

# Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

Вариант 09-02

Шифр

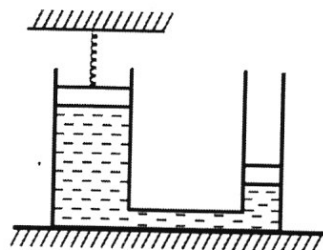
(заполняется секретарём)

1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью  $V_0 = 10$  м/с.

1) Через какое время  $t$  после старта скорость камня будет равна по величине  $V_0/2$ ?

2) На какой высоте  $h$ , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине  $V_0/2$ ? Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности  $\rho$ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости  $k$  с верхней опорой. Деформация пружины равна  $x$ . Площадь сечения левого поршня  $S$ , правого  $S/3$ . Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения  $g$ .



1) Найдите разность  $h$  уровней жидкости в сосудах.

2) Найдите массу  $m$  груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.

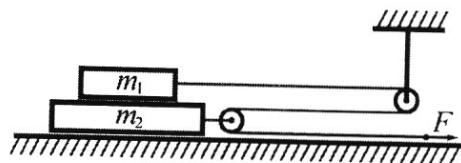
3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты  $h = R$ , здесь  $R$  – радиус планеты.

Плотность планеты  $\rho$ . Гравитационная постоянная  $G$ . Объём шара  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ .

1) Найдите ускорение  $g$  свободного падения на расстоянии  $3R$  от центра планеты.

2) Найдите период  $T$  обращения спутника.

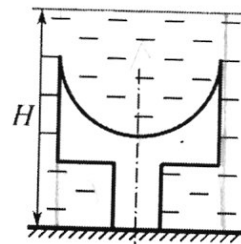
4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков  $m_1 = 3m$ ,  $m_2 = 5m$ . Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен  $\mu$ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



1) Найдите величину  $F_0$  горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.

2) Найдите минимальную силу  $F$ , при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

5. Ко дну бассейна глубиной  $H=3$  м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции  $V = 5$  дм<sup>3</sup>, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей  $S = 10$  см<sup>2</sup>. Плотность воды  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>, атмосферное давление  $P_0 = 100$  кПа. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



1) Найдите давление  $P_1$  вблизи дна.

2) Найдите величину  $F$  силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.

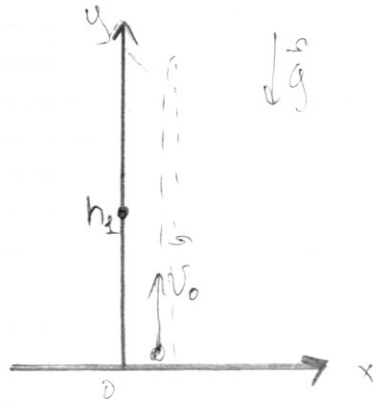
## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

$$v_0 = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$v_1 = \frac{v_0}{2} = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$t_2 = ?; h_2 = ?$$



1. Найдем уравнения движения

$$v_y = v_0 - gt$$

$$y = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

2. В момент  $t_1$ ;  $v_y = \frac{v_0}{2}$

$$\frac{v_0}{2} = v_0 - gt_1$$

$$gt_1 = \frac{v_0}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{v_0}{2g} = \frac{10}{20} = 0,5 \text{ с}$$

3.  $y = h$

$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2} = v_0 \cdot \frac{v_0}{2g} - \frac{g \cdot v_0^2}{2 \cdot 4g^2} = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{v_0^2}{8g}$$

$$h = \frac{v_0^2}{g} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{8} \right) = \frac{v_0^2}{g} \left( \frac{4}{8} - \frac{1}{8} \right) = \frac{3}{8} \frac{v_0^2}{g} = \frac{3}{8} \cdot \frac{10^2}{10} = \frac{30}{8} = \frac{15}{4} \text{ м}$$

4. Однако заметим, что траектория мяча включает в себя еще одну точку, когда  $v = \frac{v_0}{2}$ , она находится на пути мяча к  $y = 0$ .

5. В этот момент  $v_y = -\frac{v_0}{2}$ .

$$-\frac{v_0}{2} = v_0 - gt_2$$

$$gt_2 = 1,5 v_0 \Rightarrow t_2 = \frac{3v_0}{2g}$$

$$6. h_2 = \frac{v_0 \cdot 3v_0}{2g} - \frac{g \cdot 9v_0^2}{2 \cdot 4g^2} = \frac{3v_0^2}{2g} - \frac{9v_0^2}{8g} = \frac{3}{2} \frac{v_0^2}{g} \left( 1 - \frac{3}{4} \right)$$

$$h_2 = \frac{3}{2} \frac{v_0^2}{g} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{8} \frac{v_0^2}{g} = \frac{30}{8} = \frac{15}{4} \text{ м}$$

$$t_2 = \frac{3v_0}{2g} = \frac{3}{2} \cdot \frac{10}{10} = 1,5 \text{ с}$$

Ответ: 1)  $t_1 = 0,5 \text{ с}$   ~~$t_2 = 1,5 \text{ с}$~~  2)  $h = \frac{15}{4} \text{ м}$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

вз.

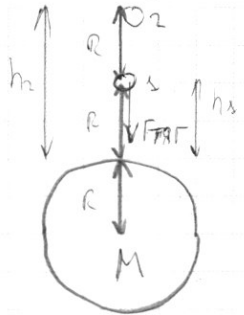
$$h=R$$

R - радиус планеты

$\rho, G$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$g_{за} - ?$



$$1. F_{ггг} = G \frac{m m_n M}{(R+h)^2}$$

$$F_{ггг} = m a_n = m g_{за}$$

$$a_n = \frac{v^2}{(R+h)}$$

$$v = \frac{2\pi(R+h)}{T}$$

$$2. h=2R$$

$$F_{ггг} = G \frac{m m_n M}{(3R)^2} = m g_{за} \quad | : m_n$$

$$G \frac{M}{9R^2} = g_{за}$$

$$M = \rho V = \rho \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$g_{за} = G \frac{\rho \frac{4}{3} \pi R^3}{9R^2} = G \frac{\rho \frac{4}{3} \pi R}{9} = \frac{G \rho 4 \pi R}{27}$$

$$3. F_{ггг} h = R$$

$$F_{ггг} = m a_n = G \frac{m m_n M}{4R^2}$$

$$\frac{v^2}{2R} = \frac{GM}{4R^2}$$

$$\frac{4\pi^2(2R)^2}{T^2 2R} = \frac{GM}{4R^2} = \frac{8\pi^2 R}{T^2}$$

$$T^2 = \frac{32\pi^2 R^3}{GM} = \frac{32\pi^2 R^3}{G \rho \frac{4}{3} \pi R^3} = \frac{24\pi}{G \rho}$$

$$T = \sqrt{\frac{24\pi}{G \rho}}$$

$$\text{Ответ. } 1) g = \frac{G \rho 4 \pi R}{27}$$

$$2) T = \sqrt{\frac{24\pi}{G \rho}}$$

$$m_2 a = 2F - F_{TP} = 5m$$

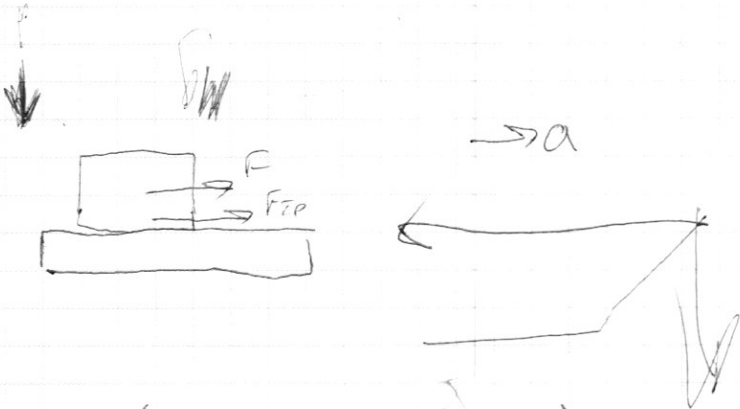
$$m_1 a = F = 3ma$$

$$a = \frac{2F}{5m}$$

$$5m \cdot \frac{F}{5} = 2F - \mu 8mg$$

$$\frac{5}{3} F = 2F - \mu 8mg$$

$$\mu 8mg = 2F - \frac{5}{3} F = F \left( \frac{6}{3} - \frac{5}{3} \right) = \frac{F}{3}$$



$$m_1 a_1 = F - \mu 8mg$$

$$m_2 a_2 = 2F - \mu 8mg$$

$$a_2 - a_1 = a$$

$$m(6a_1 - 5a_2) = -\mu 8mg$$

$$6a_1 - 5a_2 = -\mu g$$

$$5a_2 - 6a_1 = \mu g$$

$$a_2 = \frac{\mu g + 6a_1}{5}$$

$$2F - 8\mu mg$$

$$F = 4\mu mg$$

$$a_2 - a_1 = a$$

$$15m(a_2 - a_1) = F(6 - 5) - 15\mu mg + 9\mu mg$$

$$15m(a_2 - a_1) = F - 6\mu mg$$

$$F = 3\mu mg$$

$$2F = 8\mu mg + 3\mu mg = 5\mu mg$$

$$6m a_1 = 2F - 6\mu mg$$

$$6m a_2 = 2F - 5\mu mg$$

$$6m(a_2 - a_1) = (6 - 5)\mu mg = \mu mg$$

$$6(a_2 - a_1) = \mu g$$

$$a_2 = \frac{\mu g}{6} + a_1$$

$$\frac{2}{5} \frac{F}{m} - \mu g = \frac{\mu g}{6} + \frac{F}{3m} - \mu g$$

$$\frac{F}{m} \left( \frac{6}{15} - \frac{5}{15} \right) = \frac{\mu g}{6}$$

$$6m(a_1 - a_2) = a$$

$$a_1 = \frac{1}{5} F + 5\mu mg$$

$$5m a_2 = 2F - 8\mu mg$$

$$5m(a_2 - a_1) = F - 15\mu mg$$

$$a_1 = \frac{1}{3m} F - \mu g$$

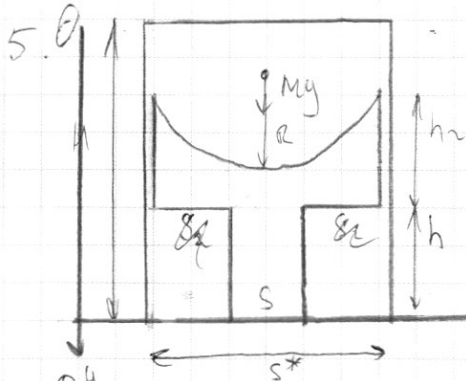
$$a_2 = \frac{2}{5} \frac{F}{m} - \mu g$$

$$\frac{F}{m} \cdot \frac{1}{15} = \frac{\mu g}{6}$$

$$\frac{F}{m} \cdot \frac{1}{5} = \frac{\mu g}{2}$$

$$F = \frac{5}{2} \frac{\mu g}{m} mg$$

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1.  $p_1 = p_0$  Найдем объем фигуры  
2 способом

$$V_k = h_1 S + h_2 S - \frac{4}{3} \pi R^3$$

1. Заметим, что  $F_{гг}$  -  
которой вода действует  
на фигуру равна силе  
с которой фигура утонет  
на воду.

$$p_1 = p_0 + \rho g H = 100 \text{ кПа} + 1000 \cdot 10 \cdot 3$$

$$p_1 = 100 \text{ кПа} + 30 \text{ кПа} = 130 \text{ кПа}$$

$$V = 5 \text{ см}^3 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$S = 10 \text{ см}^2 = 10 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$$

2. Рассмотрим силы которые действуют на воду  
 $p_0 S^* + Mg + F_g - F_{конт} = 0$  на ось  $Oy$ . (Заметим, что  $F_g$  равняется силе на график)

$$\rho g (HS^* - V) + F_g = F_{конт} \text{ на ось } Oy$$

$F_{конт} \text{ на ось } Oy = F_{конт} \text{ по III закону Ньютона.}$

$$F_{конт} = p_1 S^* = (p_0 + \rho g H)(S^* - S)$$

$$p_0 S^* + Mg + F_g = (p_0 + \rho g H)(S^* - S)$$

$$\rho g (HS^* - V) + F_g = \rho g HS^* - p_0 S + \rho g HS$$

$$\rho g (HS^* - V) + F_g = \rho g HS^* - p_0 S + \rho g HS$$

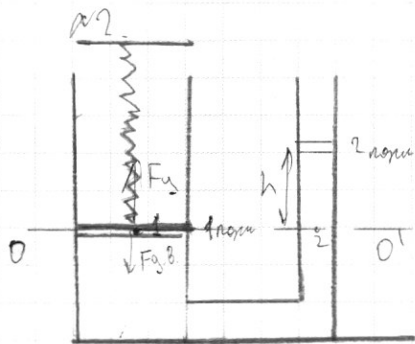
$$F_g = \rho g V$$

$$p_0 S^* + \rho g (HS^* - V) + F_g = p_0 S^* - p_0 S + \rho g HS^* - \rho g HS$$

$$- \rho g V + F_g = - \rho g HS - p_0 S$$

$$F_g = \rho g V - \rho g HS - p_0 S = 1000 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 10^{-3} - 1000 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 10 \cdot 10^{-4} - 100 \cdot 10^4$$

$$F_g = 50 - 30 - 100 = -80 \text{ Н} \Rightarrow F_g = 80 \text{ Н вверх}$$



1. Рассмотрим силы действующие на 1

$$F_y = F_{гв} = kx$$

$$F_{гв} = F_{гв} \text{ жидкости в } \Sigma \text{ по III 3-му закону Ньютона}$$

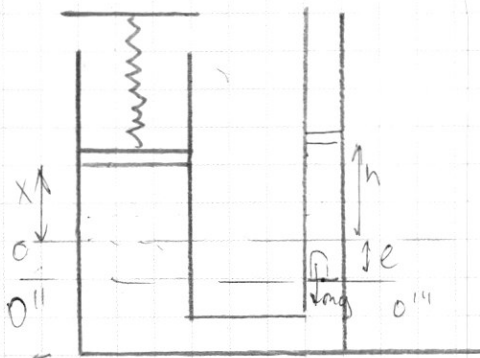
2. На уровне  $o'o'$  давление равно т.к. соединяющиеся сосуды.

3.  $p_1 = p_2$

$$\frac{F_y}{S} = \rho g h$$

$$\frac{kx}{S} = \rho g h \Rightarrow h = \frac{kx}{\rho g S}$$

4. А теперь угуз.



$V_{\text{жидкости}} = V_{\text{порош}} \text{ (равенство пор-ух)}$

$$\rho \frac{S}{3} (h+e) = \rho_0 x S$$

$$h+e = 3x$$

$o''o'''$  - новая у-ца р-ва.

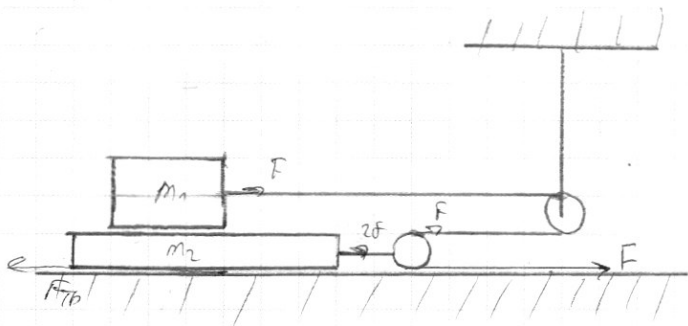
$$\frac{3mg}{S} = \rho_0 g (x+e)$$

$$\frac{3mg}{S} = \rho_0 g (4x-h)$$

$$4. m = \frac{\rho_0 S}{3} \left( 4x - \frac{kx}{\rho_0 g S} \right) = \frac{4\rho_0 S x}{3} - \frac{kx}{3g} = \frac{x}{3} \left( 4\rho_0 S - \frac{k}{g} \right)$$

Итого:  $h = \frac{kx}{\rho_0 g S} \quad \wedge \quad m = \frac{x}{3} \left( 4\rho_0 S - \frac{k}{g} \right)$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1. Рассмотрим 2 тела как  
единую систему (для массы)

$$M = m_1 + m_2 = 8m$$

2.  $F_{тр} = \mu N$

$$N = Mg \text{ по III закону}$$

3. Силы трения между 1 и 2 отсутствуют, но тогда на  
① действует  $F$  и чем не скомпенсированная

$$\Rightarrow m_1 a = F = 3m a \Rightarrow a = \frac{F}{3m}$$

П.к.  $F_{тр12} = 0 \Rightarrow$  Бруски 1 едет вместе с брусками 2

$\Rightarrow$  у бруска 2 тоже ускорение  $a$ .

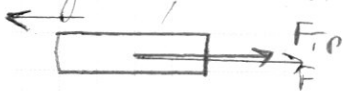
$$m_2 a = 2F - F_{тр} = 2F - \mu N = 2F - \mu 8mg = 5ma$$

$$2F - \mu 8mg = 5m \cdot \frac{F}{3m} = \frac{5}{3} F$$

$$F(2 - \frac{5}{3}) = 8\mu mg$$

$$\frac{F}{3} = 8\mu mg \Rightarrow F = 24\mu mg$$

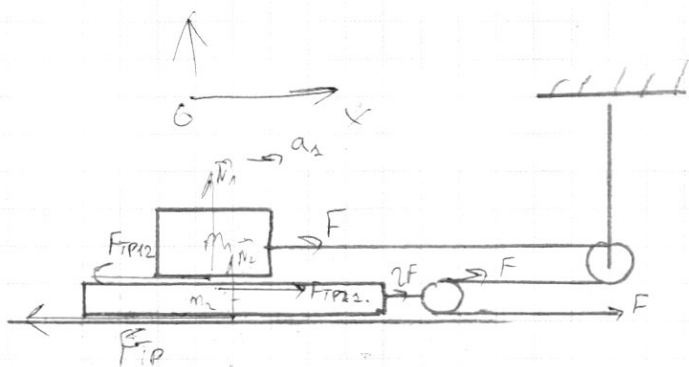
4. Если ① движется влево относительно ②, то рассмотрим  
шарик, что он также движется влево относ. Земли



Как шарик такое быть не может т.к.  
все силы, действующие на него, направлены вправо.

$\Rightarrow$  Относ. Земли он движется вправо





15. ОУД (1)

$$m_1 \vec{a}_1 = \vec{N}_2 + \vec{F} + \vec{F}_{T12} + m_1 \vec{g}$$

$$Ox: m_1 a_1 = F - F_{T12}$$

ОУД2:

$$m_2 \vec{a}_2 = \vec{N}_2 + 2\vec{F} + \vec{F}_{TP} + \vec{F}_{T21} + m_2 \vec{g} + m_1 \vec{g}$$

$$Ox: m_2 a_2 = 2F - F_{TP} + F_{T21}$$

6.  $\vec{F}_{T12} = -\vec{F}_{T21}$  по III закону Ньютона.

$$3m_1 a_1 = F - F_{T12}$$

$$5m_2 a_2 = 2F - F_{TP} + F_{T21}$$

$$F_{TP} = \mu N_2 = \mu (m_1 + m_2)g = 8\mu mg$$

$$F_{T12} = \mu m_1 g = 3\mu mg = F_{T21}, \text{ } F_{T21} \text{ максимален } m, \mu$$

$3m_1 a_1 = 5m_2 a_2$   $5m_2 a_2 - 3m_1 a_1 = F - F_{TP} + 2F_{T12} = F - 8\mu mg + 6\mu mg = F - 2\mu mg$   
 $\Rightarrow$  чем  $\mu$  больше, тем больше  $a_1$  и  $a_2$

$$\text{7. } 3 m_1 a_1 = F - 3\mu mg$$

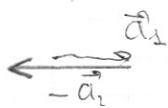
$$5 m_2 a_2 = 2F - 8\mu mg + 3\mu mg$$

$$3 m_1 a_1 = F - 3\mu mg \quad | \cdot 5$$

$$5 m_2 a_2 = 2F - 5\mu mg \quad | \cdot 3$$

$\mu$  и  $\mu mg$

8. Перейти в систему отсчета 2 мша:



$$\vec{a}_{abc} = \vec{a}_{пер} + \vec{a}_{шм}$$

$$\vec{a}_{шм} = \vec{a}_{bc} - \vec{a}_{пер} \text{ и направлено влево.}$$

$$9. 15m(a_2 - a_1) = F - 15\mu mg$$

$$15m(a_2 - a_1) = F$$

$$a_2 - a_1 = \frac{F}{15m} \Rightarrow F = 15m(a_2 - a_1) \Rightarrow F \text{ мин когда } a_2 - a_1 \text{ мин.}$$

$$10. 6m_1 a_1 = 2F \Rightarrow 6\mu mg$$

$$\Rightarrow F_{min} \text{ стремится к } 0.$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\rho \frac{2}{3}(h+e) = \rho \beta \times g$   
 $\frac{h+e}{3} = x$   
 $h+e = 3x$

$\rho \beta g(x + \frac{1}{2} - 1,5x) = \frac{3mg}{5}$   
 $\rho \beta g(\frac{1}{2} - 0,5x) = \frac{3m}{5}$

$\rho \beta g(\frac{kx}{\rho \beta s} - \frac{x}{2}) = \frac{3m}{5}$

$\rho \beta g(x+e) = \frac{3mg}{5}$   
 $\rho \beta \frac{8}{3}(h+e) = \rho \beta \frac{3mg}{5} = \rho \beta g(x+e)$

$\frac{h}{3} + \frac{e}{3} = x+e$      $F = \mu 3mg$   
 $h = 3x + 2e$   
 $2e = h - 3x$

$5ma = 2F - 8\mu mg + F = 3F - 8\mu mg$   
 $3F = 8\mu mg + 5ma$   
 $15ma$

$\frac{5}{3}(h+e) = eS$   
 $\frac{h}{3} + \frac{e}{3} = x+e$   
 $\frac{h}{3} = \frac{2}{3}e + x - h$   
 $h = 2e$   
 $e = \frac{h}{2}$

$\rho \beta g(x + \frac{h}{2})$

$15m(a_2 - a_1) = 8F - 3F_{10} + 3F_{10} + 5F_{10} = F - 3F_{10} + 8F_{10}$

$15ma - 8F_{10} + 3F_{10} = F$   
 $15ma - 8F_{10} + 24\mu mg = F$



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

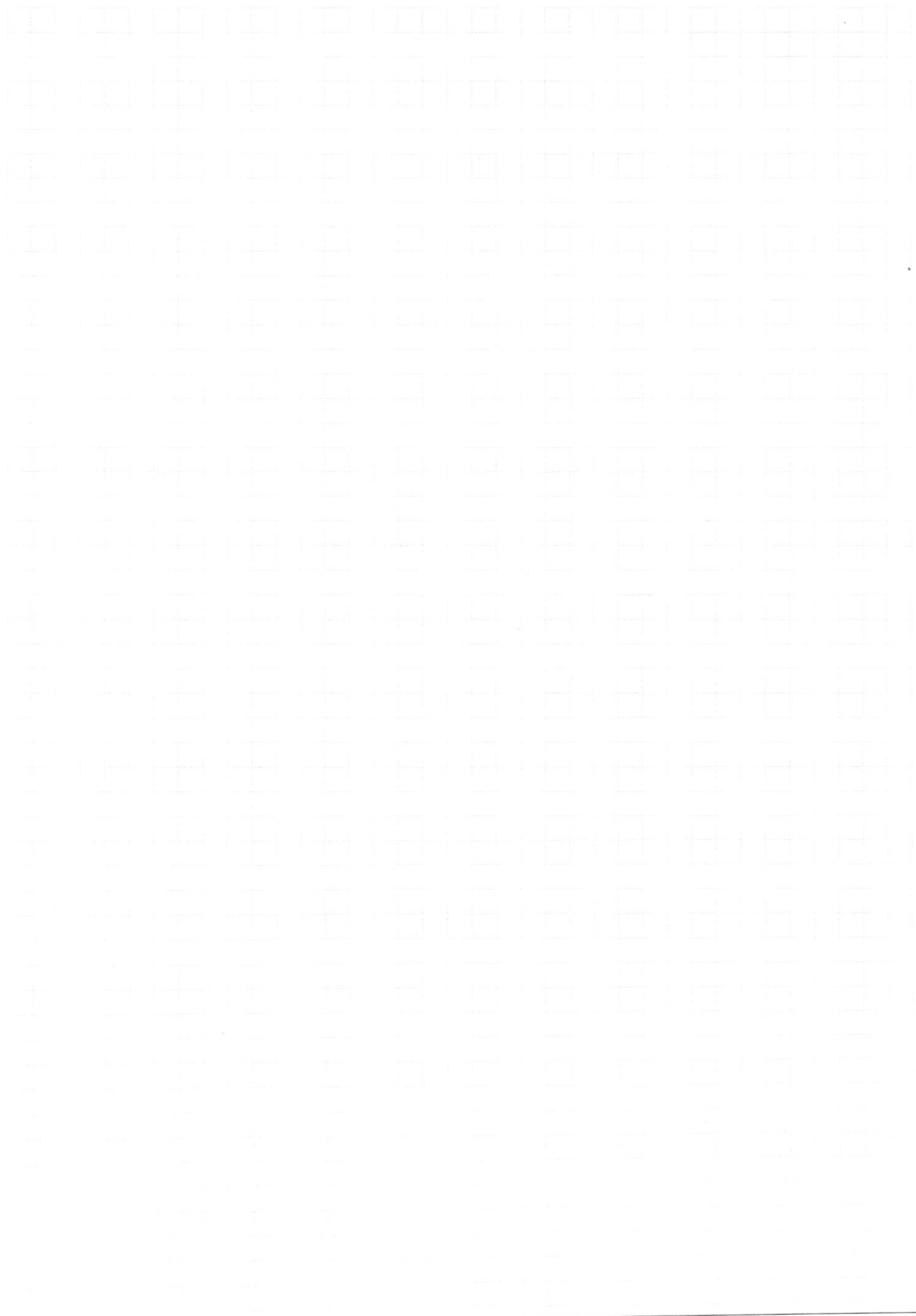
6.  $V_{\text{пр}} = V_{\text{л}}$   
 $\rho_{\text{л}} e \frac{S}{3} = \rho_{\text{в}} x S \Rightarrow e = \frac{3x}{\rho_{\text{л}}}$

7.  $H = h + x + 3x = h + 4x$

8.  $\rho H = \frac{3m}{S}$

$$m = \frac{\rho H S}{3} = \frac{\rho (h + 4x) S}{3} = \frac{\rho \left( \frac{kx}{\rho_{\text{л}} S} + 4x \right) S}{3}$$

$$m = \frac{\frac{kx}{\rho_{\text{л}}} + 4\rho S x}{3}$$

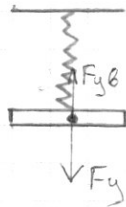
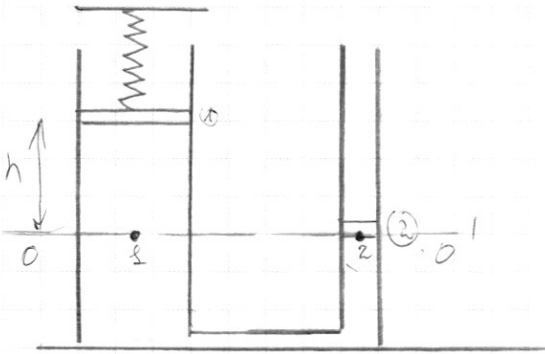


черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**

№2.  $\rho, k, X, S_1 = S_2, S_2 = \frac{S}{3}$



1. Запишем силы действующие на 1ый поршень.

$$F_{y6} = F_y = kx$$

2. П.к. Сосредоточенный груз, то можно привести  $OO'$  где выполняется равенство давлений.

3.  $p_1 = p_2$

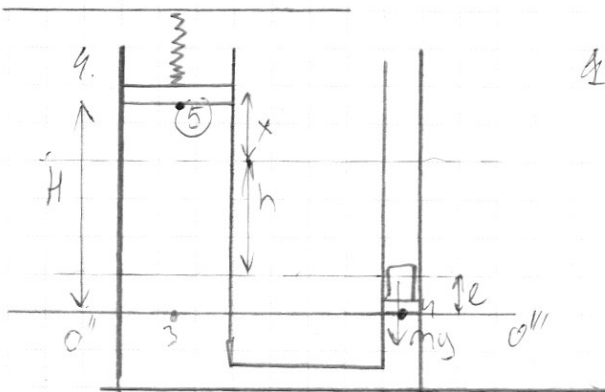
$$p_0 + p_{x1} = p_0 \Rightarrow p_{x1} = 0$$

$$p_{x1} = \frac{F_{y6}'}{S} + \rho gh, \quad F_{y6}' = F_{y6} \text{ по III закону Ньютона}$$

$$F_{y6}' = F_y = F_{y6}$$

$0 = \frac{kx}{S} + \rho gh$ , теперь видно что  $F_y$  направлена в другую сторону  $\Rightarrow$  формула расписана

$$h = \frac{kx}{\rho g S}$$



4. Опнова приведем  $OO'''$

$$p_3 = p_4$$

в м. 5  $p = p_0$ , т.к. пружина не действует и вода  $\Rightarrow$  море

$$\rho g H = \frac{mg}{S/3} = \frac{3mg}{S}$$

$$H = h + x + e$$

5. При когда леве поджали груз часть воды из правого пошла в леве; полн узнал это т.к. пружина больше не деформирована. Но от левый поршень поднялся на x



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)