

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

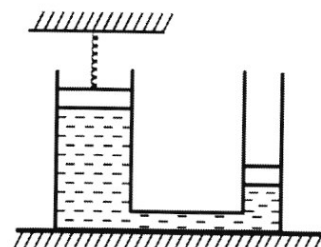
Вариант 09-02

Шифр

(заполняется секретарём)

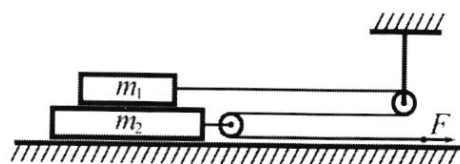
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 10$ м/с.
- 1) Через какое время t после старта скорость камня будет равна по величине $V_0/2$?
 - 2) На какой высоте h , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине $V_0/2$?
- Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности ρ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Деформация пружины равна x . Площадь сечения левого поршня S , правого $S/3$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g .



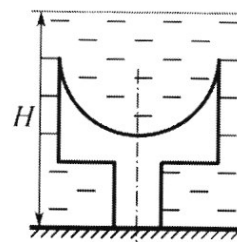
- 1) Найдите разность h уровней жидкости в сосудах.
 - 2) Найдите массу m груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.
3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты $h = R$, здесь R – радиус планеты. Плотность планеты ρ . Гравитационная постоянная G . Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.
- 1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $3R$ от центра планеты.
 - 2) Найдите период T обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков $m_1 = 3m$, $m_2 = 5m$. Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен μ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



- 1) Найдите величину F_0 горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.
- 2) Найдите минимальную силу F , при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

5. Ко дну бассейна глубиной $H=3$ м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции $V = 5$ дм³, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей $S = 10$ см². Плотность воды $\rho = 1$ г/см³, атмосферное давление $P_0 = 100$ кПа. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



- 1) Найдите давление P_1 вблизи дна.
- 2) Найдите величину F силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

Дано: $v_0 = 10 \text{ м/с}$;

Определите: 1) $t(v_0/2)$?, 2) $h(v_0/2)$ - ?;

Решение:

1) Заметим, что скорость камня $\frac{v_0}{2}$ может быть направлена вверх и вниз \Rightarrow у нас будет два значения t .

Из з-на равноускоренного движения:

$$v_0/2 = v_0 - g t_1; \Rightarrow t_1 = 0,5 \text{ с};$$

$$-v_0/2 = v_0 - g t_2; \Rightarrow t_2 = 1,5 \text{ с};$$

2) Из з-на сохранения энергии:

$$m \frac{v_0^2}{2} = m g h + m \frac{(v_0/2)^2}{2}; \text{ где } m - \text{ масса камня.}$$

$$g h = \frac{v_0^2}{2} - \frac{v_0^2}{8} = \frac{3v_0^2}{8};$$

$$h = \frac{3v_0^2}{8g} = 3,75 \text{ м};$$

Ответ: 1) $t_1 = 0,5 \text{ с}$, $t_2 = 1,5 \text{ с}$, 2) $h = 3,75 \text{ м}$;

№3.

Дано: $h = R$; ρ ;

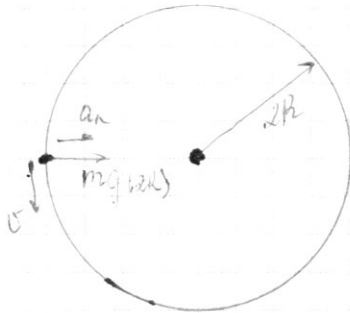
Определите: 1) $g(zR)$ - ?; 2) T - ?;

Решение:

Пусть m - масса спутника, M - масса планеты.

$$\left. \begin{aligned} 1) \quad m g &= G \frac{M m}{(zR)^2} \Rightarrow g(zR) = \frac{G M}{z^2 R^2} \\ \text{з-н вращательного момента} \quad M L &= \rho V = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho; \end{aligned} \right\} \Rightarrow g = \frac{4}{27} \pi R \rho G;$$

2) Найти угловую частоту на расстоянии $R+h=2R$ от центра Земли планеты



1ый способ:

Земляем ρ и плотности ρ_p спутника ρ_s :

$mg(2R) = m a_n$, где a_n - ускорение спутн.

$a_n = \omega^2 \cdot 2R$, где ω - угл. скорость спутн.

$$g(2R) = G \cdot \frac{\frac{4}{3}\pi R^3 \rho}{(2R)^2} = \frac{1}{3}\pi G R \rho;$$

$$2\omega^2 R = \frac{1}{3}\pi G R \rho;$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\pi}{6} G \rho} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \sqrt{\frac{24\pi}{G \rho}};$$

2ый способ. $T = 2\pi \sqrt{\frac{(2R)^3}{G M}} = 2\pi \sqrt{\frac{8R^3}{G \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \rho}} = \sqrt{\frac{24\pi}{G \rho}};$

г и Кеплера.

Ответ: 1) $g = \frac{4}{3}\pi G R \rho$; 2) $T = \sqrt{\frac{24\pi}{G \rho}}$;

и 2.

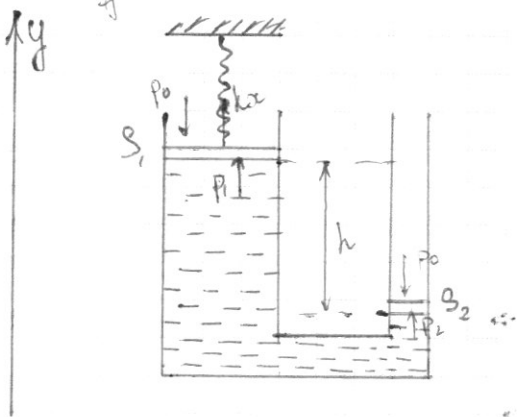
Дано: ρ ; $S_1 = S$; $S_2 = S/3$; g ; a ; h

Определить: 1) h - ?; 2) m - ?;

Решение:

1) Сила давления на левой поршень со стороны

воды



Пусть P_0 - атмосферное давление, P_2 - давление на правой поршень со стороны воды.

Условие равновесия правого поршня на ось y : $P_2 S_2 - P_0 S_2 = 0 \Rightarrow P_2 = P_0$;

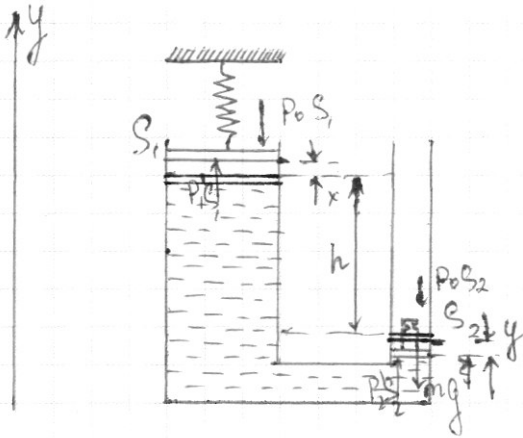
Условие равновесия левого поршня на ось y :

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Пружина растянута, т.к. $P_0 > P_1$.

$$\left. \begin{aligned} P_1 S_1 + kx - P_0 S_1 &= 0; \\ P_1 &= P_2 - \rho g h; \\ P_2 &= P_0; \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} kx - \rho g h S_1 &= 0; \\ h &= \frac{kx}{\rho g S}; \end{aligned}$$

2)



Раз пружина не деформирована, она не действует никакой силой на пятаформу, и поршень поднимся на величину x .

В левый сосуд вытеснился объём $V = S_1 x \Rightarrow$ из правого сосуда вытеснился такой же объём \Rightarrow

$$\Rightarrow V = S_1 x = S_2 y \Rightarrow y = 3x;$$

Усл-а равновесия левого и правого поршней на ось y :

$$\left. \begin{aligned} P_1' S_1 - P_0 S_1 &= 0; \Rightarrow P_1' = P_0; \\ P_2' S_2 - mg - P_0 S_2 &= 0; \\ P_2' &= P_1' + \rho g (h + x + y); \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} \rho g S_2 (h + x + y) - mg &= 0; \\ m &= \rho \frac{S}{3} (h + 4x); \end{aligned}$$

• Ответ: 1) $h = \frac{kx}{\rho g S}$; 2) $\frac{\rho S}{3} (h + 4x) = m$;

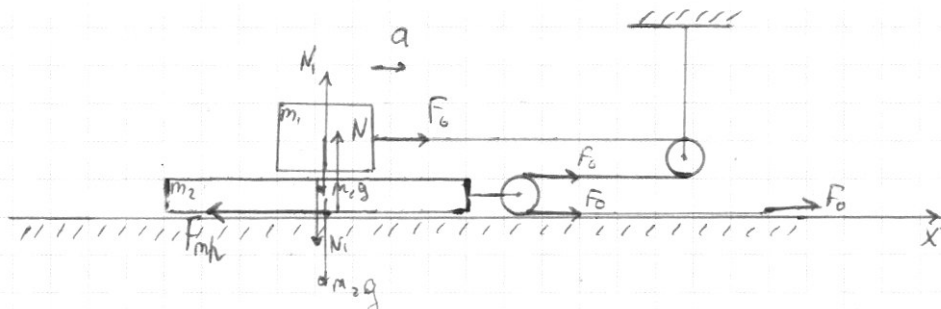
№4.

Дано: $m_1 = 3m$; $m_2 = 5m$; μ ;

Определить: 1) F_0 - ?; 2) $F_{\text{тр}}$ - ?;

Решение:

1) Если трения между m_1 и m_2 будет отсутствовать, тогда, когда они движутся как одно целое, т.е. с одинаковыми ускорениями.



Запишем 2^{ой} з-н Ньютона для брусьев на ось x :

$$m_1: m_1 a = F_0;$$

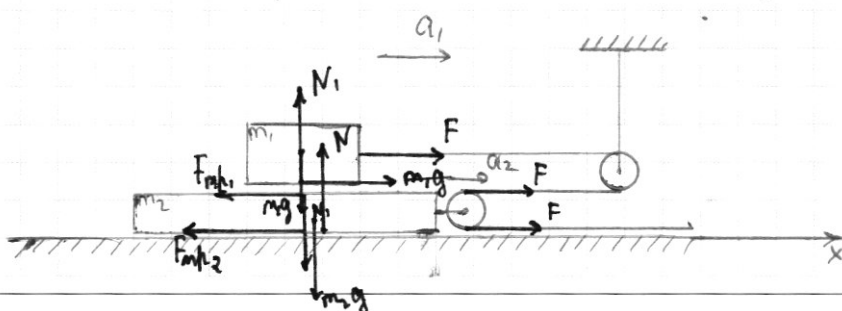
$$m_2: 2F_0 - F_{\text{тр}} = m_2 a;$$

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu(m_2 g + N_1) = \mu(m_2 g + m_1 g);$$

$$2F_0 - \mu g(m_2 + m_1) = F_0 \frac{m_2}{m_1}; \Rightarrow F_0 = \frac{\mu g(m_2 + m_1)}{2 - \frac{m_2}{m_1}} = \mu g m \frac{8}{2 - \frac{5}{3}} = 24 \mu m g;$$

2) Пусть a_1 и a_2 — ускорения брусьев m_1 и m_2 соответственно.

Для того, чтобы относительно нижнего бруска, верхний двигался влево, a_2 должно быть больше a_1 .



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2-й закон Ньютона для брусков на ось x :

$$m_1: \left. \begin{aligned} F + F_{\text{тр}_1} &= a_1 m_1; \\ F_{\text{тр}_1} &= \mu m_1 g; \end{aligned} \right\} \Rightarrow a_1 = \frac{F}{m_1} + \mu g;$$

$$m_2: \left. \begin{aligned} 2F - F_{\text{тр}_1} - F_{\text{тр}_2} &= m_2 a_2; \\ F_{\text{тр}_1} &= \mu m_1 g; \\ F_{\text{тр}_2} &= \mu (m_1 + m_2) g; \end{aligned} \right\} \Rightarrow a_2 = \frac{2F}{m_2} - \mu \frac{m_1}{m_2} g - \mu g \left(\frac{m_1}{m_2} + 1 \right).$$

$$a_2 > a_1 \Leftrightarrow \frac{2F}{m_2} - \mu g \left(2 \frac{m_1}{m_2} + 1 \right) > \frac{F}{m_1} + \mu g$$

$$F > \frac{2\mu g \left(\frac{m_1}{m_2} + 1 \right)}{\frac{2}{m_2} - \frac{1}{m_1}}$$

$$F = F_{\text{min}} \Rightarrow F_{\text{min}} = 2\mu g \frac{\frac{m_1}{m_2} + 1}{\frac{2}{m_2} - \frac{1}{m_1}} = 2\mu g \frac{\frac{3}{5} + 1}{\frac{2}{5} - \frac{1}{3}} = 2\mu g \frac{\frac{8}{5}}{\frac{6-5}{15}} =$$

$$= 48\mu mg$$

Ответ: 1) $F_0 = 24\mu mg$; 2) $F_{\text{min}} = 48\mu mg$;

№5.

Дано: $H = 3\text{ м}$; $V = 5\text{ дм}^3$; $S = 10\text{ см}^2$; $\rho = 1\text{ т/м}^3$; $P_0 = 100\text{ кПа}$; $g = 10\text{ м/с}^2$;

Определить: 1) P_1 - ?; 2) \vec{F} - ?;

Решение:

1) $P_1 = P_0 + \rho g H = 100\text{ кПа} + 1000 \cdot 10 \cdot 3\text{ Па} = 130\text{ кПа}$;

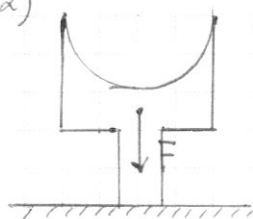
2) Сначала рассмотрим случай, когда вода под конструкцией ~~не~~ подтекает.

В этом случае на конструкцию действует сила Архимеда.

$$F_A = \rho V g$$

Когда мы прижимаем конструкцию ко дну, сохраняются все силы давления, кроме силы давления на нижнюю поверхность, т.к. вода под дно больше не подтекает $\Rightarrow F = F_A - P_1 S = \rho V g - P_1 S - \rho g H S =$
 $= \rho g (V - H S) - P_1 S = 10\text{ м/с}^2 \cdot 1000\text{ кг/м}^3 (5 \cdot 10^{-3}\text{ м}^3 - 3 \cdot 10 \cdot 100^{-2}\text{ м}^3) -$
 $- 100000 \cdot 10 \cdot 100^{-2}\text{ Н} = 20\text{ Н} - 100\text{ Н} = -80\text{ Н} \Rightarrow$ сила действует вниз.

Ответ: 2)



$F = 80\text{ Н}$; 1) $P_1 = 130\text{ кПа}$;



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Blank grid area for writing the answer.

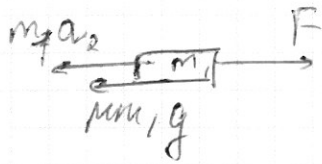
черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



$$130000 \cdot 10 \cdot 100^{-2} = 130 \text{ H}$$

$$1000 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 50$$

$$m_2 a_2 = 2F - \mu(m_1 + m_2)g$$

$$m_1 a_2 + \mu m_1 g > F$$

$$\frac{m_1}{m_2} \cdot 2F - \frac{m_1}{m_2} \cdot \mu(m_1 + m_2)g + \mu m_1 g > F;$$

$$F > \frac{\mu g \left(\frac{m_1}{m_2} (m_1 + m_2) - m_1 \right)}{2 \frac{m_1}{m_2} - 1} = \mu g \frac{\frac{3}{5} \cdot 4 - 3}{\frac{6}{5} - 1} \cdot m =$$

$$= \frac{\frac{24}{5} - \frac{15}{5}}{\frac{1}{5}} = 9 \mu m g$$

$$F_{\text{min}} = 9 \mu m g$$

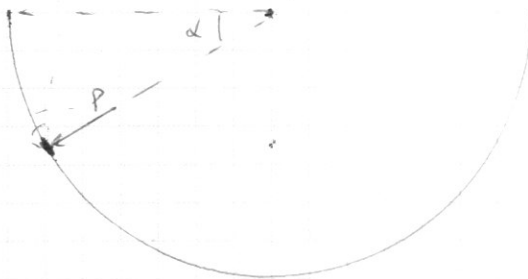
$$h = 5 - 0,5 - 10 \frac{0,5^2}{2} =$$

$$\pi r_1^2 = S$$

$$\pi r_2^2$$

$$= 5 - 5 \cdot 0,25 = 0,75 \cdot 5 =$$

$$= 7,5 \cdot 0,5 = 3,75$$



$$dF_B = P dS \cdot \sin \alpha$$

$$P = \rho g h + \rho g R \sin \alpha$$

$$dF_B = \rho g h dS + \rho g R \sin^2 \alpha dS$$

$$F_B = \rho g h \cdot 4\pi R^2$$

$$h = H - h_1 - h_2 =$$

$$h_2 =$$

$$V = \pi R^2 h_2 - \frac{4}{3} \pi R^3 + h_1 S$$

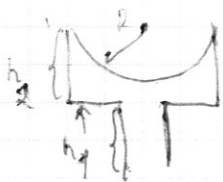


$$V =$$

$$h_2 = \frac{V}{\pi R^2} + \frac{4}{3} R - h_1 \frac{S}{\pi R^2}$$

$$F = \rho g R (H - h_1) (\pi R^2 - S)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\pi R^2 = S_2$$

$$V = h_2 S_2 - \frac{2}{3} \pi R^3 + h_1 S_1 = h_2 \pi R^2 - \frac{2}{3} \pi R^3 + h_1 S_1$$



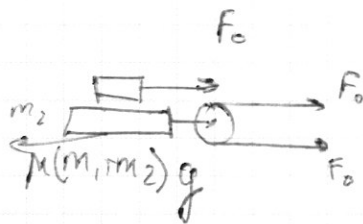
$$P dS = F$$

$$dF_B = P dS \sin \alpha = P dS'$$

$$P = \rho g (H - h_1 - h_2) + R \sin \alpha$$

$$dF_B = \rho g (H - h_1 - h_2) \sin \alpha dS' + \rho g R \sin \alpha dS \sin \alpha$$

$$dS = d$$



$$F_0 = m_1 a$$

$$2F_0 - \mu(m_1, m_2)g = m_2 a \Rightarrow 2 - \frac{\mu(m_1, m_2)g}{F_0} = \frac{m_2}{m_1}$$

$$F_0 = \frac{\mu(m_1, m_2)g}{\frac{m_2}{m_1} + 2} = \frac{\mu \cdot 8m g}{\frac{1}{3} + 2} = \frac{24}{11} \mu m g$$

$$m_1 a_1 = F - \mu m_1 g$$

$$m_2 a_2 = 2F + \mu m_1 g - \mu(m_1, m_2)g = 2F - \mu m_2 g$$

$$a_2 > a_1 \quad \frac{F}{m_1} - \mu g < \frac{2F}{m_2} - \mu g$$