

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

Вариант 09-04

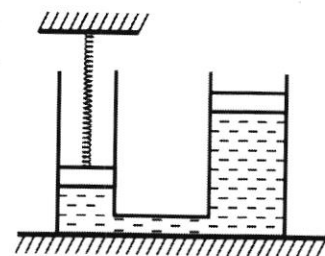
Шифр

(заполняется секретарём)

1. С высокой башни экспериментатор бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 12$ м/с. После достижения максимальной высоты камень пролетает рядом с экспериментатором и падает вниз на землю.

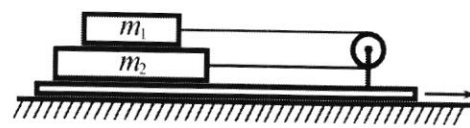
- 1) Через какое время t после броска величина скорости камня будет равна $3V_0$?
- 2) Найдите путь S , пройденный камнем от момента броска до момента достижения камнем скорости $3V_0$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которые налита жидкость плотности ρ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Деформация пружины равна x . Площадь сечения левого поршня S , правого $2S$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g .



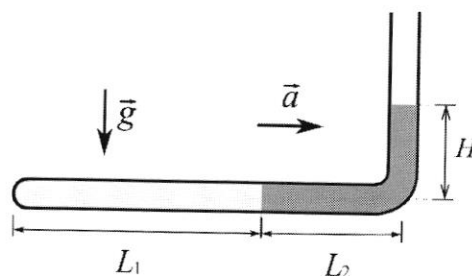
- 1) Найдите разность h уровней жидкости в сосудах.
 - 2) На правый поршень положили груз массой m . Найдите массу M груза, который следует положить на левый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.
3. У двух планет Альфа-1 и Альфа-2 одинаковые радиусы R , а плотности планет равны, соответственно, $\rho_1 = \rho$ и $\rho_2 = 3\rho$. Гравитационная постоянная G . Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.
- 1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $5R$ от центра планеты Альфа-1.
 - 2) Найдите отношение T_2/T_1 периодов обращения спутников, которые движутся по круговым орбитам вокруг данных планет. Высоты орбит спутников равны, соответственно $h_1 = R$ и $h_2 = 2R$.

4. На горизонтальном столе находится доска, на которой укреплен неподвижный блок, а также бруски, соединённые нитью. Массы брусков $m_1 = 2m$, $m_2 = 3m$. Коэффициент трения скольжения верхнего бруска по нижнему равен μ , трение между доской и нижним бруском отсутствует. Доску приводят в движение с постоянным ускорением, направленным вправо. Массой нити и блока, а также трением в оси блока можно пренебречь.



- 1) Найдите максимальное ускорение a_0 доски, при котором бруски не будут проскальзывать относительно друг друга.
- 2) Найдите силу T натяжения нити, если доска движется с ускорением $a > a_0$.

5. Тонкая изогнутая трубка состоит из горизонтального участка, запаянного с одного конца, и вертикального участка, открытого в атмосферу. Трубка заполнена двумя несмешивающимися жидкостями: плотности ρ_1 в горизонтальном участке, и плотности ρ_2 в горизонтальном и вертикальном участках (см. рис.). Трубка движется с ускорением $a = g/6$, направленным горизонтально. Геометрические размеры указаны на рисунке, $H = L$, $L_1 = 4L$, $L_2 = 3L$. Атмосферное давление P_0 .



- 1) Найдите давление P_1 в жидкости в месте изгиба трубки.
- 2) Найдите давление P_2 в жидкости у запаянного конца трубки.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Дано:

$$v_0 = 12 \text{ м/с}$$

$$v_a = 3v_0$$

Найти:

t_1 - ?

S - ?

Решение:

~~Время~~

При броске камня вверх, от момента снятия скорости приближаться к максимальной верхней точке, затем набирает скорость падая вниз.

t_1 - время достижения максимальной верхней точки, скорость в этой точке равна нулю.

~~$$v = v_0 - g t_1$$~~

$$0 = v_0 - g t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v_0}{g} = \frac{12 \text{ м/с}}{10 \text{ м/с}^2} = 1,2 \text{ с}$$

t_2 - время набора скорости $3v_0$ с момента

концентрация в верхней точке:

$$3v_0 = g t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{3v_0}{g} = \frac{3 \cdot 12 \text{ м/с}}{10 \text{ м/с}^2} = 3,6 \text{ с}$$

$$t = t_1 + t_2 = 1,2 \text{ с} + 3,6 \text{ с} = 4,8 \text{ с}$$

S_1 - путь до момента концентрации в верхней точке

S_2 - путь от момента в верхней точке до момента набора скорости $3v_0$

$$S_1 = v_0 t_1 - \frac{g t_1^2}{2} = v_0 t_1 - \frac{v_0 t_1}{2} = \frac{v_0 t_1}{2} = \frac{12 \text{ м/с} \cdot 1,2 \text{ с}}{2} = \frac{14,4}{2} \text{ м} = 7,2 \text{ м}$$

$$S_2 = \frac{g t_2^2}{2} = \frac{3v_0 \cdot t_2}{2} = \frac{3 \cdot 12 \text{ м/с} \cdot 3,6 \text{ с}}{2} = \frac{18 \cdot 18 \cdot 2}{10} \text{ м} = \frac{324 \cdot 2}{10} \text{ м}$$

$$S_2 = \frac{648}{10} \text{ м} = 64,8 \text{ м}$$

$$S = S_1 + S_2 = 7,2 \text{ м} + 64,8 \text{ м} = (65 + 7) \text{ м} = 72 \text{ м}$$

Ответ: 1) 4,8 с, 2) 72 м

Дано:

$$R_1 = R_2 = R$$

$$\rho_1 = \rho$$

$$\rho_2 = 3\rho$$

$$R_2 = 2R$$

$$G, h_1 = R$$

Решение:

1) Сила тяжести и закон сохранения это одно и то же; m_T - масса тела на поверхности $5R$ от планеты.

$$m_T g = \frac{m_T \cdot M_1 G}{(5R + R)^2}, \quad m_1 - \text{масса планеты}$$

$$g = \frac{m_1 G}{(6R)^2} = \frac{\rho_1 V_1 G}{36 R^2} = \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi R^3 G}{36 R^2} = \frac{4}{3 \cdot 9} \rho \cdot \pi R G$$

1) $g = ?$

$$g = \frac{4}{27} \rho \cdot R \cdot G \cdot \pi$$

2) $\frac{T_2}{T_1} = ?$

2) Сила, действующая на спутник, при движении по орбите, является силой притяжения.

Сила притяжения:

$$F = m_c \cdot a = \frac{m_c \cdot M_{пл} \cdot G}{r^2}$$

$$m_c \cdot a = \frac{m_c \cdot M_{пл} \cdot G}{r^2}$$

m_c - масса спутника
 $M_{пл}$ - масса планеты
 r - расстояние между центром планеты и орбитой спутника

$a = \frac{M_{пл} \cdot G}{r^2}$ #, а центростремительное ускорение при движении по орбите считается по формуле: $a = \omega^2 R$.

$$\omega^2 R = \frac{M_{пл} \cdot G}{r^2}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{M_{пл} \cdot G}{r^3}}$$

Период обращения считается по формуле:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{M_{пл} \cdot G}{r^3}}}$$

полученная формула в общем виде можно подставить нужные значения и получить ответ:

$$T_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{m_1 \cdot G}{(R+h_1)^3}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{m_1 \cdot G}{(2R)^3}}}, \quad T_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{m_2 \cdot G}{(R+h_2)^3}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{m_2 \cdot G}{(3R)^3}}}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{m_2 \cdot G}{8R^3}}}}{\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{m_1 \cdot G}{27R^3}}}} = \frac{\sqrt{\frac{m_1 \cdot 27}{m_2 \cdot 8}}}{1} = \sqrt{\frac{\rho_1 V_1 \cdot 27}{\rho_2 V_2 \cdot 8}} = \sqrt{\frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi R^3 \cdot 27}{3\rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi R^3 \cdot 8}}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{9}{8}} = \sqrt{1.125} \approx 1.06$$

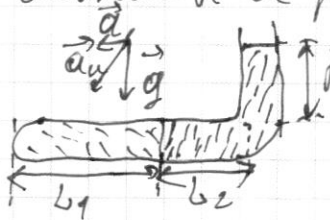
Ответ: 1) $g = \frac{4}{27} \rho R G \pi$ 2) $\frac{T_2}{T_1} \approx 1.06$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5

Дано: ρ_1, ρ_2
 $a = \frac{g}{6}$
 $H = L$
 $L_1 = 4L$
 $L_2 = 3L$
 ρ_0
 Найти: $\rho_1 - ?$
 $\rho_2 - ?$

Решение
 переместим в систему отсчёта трубу, т.к. она движется с ускорением находясь в этой системе мы будем использовать ускорение (a_u) направленное в противоположную сторону от ускорения системы и равное по модулю ему.



стационарное ускорение (a_u) является силой \vec{g} и \vec{a} ,
~~теперь~~ теперь

жидкость цепляется ускорение $a_u \Rightarrow$ можно повернуть систему отсчёта так, чтобы ось y' была ~~при~~ параллельна вектору \vec{a}_u и получить максимальную формулу давления жидкости: $p = \rho \cdot a_u \cdot h$.



Рассчитаем покальком по поверхности системы отсчёта: этот угол равен углу между векторами a_u и g , посчитаем синус и косинус этого угла: $\sin \alpha = \frac{a_u}{g}$ $\cos \alpha = \frac{g}{a_u}$

теперь труба повернулась, тогда высота по y'

было бы вертикального участка теперь равно:

$$H' = \cos \alpha \cdot H$$

было бы горизонтального участка ~~он~~ длиной L_2 теперь равно:

$$L_2' = \sin \alpha \cdot L_2$$

Продолжение на стр. 4

Собачею горизонтального участка длиной l_1 , перепад равен:

$$l_1' = \sin \alpha \cdot L_1$$

посчитаем габариты p_1 и p_2 .



$$p_1 = a_u \cdot H' \cdot p_2 = a_u \cdot \cos \alpha \cdot H \cdot p_2 = a_u \cdot \frac{g \cdot H}{a_u} \cdot p_2 = p_2 \cdot H \cdot g$$

$$p_2 = (H' + l_2') \cdot a_u \cdot p_2 + L_1' \cdot a_u \cdot p_1 = (\cos \alpha \cdot H + \sin \alpha \cdot l_2) \cdot a_u \cdot p_2 +$$

$$+ \sin \alpha \cdot l_1 \cdot a_u \cdot p_1 = \frac{g \cdot H + a \cdot l_2}{a_u} \cdot a_u \cdot p_2 + \frac{a \cdot l_1}{a_u} \cdot a_u \cdot p_1$$

$$p_2 = p_2 \cdot g \cdot H + a \cdot (l_2 \cdot p_2 + l_1 \cdot p_1)$$

$$\text{Ответ: } 1) p_1 = p_2 \cdot g \cdot H \quad 2) p_2 = p_2 \cdot g \cdot H + a \cdot (l_2 \cdot p_2 + l_1 \cdot p_1)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

14 1

Дано:

$$m_1 = 2m$$

$$m_2 = 3m$$

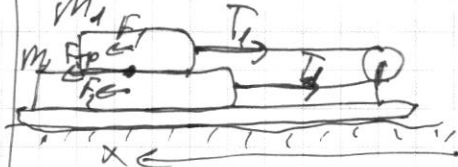
$$\mu, \alpha$$

Найти!

$$1) a_0 - ?$$

$$2) T - ?$$

Решение:



Дж. пр. движущийся в
степень отсюда доки.

М.к. ступа отсюда движется с ускорением,
но все тела в этой системе имеют одина-
ковую ускорение по модулю равное и
противоположное по направлению ускорение.

М.к. ступа не движущийся в нашей системе
отсюда, но можно воспользоваться I
законом Ньютона для верхнего ступа.

$$a_0 m_1 F_1 + F_{тр} - T_1 = 0$$

$$a_0 m_1 + F_{тр} - T_1 = 0 \Rightarrow a_0 m_1 + F_{тр} = T_1 \Rightarrow$$

$$a_0 m_1 + F_{тр} \Rightarrow a_0 m_1 + F_{тр} \geq T_1$$

$$a_0 m_1 + m_1 g \mu \geq T_1$$

Воспользуемся II законом Ньютона для ступа

$$\text{из 2 ступов: } F_1 + F_2 - 2T_1 = 0$$

$$F_1 + F_2 = 2T_1 \Rightarrow T_1 = \frac{a_0 m_1 + a_0 m_2}{2} \Rightarrow$$

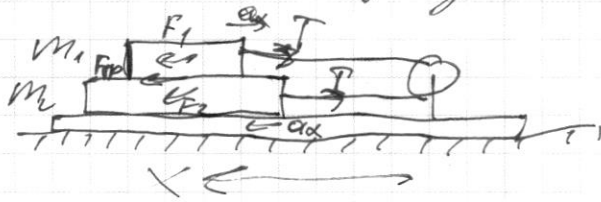
$$\Rightarrow a_0 m_1 + m_1 g \mu \geq T_1 \geq \frac{a_0 m_1 + a_0 m_2}{2}$$

$$m_1 g \mu \geq \frac{a_0 m_2 - a_0 m_1}{2} = a_0 \left(\frac{m_2 - m_1}{2} \right)$$

$$a_0 \leq \frac{2m_1 g \mu}{m_2 - m_1} \Rightarrow a_0 \text{ max} = \frac{2m_1 g \mu}{m_2 - m_1} = \frac{2 \cdot 2g \mu \cdot m}{3m - 2m} = 4g\mu$$

Продолжение на стр. 6

$a > a_0$, т.к. нить перевернута и движется с ускорением относительно доски, будем пользоваться II законом Ньютона.



т.к. нить перевернута, то ускорения блоков относительно доски будут противоположны по направлению и равны по модулю (a_x)

Запишем II закон Ньютона для обоих блоков:

$$\begin{cases} (1) F_1 + F_{сп} - T = -a_x m_1 \\ (2) F_2 + F_{сп} - T = +a_x m_2 \end{cases} \quad | +$$

$$F_1 + F_2 - 2T = 0$$

$$T = \frac{F_1 + F_2}{2} = \frac{a m_1 + a m_2}{2} = \frac{2ma + 3ma}{2} = 2,5am$$

Ответ: 1) ~~$a_0 = \frac{2ma}{m_1}$~~ $a_0 = 4g\mu$ 2) ~~$2,5am$~~ $T = 2,5am$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

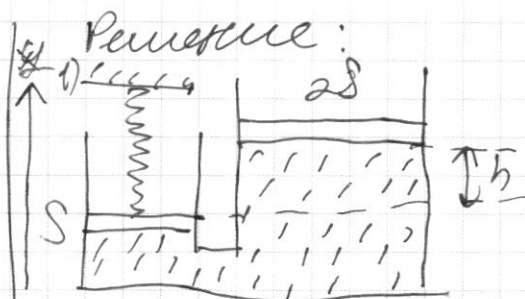
N 2

Дано:

ρ, k, ρ

$S_1 = S$

$S_2 = 2S$



Рассмотрим левый поршень. На он находится в равновесии на него действует только сила давления воды: \Rightarrow

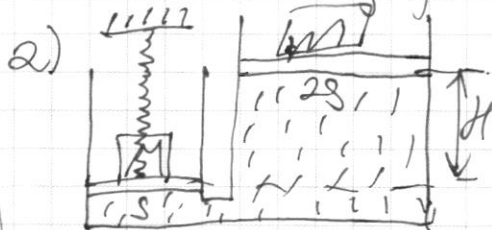
$$\Rightarrow \alpha \cdot k = \rho \cdot g \cdot g \cdot h \Rightarrow h = \frac{\alpha \cdot k}{\rho \cdot g}$$

Им

Найти:

1) h ?

2) M ?



рассмотрим правый поршень, сила давления его давление на воду равно $\frac{Mg}{2S} \Rightarrow$ давление воды на уровне левого и поршня равно $\frac{Mg}{2S} + \rho g h$.

Т.к. пружина теперь не деформирована, уровень воды в левом сосуде увеличился на x и пружина больше не действует на поршень, т.к. в левом поршне уровень воды увеличился на x , то объем воды $x \cdot S$ переместился в правый поршень, ~~иначе~~ \Rightarrow уровень воды в правом поршне поднялся на $\frac{x \cdot S}{2S} = \frac{x}{2} \Rightarrow H = h + \alpha = \frac{x}{2} = \frac{3}{2} \alpha = h$

рассмотрим условие равновесия на левом поршне; на него действуют сила тяжести и сила давления воды:

$$Mg = S \left(\frac{Mg}{2S} + \rho g h \right) = \frac{Mg}{2} + \rho g \left(\frac{3}{2} \alpha + h \right) S = \frac{Mg}{2} + \frac{3}{2} \rho g S \alpha + \rho g S h$$

Продолжение на стр. 3

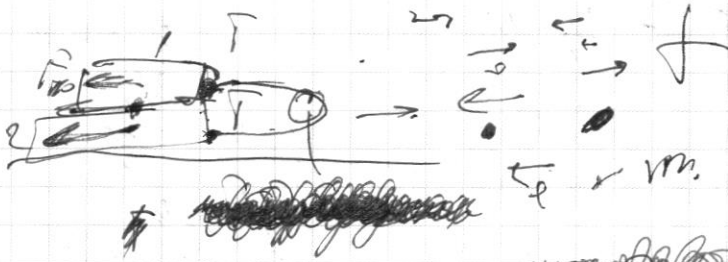
$$Mg = \frac{mg}{2} + \frac{3}{2} \rho g S x + h \cdot \rho g \cdot S = \frac{mg}{2} + \frac{3}{2} \rho g S x + \frac{x \cdot k \cdot \rho g S}{\rho g S}$$

$$M = \frac{m}{2} + \frac{3}{2} \rho S x + x k$$

Ответ: 1) $h = \frac{xk}{\rho g S}$

2) $M = \frac{m}{2} + \frac{3}{2} \rho S x + x k$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



12-10 225 = 400 - 512
225 - 112 =
= 113 113.9 =
113 / (2 * 15 * 10) = 800 + 90 * 24
1017
144 / 4
12 * 36
25 * 80 = 40 * 20 * 2 = 4608.4 =
= 16000 + 2400 / 32
33
2 * 113 * 113 / (2 * 15 * 20)
5.9 m1(a + a_x + \mu g) = T 18432
31.25 * 144 * 25 = 113 * 3.3
T = 113

$F_1 + F_{тр} = F_2$

$m_1 a + m_1 \mu g = m_2 a$
 $a(m_2 - m_1) = m_1 \mu g$
 $a_0 = \frac{m_1 \mu g}{m_2 - m_1}$

$F_{1x} + F_{тр} + T = a m_1$

$m_1 a_x + m_1 \mu g - T = a_x m_1$

$m_1 a_0 + a_y m_1 + m_1 \mu g - m_2 a_0 + m_2 a_y = a_x m_1$

$a_y m_2 - m_2 a_y = a_x m_1$

$a_x = a_0 \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1} \right) = -a_y \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1} \right)$

$-\frac{(a - a_0)(m_2 - m_1)}{m_1} \cdot m_1 + m_1 \mu g + m_1 a = T$

$-a m_2 + a m_1 + a_0 m_2 - a_0 m_1 + m_1 \mu g + m_1 a = T$

$2a m_1 + a_0 m_2 - a m_2 + a_0 m_1 + m_1 \mu g = T$

$2a \cdot 2m + a_0 \cdot 3m - a \cdot 3m - a_0 \cdot 2m + m_1 \mu g = T$

$4am + 3a_0 m - 3am - 2a_0 m + m_1 \mu g = T$

$a m + a_0 m + m_1 \mu g = T$

$a_0 m - a m = T$

$-\frac{(a - a_0)m}{2} = T$

$2m \left(\frac{3}{4} a + \frac{1}{4} a_0 + \mu g \right) = T$



$$(20-2)^2 = 400 - 80 + 4 = 324$$

~~324~~
~~144~~

$$m_1 m_2 G = F$$

$$\frac{m_1 \cdot m_2 \cdot X}{\mu^2} = \frac{K \cdot G}{c^2}$$

$$X = \frac{\mu^3}{m_1 \cdot c^2}$$

$$\frac{m_1 G}{R^2} = \frac{F}{m_c} = a_c = \omega^2 R$$

$$\omega = \sqrt{\frac{m_1 G}{R^3}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi R^3}{\sqrt{m_1 G}}$$

$$T_1 = \frac{2\pi R^3}{\sqrt{m_1 G}}$$

$$T_2 = \frac{2\pi R^3}{\sqrt{m_2 G}}$$

$$32 \cdot 0,3 = 32 \cdot 3 = 96$$

$$x = \frac{5}{16} = \frac{5^5}{10^4} = \frac{3125}{10000}$$

$$96 \cdot 0,09 = 8,64$$

$$16 \cdot 2 \cdot 0,3 + 0,09 = 10 = 16 \cdot 2 \cdot x$$

$$32 \cdot 0,3 + 0,09 = (16,1)^2 = (16^2 + 0,1)^2$$

$$256 + 3,2 + 0,01$$

8 | 3
2 | 6666
20
18
20
18
64 = 625
625 = (600 + 25)5 =
= 3000 + 125
2,64 =
3025 = $\frac{2,64}{100}$
16^2 = (15^2 + 1)^2 = 225 + 30 + 1
256

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\sqrt{m_1}}{\sqrt{m_2}} = \sqrt{\frac{8m_1}{m_2}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 80}{32}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 2}{3}} = \sqrt{\frac{8}{3}} = \sqrt{\frac{16 \cdot 3}{10}} = \frac{16,3}{10} = 1,63$$

$$mg = \frac{m_1 m_2 G}{R^2}$$

$$g = \frac{m_1 G}{R^2} = \frac{\rho \cdot V_1 G}{(5R)^2} = \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 \cdot G}{25 R^2} = \frac{4}{75} \rho \pi R G$$

$$\frac{m_1}{\mu^3} \cdot \mu \cdot \frac{\mu^3}{m_1 \cdot c^2} = \mu \cdot \frac{\mu}{c^2}$$

$\sqrt{\frac{8}{3}} \wedge 1,1$
 $\frac{9}{8} \wedge 1,21$

8 | 3
2 | 125
10
2
20
16
20
20

$$1,125^2 = 1 + 0,06 \cdot 2 + 0,0036 = 1,125 + 0,12 + 0,0036 = 1,2486$$

$$1,125^2 = 1 + 0,06 \cdot 2 + 0,0036 = 1,125 + 0,12 + 0,0036 = 1,2486$$

$$1,125^2 = 1 + 0,06 \cdot 2 + 0,0036 = 1,125 + 0,12 + 0,0036 = 1,2486$$