

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

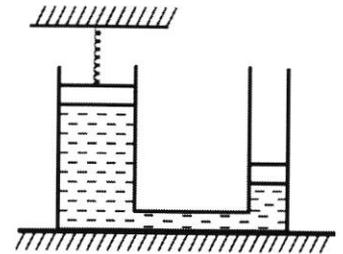
Вариант 09-02

Шифр

(заполняется секретарём)

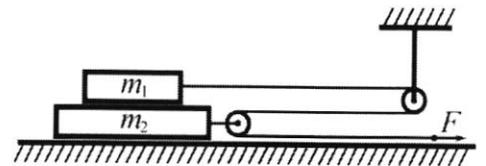
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 10$ м/с.
- 1) Через какое время t после старта скорость камня будет равна по величине $V_0/2$?
 - 2) На какой высоте h , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине $V_0/2$?
- Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности ρ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Деформация пружины равна x . Площадь сечения левого поршня S , правого $S/3$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g .

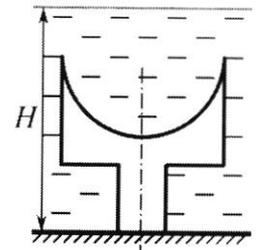


- 1) Найдите разность h уровней жидкости в сосудах.
 - 2) Найдите массу m груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.
3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты $h = R$, здесь R – радиус планеты. Плотность планеты ρ . Гравитационная постоянная G . Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.
- 1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $3R$ от центра планеты.
 - 2) Найдите период T обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков $m_1 = 3m$, $m_2 = 5m$. Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен μ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



- 1) Найдите величину F_0 горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.
 - 2) Найдите минимальную силу F , при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.
5. Ко дну бассейна глубиной $H=3$ м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции $V = 5$ дм³, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей $S = 10$ см². Плотность воды $\rho = 1$ г/см³, атмосферное давление $P_0 = 100$ кПа. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².
- 1) Найдите давление P_1 вблизи дна.
 - 2) Найдите величину F силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

3.

Дано:

$$\left. \begin{array}{l} R, \rho, G \\ g - ? \\ T - ? \end{array} \right\}$$

Решение:

1) По закону всемирного тяготения:

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{(3R)^2} = \frac{G \cdot \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot m}{9R^2} = m \cdot \frac{4}{27} G \rho \pi R$$

сила, действующая

на спутник со стороны Земли.

$$F = mg - \text{сила тяжести}$$

$$mg = \frac{4}{27} G \rho \pi R \cdot m$$

$$g = \frac{4}{27} G \rho \pi R$$

2) $g_{\text{сн}}$ в данной ситуации - центростремительное ускорение.

$$F_{\text{сн}} = G \cdot \frac{M \cdot m_{\text{сн}}}{(R+R)^2} = \frac{G \cdot \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot m_{\text{сн}}}{4R^2} = m_{\text{сн}} \frac{4}{3} G \rho \pi R$$

$$F_{\text{сн}} = m_{\text{сн}} g_{\text{сн}}$$

$$m_{\text{сн}} g_{\text{сн}} = m_{\text{сн}} \frac{4}{3} G \rho \pi R \Rightarrow g_{\text{сн}} = \frac{4}{3} G \rho \pi R$$

$$g_{\text{сн}} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot R$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 R}{g_{\text{сн}}} = \frac{4\pi^2 R}{\frac{4}{3} G \rho \pi R} = \frac{12\pi}{G \rho}$$

$$T = \sqrt{\frac{12\pi}{G \rho}}$$

ответ: 1) $g = \frac{4}{27} G \rho \pi R$ 2) $T = \sqrt{\frac{12\pi}{G \rho}}$

1.

Дано:

$$V_0 = 10 \text{ м/с}$$

t - ?

h - ?

Решение:

1) Ка камень действует ускорение свободной падения.

Тогда скорости камня в любой момент можно описать

законом:

$$\vec{V}_{(t)} = \vec{V}_0 - \vec{g}t$$

Введем ось X (см. рис. 1)

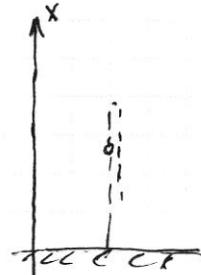


Рисунок 1.

В проекции на ось X:

$$V_x(t) = V_{0x} - gt$$

Скорость камня будет равна $\frac{V_0}{2}$, когда проекция $V_x = \pm \frac{V_0}{2}$

$$\begin{cases} \frac{V_0}{2} = V_0 - gt \\ -\frac{V_0}{2} = V_0 - gt \end{cases} \Rightarrow$$

$$t = \frac{V_0}{2g} = \frac{10 \text{ м/с}}{2 \cdot 10 \text{ м/с}^2} = 0,5 \text{ с}$$

или

$$t = \frac{3V_0}{2g} = \frac{3 \cdot 10 \text{ м/с}}{2 \cdot 10 \text{ м/с}^2} = 1,5 \text{ с}$$

2) Зависимость высоты камня от времени:

$$H(t) = V_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

$$h = V_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

Подставим оба значения t:

$$h_1 = 10 \text{ м/с} \cdot 0,5 \text{ с} - \frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot 0,25 \text{ с}^2}{2} = 3,75 \text{ м}$$

$$h_2 = 10 \text{ м/с} \cdot 1,5 \text{ с} - \frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot 2,25 \text{ с}^2}{2} = 3,75 \text{ м}$$

h = 3,75. То, что мы получили 2 одинаковые высоты камня

обоснованно, так как на одной и той же высоте скорость величина, скорости

всегда равны.

ответ: 1) t = 0,5 с; 1,5 с 2) h = 3,75 м.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2.

Дано:

$$p, k, x, S_1 = S, S_2 = \frac{S}{3}$$

$h = ?$

$m = ?$

Решение:

Рассмотрим давление
в точках А и В (см. рис. 1)

под поршнем:

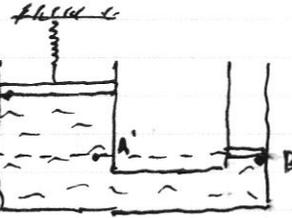


Рисунок 1.

Рассмотрим силы, действующие на большой поршень (рис. 2) (p_0 - атм. давление):

$$p_A S + kx = p_0 S$$

где p_A - давление в точке А (рис. 1).
Пружина всегда растянута,
так как правый поршень

ниже уровня.

$$p_A = \frac{p_0 S - kx}{S} = p_0 - \frac{kx}{S}$$

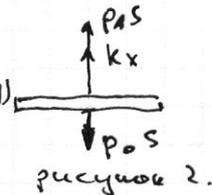


Рисунок 2.

Рассмотрим силы, действующие на малый поршень (рис. 3):

$$p_B \frac{S}{3} = p_0 \frac{S}{3}$$

$$p_B = p_0 \text{ , где } p_B \text{ - давление в т. В (рис. 1) .}$$

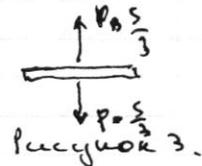


Рисунок 3.

Поскольку сосуды сообщаются, $p_A = p_B$ (см. рис.)

$$p_A = p_0 + \rho g h$$

$$p_0 + \rho g h = p_0$$

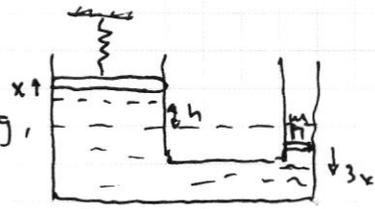
$$\rho g h = \frac{kx}{S}$$

$$h = \frac{kx}{\rho g S}$$

$$h = \frac{kx}{\rho g S}$$

2) Когда пружина не растянута, большой поршень поднимается на h по сравнению с начальным расположением (см. рис. 4)

Рассмотрим ~~с~~ сохранение массы
 воды. Т.е. сколько воды ушло в левый сосуд,
 столько должно уйти из правого.



$$V_A = V_B$$

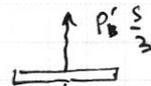
$$xS = x' \frac{S}{3}$$

$x' = 3x$. Т.е. правый поршень опустился на $3x$.

Рассмотрим силы, действующие на правый поршень (рис. 5):

$$P'_B \frac{S}{3} = mg + p_0 \frac{S}{3} \quad | \cdot \frac{3}{S}$$

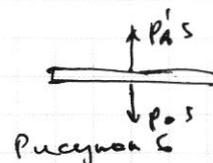
$$P'_B = \frac{3mg}{S} + p_0$$



Рассмотрим силы, действующие на левый поршень (рис. 6):

$$P'_A S = p_0 S$$

$$P'_A = p_0$$



Разница уровней жидкостей - $h = h + x + 3x = h + 4x$

Т.к. сосуды сообщаются:

$$P'_A + \rho g(h + 4x) = P'_B$$

$$p_0 + \rho g(h + 4x) = \frac{3mg}{S} + p_0$$

$$m = \frac{\rho(h + 4x)S}{3}$$

Ответ: 1) $h = \frac{kx}{\rho g S}$; 2) $m = \frac{\rho(h + 4x)S}{3}$

5.

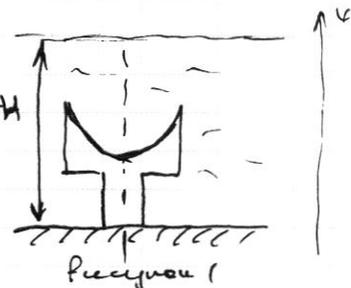
Дано: $h = 3 \text{ м}$
 $V = 5 \text{ г/см}^3$
 $S = 10 \text{ см}^2$
 $\rho = 1 \text{ г/см}^3$
 $P_0 = 100 \text{ кПа}$

Решение:

$$1) P_1 = P_0 + \rho g h = 100 \cdot 10^3 \text{ Па} + 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \text{ м}^2 \cdot 2 \cdot 10 \text{ м}$$

$$= 130 \cdot 10^3 \text{ Па} = 130 \text{ кПа}$$

2) Пусть F_A - сила Архимеда.



~~с~~ $F_A = P_A S - P_B S$ где $\sum P_A S$ - сила, где P_A и P_B -

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

давление как маленькими кусочками тела (p_1 - сверху, p_2 - снизу), а ΔS - проекция поверхности маленького кусочка на горизонталь (все горизонтальные силы уравновешивают друг друга)

В нашем случае из-за того, что нижняя часть конструкции приклеена, под неё не попадает вода. $\rightarrow F_x = (\sum p_{низ} S - p_1 S) - \sum p_{вс} S$

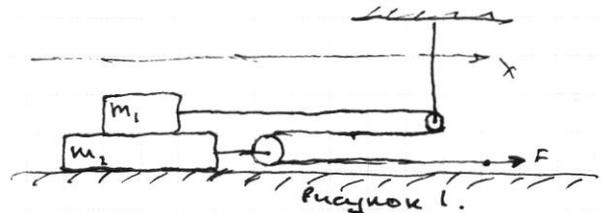
$$F_x = \sum p_{низ} S - \sum p_{вс} S - p_1 S = F_A - p_1 S = \rho V g - p_1 S = 1000 \text{ кг/м}^3 \cdot 0,005 \text{ м}^3 \cdot 10 \text{ м/с}^2 - 130 \cdot 10^3 \text{ Па} \cdot 0,001 \text{ м}^2 = 50 \text{ Н} - 130 \text{ Н} = -80 \text{ Н}$$

Заметим, что F_x - проекция силы \vec{F} на ось x (см рис. 1)!

$F = 80 \text{ Н}$ и направлено вниз.

Ответ: $F = 80 \text{ Н}$, вниз.

4.



Дано:

$$m_1 = 3 \text{ м}$$

$$m_2 = 5 \text{ м}$$

$$F_0 = ?$$

$$F_{мин} = ?$$

Решение:

1) Если сила трения

между 1 и 2 нулевой нет, то ~~они движутся~~ 1 и 2 не движутся относительно 2-го. \rightarrow ось груза имеет одинаковое ускорение. Обозначим a .

На нижний груз действует сила $2F$ (сила обеих нитей), на верхний - F .

Тогда запишем второе правило Кирхгофа в проекции на ось x для обеих грузов (сила трения, действующая на нижний брусок - ~~вправо~~, так как на него действует верхний брусок):

$$\begin{cases} F_0 = m_1 a \\ 2F_0 - \mu(m_1 + m_2)g = m_2 a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F_0 = 3ma \\ 2F_0 - 8\mu mg = 5ma \end{cases}$$

$$6\mu a - 6\mu mg = 5ma$$

$$a = 8\mu g \Rightarrow \underline{F_0 = 3mc = 24\mu mg.}$$

2) Если вершины брусков движутся влево относительно шпильки, то $a_1 < a_2$, где a_1 и a_2 - ускорения верхней и нижней брусков соответственно

В проекции на ось x :

$$\begin{cases} F + \mu m_1 g = m_1 a_1 \\ 2F - \mu(m_1 + m_2)g = m_2 a_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} F + 3\mu mg = 3ma_1 \rightarrow a_1 = \frac{F + 3\mu mg}{3m} \\ 2F - 6\mu mg = 5ma_2 \rightarrow a_2 = \frac{2F - 6\mu mg}{5m} \end{cases}$$

$$a_1 < a_2$$

$$\frac{F + 3\mu mg}{3m} < \frac{2F - 6\mu mg}{5m} \quad | \cdot 15m$$

$$5F + 15\mu mg < 6F - 24\mu mg$$

~~$$F > 9\mu mg \Rightarrow F_{\min} = 9\mu mg.$$~~

$$F > 39\mu mg \Rightarrow F_{\min} = 39\mu mg.$$

ответ: 1) $F_0 = 24\mu mg$ 2) $F_{\min} = 39\mu mg.$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$M = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho = 252 \cdot 10^{-3}$$

$$1000 \cdot 0,001 \cdot 10 = 50$$

$$(30 \cdot 10^3) \cdot 0,001 = 130$$

$$F = G \cdot \frac{M \cdot m}{9R^2} = m \cdot \frac{6M}{9R^2}$$

$$N \cdot \frac{m^2}{m^2} \cdot \frac{m}{m} = \frac{N}{m}$$

$$\frac{G \cdot M}{R^2} = G \cdot \frac{4}{3} \pi \rho R = \frac{4}{3} G \rho \pi R$$

$$F = 3ma \Rightarrow F_0 = 3m \cdot 2g = 24mng$$

$$5 - 1,25 = 3,75$$

$$2F = \mu \cdot 6mg = 5ma$$

$$15 - 11,25 = 3,75$$

$$6\mu a - 6\mu mg = 5ma$$

$$\frac{N}{m^2} = \frac{N \cdot m}{m^2} = \frac{1}{m}$$

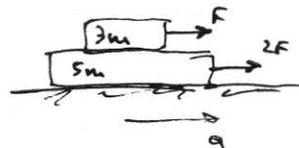
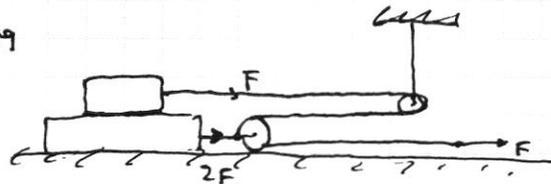
$$a = 2mg$$

$$\frac{N}{m \cdot m} = \frac{N \cdot m}{m^2} = \frac{1}{m^2}$$

$$a_1 < a_2$$

$$F - 3\mu mg = 3ma_1 \Rightarrow a_1 = \frac{F - 3\mu mg}{3m}$$

$$2F - 8\mu mg = 5ma_2 \Rightarrow a_2 = \frac{2F - 8\mu mg}{5m}$$



$$2F - 8\mu mg - \mu = 5ma$$

$$F - 3\mu mg = 3ma$$

$$6\mu a - 6\mu mg = 5ma$$

$$6\mu a - 6\mu mg = 5ma$$

$$3F - 8\mu mg = 8ma$$

$$F = \frac{8\mu mg + 8ma}{3} = 24mng$$

$$9ma - 6\mu mg = 8ma$$

$$a = 2mg$$

$$a = 2mg$$

$$F = 3ma$$

det

$$F = 3ma = 3m \cdot 2g = 6mng$$

$a_1 < a_2$

$$\frac{F - 3 \mu mg}{3m} < \frac{2F - 8 \mu mg}{5m} \quad (0.15 m)$$

$$5F - 15 \mu mg < 6F - 24 \mu mg$$

$$F > 9 \mu mg$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Blank grid area for writing the answer.

