

# Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

Вариант 09-04

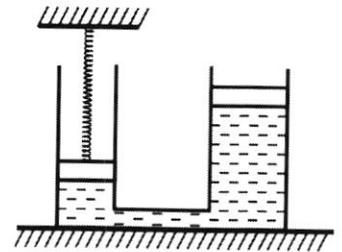
Шифр

(заполняется секретарём)

1. С высокой башни экспериментатор бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью  $V_0 = 12$  м/с. После достижения максимальной высоты камень пролетает рядом с экспериментатором и падает вниз на землю.

- 1) Через какое время  $t$  после броска величина скорости камня будет равна  $3V_0$ ?
- 2) Найдите путь  $S$ , пройденный камнем от момента броска до момента достижения камнем скорости  $3V_0$ . Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которые налита жидкость плотности  $\rho$ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости  $k$  с верхней опорой. Деформация пружины равна  $x$ . Площадь сечения левого поршня  $S$ , правого  $2S$ . Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения  $g$ .

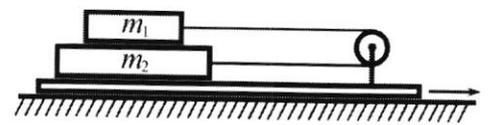


- 1) Найдите разность  $h$  уровней жидкости в сосудах.
- 2) На правый поршень положили груз массой  $m$ . Найдите массу  $M$  груза, который следует положить на левый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.

3. У двух планет Альфа-1 и Альфа-2 одинаковые радиусы  $R$ , а плотности планет равны, соответственно,  $\rho_1 = \rho$  и  $\rho_2 = 3\rho$ . Гравитационная постоянная  $G$ . Объём шара  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ .

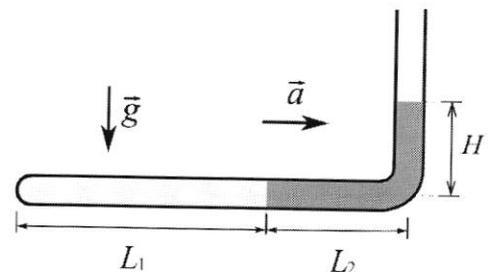
- 1) Найдите ускорение  $g$  свободного падения на расстоянии  $5R$  от центра планеты Альфа-1.
- 2) Найдите отношение  $T_2/T_1$  периодов обращения спутников, которые движутся по круговым орбитам вокруг данных планет. Высоты орбит спутников равны, соответственно  $h_1 = R$  и  $h_2 = 2R$ .

4. На горизонтальном столе находится доска, на которой укреплен неподвижный блок, а также бруски, соединённые нитью. Массы брусков  $m_1 = 2m$ ,  $m_2 = 3m$ . Коэффициент трения скольжения верхнего бруска по нижнему равен  $\mu$ , трение между доской и нижним бруском отсутствует. Доску приводят в движение с постоянным ускорением, направленным вправо. Массой нити и блока, а также трением в оси блока можно пренебречь.



- 1) Найдите максимальное ускорение  $a_0$  доски, при котором бруски не будут проскальзывать относительно друг друга.
- 2) Найдите силу  $T$  натяжения нити, если доска движется с ускорением  $a > a_0$ .

5. Тонкая изогнутая трубка состоит из горизонтального участка, запаянного с одного конца, и вертикального участка, открытого в атмосферу. Трубка заполнена двумя несмешивающимися жидкостями: плотности  $\rho_1$  в горизонтальном участке, и плотности  $\rho_2$  в горизонтальном и вертикальном участках (см. рис.). Трубка движется с ускорением  $a = g/6$ , направленным горизонтально. Геометрические размеры указаны на рисунке,  $H = L$ ,  $L_1 = 4L$ ,  $L_2 = 3L$ . Атмосферное давление  $P_0$ .



- 1) Найдите давление  $P_1$  в жидкости в месте изгиба трубки.
- 2) Найдите давление  $P_2$  в жидкости у запаянного конца трубки.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1

Дано:

$$v_0 = 12 \text{ м/с}$$

$$v_a = 3v_0$$

Найти:

$t_1$  - ?

$S$  - ?

Решение:

~~Время~~

Два броска камня вверх, от стола  
считаем высоту приземления и  
какой верхней точки, затем набирает  
скорость падая вниз.

$t_1$  - время достижения какой верхней точки,  
скорость в пологой равна нулю.

~~$$v = v_0 - g t_1$$~~

$$0 = v_0 - g t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v_0}{g} = \frac{12 \text{ м/с}}{10 \text{ м/с}^2} = 1,2 \text{ с}$$

$t_2$  - время набора скорости  $3v_0$  с момента

положения в верхней точке:

$$3v_0 = g t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{3v_0}{g} = \frac{3 \cdot 12 \text{ м/с}}{10 \text{ м/с}^2} = 3,6 \text{ с.}$$

$$t = t_1 + t_2 = 1,2 \text{ с} + 3,6 \text{ с} = 4,8 \text{ с}$$

$S_1$  - путь до момента положения в верхней точке

$S_2$  - путь от момента в верхней точке до момента набора скорости  $3v_0$

$$S_1 = v_0 t_1 - \frac{g t_1^2}{2} = v_0 t_1 - \frac{v_0 t_1}{2} = \frac{v_0 t_1}{2} = \frac{12 \text{ м/с} \cdot 1,2 \text{ с}}{2} = \frac{14,4}{2} \text{ м} = 7,2 \text{ м}$$

$$S_2 = \frac{g t_2^2}{2} = \frac{3v_0 \cdot t_2}{2} = \frac{3 \cdot 12 \text{ м/с} \cdot 3,6 \text{ с}}{2} = \frac{18 \cdot 18 \cdot 2}{10} \text{ м} = \frac{324 \cdot 2}{10} \text{ м}$$

$$S_2 = \frac{648}{10} \text{ м} = 64,8 \text{ м}$$

$$S = S_1 + S_2 = 7,2 \text{ м} + 64,8 \text{ м} = (65 + 7) \text{ м} = 72 \text{ м}$$

Ответ: 1) 4,8 с, 2) 72 м

Дано:

$$R_1 = R_2 = R$$

$$\rho_1 = \rho$$

$$\rho_2 = 3\rho$$

$$R_2 = 2R$$

$$G, h_1 = R$$

Решение:

1) Сила тяжести и закон сохранения это одно и то же;  $m_T$  - масса тела на поверхности  $5R$  от планеты.

$$m_T g = \frac{m_T \cdot M_1 G}{(5R + R)^2}, \quad m_1 - \text{масса планеты}$$

$$g = \frac{m_1 G}{(6R)^2} = \frac{\rho_1 V_1 G}{36 R^2} = \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi R^3 G}{36 R^2} = \frac{4}{3 \cdot 9} \rho \cdot \pi R G$$

1)  $g = ?$

$$g = \frac{4}{27} \rho \cdot R \cdot G \cdot \pi$$

2)  $\frac{T_2}{T_1} = ?$

2) Сила, действующая на спутник, при движении по орбите, является силой притяжения.

Сила притяжения:

$$F = m_c \cdot a = \frac{m_c \cdot m_{пл} \cdot G}{r^2}$$

$$m_c \cdot a = \frac{m_c \cdot M_{пл} \cdot G}{r^2}$$

$m_c$  - масса спутника  
 $m_{пл}$  - масса планеты  
 $r$  - расстояние между центром планеты и орбитой спутника

$$a = \frac{M_{пл} \cdot G}{r^2} \quad \# \quad a \text{ центростремительное ускорение при движении по орбите считается по формуле: } a = \omega^2 R \cdot r$$

$$\omega^2 r = \frac{M_{пл} \cdot G}{r^2}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{M_{пл} \cdot G}{r^3}}$$

Период обращения считается по формуле:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{M_{пл} \cdot G}{r^3}}}$$

полученная формула в общем виде можно подставить нужные значения и получить ответ:

$$T_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{m_1 \cdot G}{(R+h_1)^3}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{m_1 \cdot G}{(2R)^3}}}, \quad T_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{m_2 \cdot G}{(R+h_2)^3}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{m_2 \cdot G}{(3R)^3}}}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{m_2 \cdot G}{27R^3}}}}{\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{m_1 \cdot G}{8R^3}}}} = \frac{\sqrt{\frac{m_1 \cdot 27}{m_2 \cdot 8}}}{\sqrt{\frac{m_2 \cdot 8}{m_1 \cdot 27}}} = \sqrt{\frac{\rho_1 V_1 \cdot 27}{\rho_2 V_2 \cdot 8}} = \sqrt{\frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi R^3 \cdot 27}{3\rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi R^3 \cdot 8}}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{9}{8}} = \sqrt{1.125} \approx \# 1.06$$

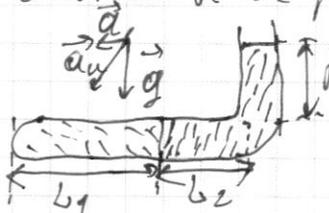
Ответ: 1)  $g = \frac{4}{27} \rho R G \pi$  2)  $\frac{T_2}{T_1} \approx 1.06$

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5

Дано:  $\rho_1, \rho_2$   
 $\alpha = \frac{g}{6}$   
 $H = L$   
 $L_1 = 4L$   
 $L_2 = 3L$   
 $\rho_0$   
 Найти:  $\rho_1 - ?$   
 $\rho_2 - ?$

Решение  
 переместим в систему отсчёта трубу, т.к. она движется с ускорением находясь в этой системе мы будем использовать ускорение  $(a_u)$  направленное в противоположную сторону от ускорения системы и равное по модулю ему.



стационарное ускорение  $(a_u)$  является силой  $\vec{g}$  и  $\vec{a}$ ,  
~~теперь~~ теперь

жидкость цепляется ускорение  $a_u \Rightarrow$  можно повернуть систему отсчёта так, чтобы ось  $y'$  была ~~при~~ параллельна вектору  $\vec{a}_u$  и получить максимальную формулу давления жидкости:  $p = \rho \cdot a_u \cdot h$ .



Получаем покальком на поверхности системы отсчёта: этот угол равен углу между векторами  $a_u$  и  $g$ , посчитаем синус и косинус этого угла:  $\sin \alpha = \frac{a_u}{g}$   $\cos \alpha = \frac{g}{a_u}$

теперь труба повернулась, тогда высота по  $y'$  бывшего вертикального участка теперь равна:  
 $H' = \cos \alpha \cdot H$   
 бывшего горизонтального участка ~~он~~ длиной  $L_2$  теперь равна:  
 $L_2' = \sin \alpha \cdot L_2$

Продолжение на стр. 4

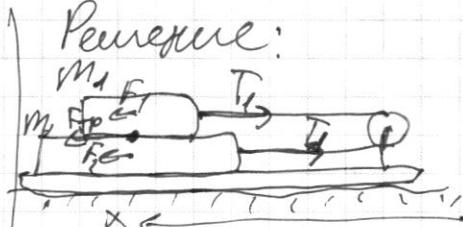


ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

14 1

Дано:  
 $m_1 = 2M$   
 $m_2 = 3M$   
 $\mu, \alpha$

Найти:  
1)  $a_0$  - ?  
2)  $T$  - ?



Дж. пр. движущийся в  
металлу отсюда дождь.

М.к. металла отсюда движется с ускорением,  
но все тела в этой системе имеют одина-  
к. ускорение по модулю равное и  
противоположное по направлению ускорение.  
М.к. струны не движется (в нашей системе  
отсюда), но можно воспользоваться I  
законом Ньютона для верхнего бруска.

~~$a_0 m_1$~~   $F_1 + F_{тр} - T_1 = 0$

$a_0 m_1 + F_{тр} - T_1 = 0 \Rightarrow a_0 m_1 + F_{тр} = T_1 \Rightarrow$

~~$a_0 m_1 + F_{тр}$~~   $\Rightarrow a_0 m_1 + F_{тр} \geq T_1$

~~$a_0 m_1$~~   $a_0 m_1 + m_1 g \mu \geq T_1$

Воспользуемся II законом Ньютона для цепочки

из 2 брусков:  $F_1 + F_2 - 2T_1 = 0$

$F_1 + F_2 = 2T_1 \Rightarrow T_1 = \frac{a_0 m_1 + a_0 m_2}{2} \Rightarrow$

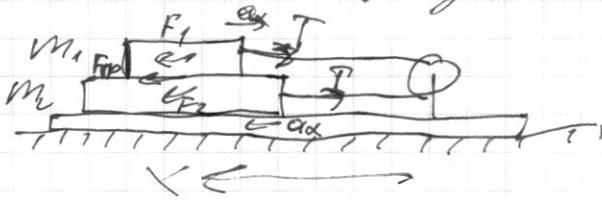
$\Rightarrow a_0 m_1 + m_1 g \mu \geq T_1 \geq \frac{a_0 m_1 + a_0 m_2}{2}$

$m_1 g \mu \geq \frac{a_0 m_2 - a_0 m_1}{2} = a_0 \left( \frac{m_2 - m_1}{2} \right)$

$a_0 \leq \frac{2m_1 g \mu}{m_2 - m_1} \Rightarrow a_0 \text{ max} = \frac{2m_1 g \mu}{m_2 - m_1} = \frac{2 \cdot 2g \mu \cdot M}{3M - 2M} = 4g\mu$

Продолжение на стр. 6

$a > a_0$ , т.к. нить перевернута и движется с ускорением относительно доски, будем пользоваться II законом Ньютона.



т.к. нить перевернута, то ускорения блоков относительно доски будут противоположны по направлению и равны по модулю ( $a_x$ )

Запишем II закон Ньютона для обоих блоков:

$$\begin{cases} (1) F_1 + F_{sp} - T = -a_x m_1 \\ (2) F_2 + F_{sp} - T = +a_x m_2 \end{cases} \quad | +$$

$$F_1 + F_2 - 2T = 0$$

$$T = \frac{F_1 + F_2}{2} = \frac{a m_1 + a m_2}{2} = \frac{2ma + 3ma}{2} = 2,5am$$

Ответ: 1)  ~~$a_0 = \frac{2ma + 3ma}{m_1 + m_2}$~~   $a_0 = 4g\mu$     2)  ~~$2,5am$~~   $T = 2,5am$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

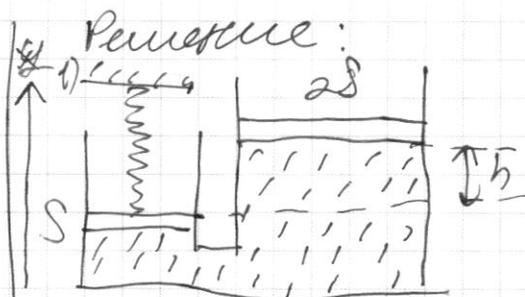
N 2

Дано:

$\rho, k, \rho_0$

$S_1 = S$

$S_2 = 2S$



Рассмотрим левый поршень. На он находится в равновесии на него действует только сила давления воды:  $\Rightarrow$

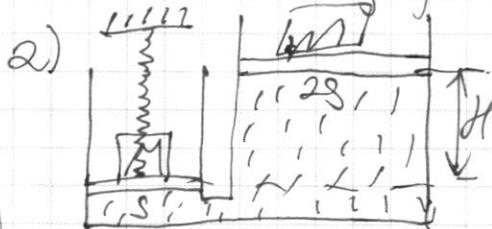
$$\Rightarrow \alpha \cdot k = \rho \cdot g \cdot g \cdot h \Rightarrow h = \frac{\alpha \cdot k}{\rho \rho g}$$

Им

Найти:

1)  $h$  - ?

2)  $M$  - ?



рассмотрим правый поршень, сила давления его давление на воду равно  $\frac{mg}{2S} \Rightarrow$  давление воды на уровне левого и поршня равно  $\frac{mg}{2S} + \rho g h$ .

Т.к. пружина теперь не деформирована, уровень воды в левом сосуде уровня  $x$  и пружина больше не действует на поршень, т.к. в левом поршне уровень воды уже на  $x$ , то объём воды  $x \cdot S$  переместился в правый поршень, ~~иначе~~  $\Rightarrow$  уровень воды в правом поршне поднимется на  $\frac{x \cdot S}{2S} = \frac{x}{2} \Rightarrow H = h + \alpha \cdot \frac{x}{2} = \frac{3}{2} \alpha \cdot h$

рассмотрим условие равновесия на левом поршне; ~~на~~ на него действуют груз  $Mg$  и сила давления воды:

$$Mg = S \left( \frac{mg}{2S} + \rho g h \right) = \frac{mg}{2} + \rho g \left( \frac{3}{2} \alpha + h \right) S = \frac{mg}{2} + \frac{3}{2} \rho g \alpha S + \rho g h S$$

Продолжение на стр. 3

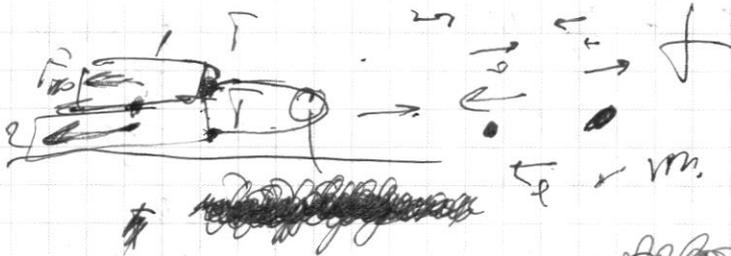
$$Mg = \frac{mg}{2} + \frac{3}{2} \rho g S x + h \cdot \rho g \cdot S = \frac{mg}{2} + \frac{3}{2} \rho g S x + \frac{x \cdot k \cdot \rho g S}{\rho g S}$$

$$M = \frac{m}{2} + \frac{3}{2} \rho S x + x k$$

Ответ: 1)  $h = \frac{xk}{\rho g S}$

2)  $M = \frac{m}{2} + \frac{3}{2} \rho S x + x k$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



12-10 225 = 400 - 512  
225 - 112 =  
= 113 113.9 =  
113 / (2 \* 15 \* 10) = 800 + 90 \* 24  
1017  
144 / 4  
12 \* 36  
25 \* 80 = 40 \* 20 \* 2 = 4608 \* 4 =  
= 16000 + 2400 / 32  
33  
2 \* 113 \* 113 / (2 \* 15 \* 20)  
5 \* 9  
31 \* 25 + 144 \* 25 = 113 \* 3 \* 3  
18432  
1008 + 3600 = 4608  
25 25

$F_1 + F_{тр} = F_2$

$m_1 a + m_1 \mu g = m_2 a$

$a(m_2 - m_1) = m_1 \mu g$

$a_0 = \frac{m_1 \mu g}{m_2 - m_1}$

$F_{1x} + F_{тр} + T = a m_1$

$m_1 a + m_1 \mu g - T = a_x m_1$

$m_1 a_0 + a_y m_1 + m_1 \mu g - m_2 a_0 + m_2 a_y = a_x m_1$

$a_y m_2 - m_2 a_y = a_x m_1$

$a_x = a_0 \left( \frac{m_1 - m_2}{m_1} \right) = -a_y \left( \frac{m_2 - m_1}{m_1} \right)$

$-(a - a_0) \frac{(m_2 - m_1)}{m_1} \cdot m_1 + m_1 \mu g + m_1 a = T$

$-a m_2 + a m_1 + a_0 m_2 - a_0 m_1 + m_1 \mu g + m_1 a = T$

$2a m_1 + a_0 m_2 - a m_2 + a_0 m_1 + m_1 \mu g = T$

$2a \cdot 2m + a_0 \cdot 3m - a \cdot 3m - a_0 \cdot 2m + m_1 \mu g = T$

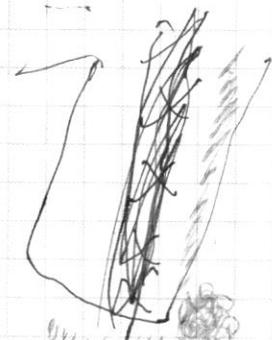
$am + a_0 m + m_1 \mu g + 2m \mu g = T + T'$

$a m + a_0 m + 2m \mu g = T$

$a_0 m - a m = T'$

$-\frac{(a - a_0) m}{2} = T'$

$2m \left( \frac{3}{4} a + \frac{1}{4} a_0 + \mu g \right) = T$



$$(20-2)^2 = 400 - 80 + 4 = 324$$

$$m_{\pi} G = \frac{F}{R^2} = \frac{m_c}{R^2} = \omega^2 R$$

$$\frac{m \cdot \omega^2 \cdot X}{\mu^2} = \frac{K \cdot G}{c^2}$$

$$X = \frac{\mu^3}{m \cdot c^2}$$

$$\frac{m_{\pi} G}{R^2} = \frac{F}{m_c} = \omega^2 R$$

$$\omega = \sqrt{\frac{m_{\pi} G}{R^3}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi R^3}{\sqrt{m_{\pi} G}}$$

$$T_1 = \frac{2\pi R^3}{\sqrt{m_1 G}}$$

$$T_2 = \frac{2\pi R^3}{\sqrt{m_2 G}}$$

$$32 \cdot 0,3 = 32 \cdot 3 = 96$$

$$96 \cdot 0,09 = 8,64$$

$$16 \cdot 2 \cdot 0,3 + 0,09 = 10 = 16 \cdot 2 \cdot X$$

$$32 \cdot 0,3 + 0,09 = (16,1)^2 = (16 + 0,1)^2$$

$$256 + 3,2 + 0,01 = 259,21$$

$$16^2 = (15^2 + 1)^2 = 225 + 30 + 1 = 256$$

$8 \overline{) 3}$   
 $2 \overline{) 2,6666}$   
 $13 \overline{) 20}$   
 $18 \overline{) 20}$   
 $2 \overline{) 20}$   
 $10 \overline{) 3125}$   
 $31 \overline{) 3125}$   
 $64 = 625$   
 $625 = (600 + 25) \cdot 5 = 3000 + 125 = 3125$   
 $2,64 = \frac{3125}{1000}$   
 $16^2 = (15^2 + 1)^2 = 225 + 30 + 1 = 256$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\sqrt{m_1}}{\sqrt{m_2}} = \sqrt{\frac{8m_1}{m_2}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 80}{32}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 8}{32}} = \sqrt{\frac{8}{3}} = \sqrt{\frac{16 \cdot 3}{10}} = \frac{16,3}{10} = 1,63$$

$$mg = \frac{m_{\pi} m G}{R^2}$$

$$g = \frac{m_{\pi} G}{R^2} = \frac{\rho \cdot V \cdot G}{(5R)^2} = \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 \cdot G}{25 R^2} = \frac{4}{75} \rho \pi R G$$

$$\frac{m}{\mu^2} \cdot \mu \cdot \frac{\mu^3}{m \cdot c^2} = \mu \cdot \frac{\mu}{c^2}$$

$8 \overline{) 3}$   
 $3 \overline{) 1,125}$   
 $10 \overline{) 20}$   
 $2 \overline{) 20}$   
 $16 \overline{) 20}$   
 $4 \overline{) 20}$   
 $5 \overline{) 20}$

$$1,125^2 = 1 + 0,0036 + 2 \cdot 1 \cdot 0,03 = 1,1236$$

$$(1,03)^2 = 1 + 0,0036 + 2 \cdot 1 \cdot 0,03 = 1,1236$$

$$4a^2 + 4a \cdot 0,125 + a^2 \cdot 0,031$$