = \frac{F - 3 \mu \text{mg}}{3 \text{ m}}$$

$$\frac{2F - 11 \mu \text{mg}}{5 \text{ m}} > \frac{F - 3 \mu \text{mg}}{3 \text{ m}}$$

$$6F - 33 \mu \text{mg} > 5F - 15 \mu \text{mg} \quad F = 18 \mu \text{mg}$$



$$V = 5 \text{ m}^3$$

$$S = 10 \text{ m}^2$$

$$s = 12 \text{ m}^2$$

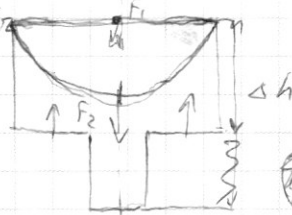
$$p_0 = 100 \text{ kPa}$$

$$\rho = 10 \text{ m}^3/\text{m}^3$$

$$p = ?$$

$$F_g = ?$$

h



$$F_1 = \rho g (H-h) S_0$$

$$F_2 = \rho g (S_0 - s)$$

$$F_1 - F_2 = \rho g H S_0 - \rho g h S_0 - \rho g (H S_0 - h s)$$

$$F_1 = \rho g (H-h) S_0$$

$$F_2 = \rho g (H-h + \Delta h) (S_0 - s)$$

$$F_2 - F_1 = \rho g (H-h) S_0 - \rho g (H-h) S_0 +$$

$$+ \rho g \Delta h (S_0 - s) - \rho g (H-h) S_0 = \rho g (\Delta h S_0 - \Delta h s - H S_0 + h s)$$

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.  $V_{0x} = V_0 \cos \alpha$   $V_{0y} = V_0 \sin \alpha$   $R_{0x} = m g \sin \alpha$   $R_{0y} = m g \cos \alpha$

$\vec{v} = \vec{V}_0 + \vec{g} t$   $Ox: V = V_0 - g t$   $gt = V_0 - V$   $t = \frac{V_0 - V}{g}$   $V = \frac{V_0}{2} \Rightarrow t = \frac{V_0 - \frac{V_0}{2}}{g} = \frac{\frac{V_0}{2}}{g} = \frac{10 \cdot 0,5}{2} = 2,5$

2)  $X = X_0 + V_0 t - \frac{g t^2}{2}$   $X_0 = 0$   $x = 10 \cdot 0,5 - \frac{10 \cdot 0,5^2}{2} = 5 - 1,25 = 3,75$

$\frac{m V_0^2}{2} = m \left(\frac{V_0}{2}\right)^2 + m g h$   $\frac{V_0^2}{2} = \frac{V_0^2}{8} + g h$

$g h = \frac{V_0^2}{2} - \frac{V_0^2}{8} = \frac{3}{8} V_0^2$

$h = \frac{3 V_0^2}{8 g} = \frac{3 \cdot 10^2}{8 \cdot 10} = \frac{30}{8} = \frac{15}{4} = 3,75$  м

3,75 м

3.  $F = G \frac{M m}{(R+h)^2}$   $h_1 = R$   $F_1 = G \frac{M m}{4 R^2}$   $M = \rho V = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3$

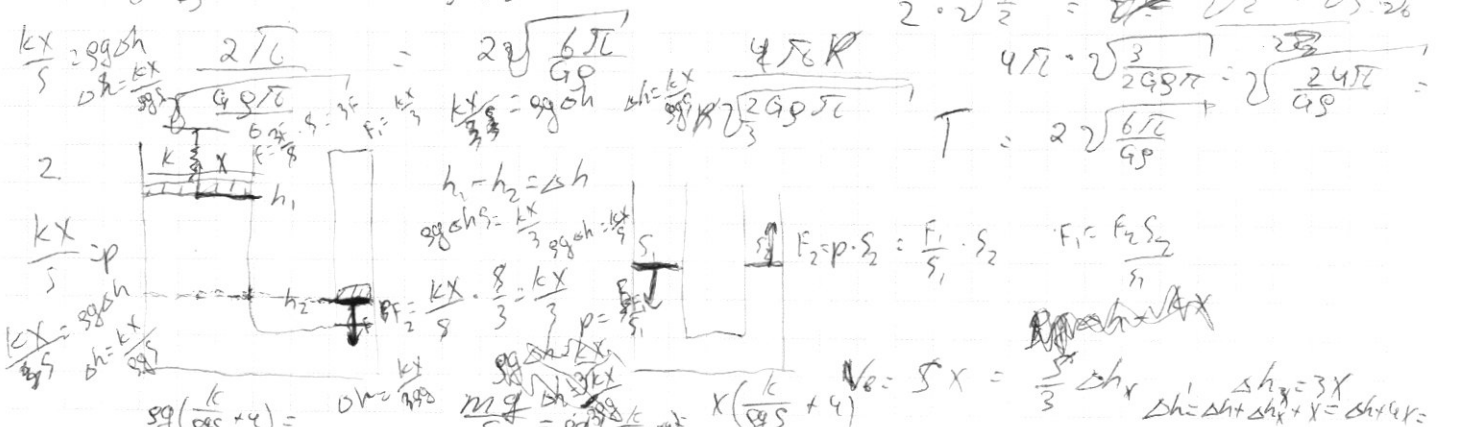
$F_1 = G \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 m}{4 R^2} = G \rho \pi R m$   $m a_y = \frac{m v^2}{R_0}$

$M = k_1 \cdot \frac{m}{c^2}$   $\frac{M \cdot m^2}{R^2} = \frac{k_1 \cdot m \cdot m^2}{c^2 \cdot k_2}$   $\frac{m^3}{c^2 \cdot k_2} = \frac{G \rho \pi R m}{R^2}$   $m^2 = \frac{G \rho \pi R^3 m}{R^2}$   $m = \frac{G \rho \pi R^3}{R^2}$

$F_2 = G \frac{M m}{(3R)^2} = G \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 m = \frac{4 G \rho \pi R m}{27}$   $v^2 = \frac{2}{3} G \rho \pi R^2$

$\frac{2 \pi}{\omega^2} = \frac{2 \pi R \cdot 2 R}{R^2 \cdot \frac{2 \pi}{\omega^2}} = \frac{2 \pi}{\omega^2 \cdot \frac{2}{3} G \rho \pi R^2}$   $\omega^2 \cdot 4 R^2 = \frac{2 R}{R^2}$   $\omega^2 = \frac{2}{4 R^2} = \frac{1}{2 R^2}$   $\omega = \frac{1}{\sqrt{2} R}$

$2 \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{6}$





ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)