

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

Вариант 09-03

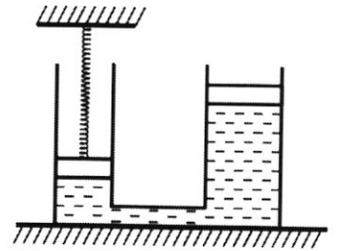
Шифр

(заполняется секретарём)

1. С высокой башни экспериментатор бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 10$ м/с. После достижения максимальной высоты камень пролетает рядом с экспериментатором и падает вниз на землю.

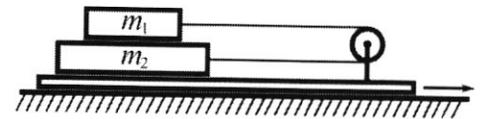
- 1) Через какое время t после броска величина скорости камня будет равна $2V_0$?
- 2) Найдите путь S , пройденный камнем от момента броска до момента достижения камнем скорости $2V_0$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которые налита жидкость плотности ρ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Разность уровней жидкости в сосудах равна h . Площадь сечения левого поршня S , правого $1,5S$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g .



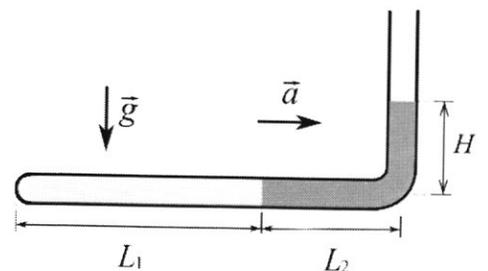
- 1) Найдите деформацию x пружины.
 - 2) На правый поршень положили груз массой m . Найдите массу M груза, который следует положить на левый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.
3. У двух планет Альфа-1 и Альфа-2 одинаковые радиусы R , а плотности планет равны, соответственно, $\rho_1 = \rho$ и $\rho_2 = 2\rho$. Гравитационная постоянная G . Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.
- 1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $4R$ от центра планеты Альфа-1.
 - 2) Найдите отношение T_2/T_1 периодов обращения спутников, которые движутся по круговым орбитам вокруг данных планет. Высоты орбит спутников равны, соответственно $h_1 = 0,5R$ и $h_2 = 1,5R$.

4. На горизонтальном столе находится доска, на которой укреплен неподвижный блок, а также бруски, соединённые нитью. Массы брусков $m_1 = m$, $m_2 = 2m$. Коэффициент трения скольжения верхнего бруска по нижнему равен μ , трение между доской и нижним бруском отсутствует. Доску приводят в движение с постоянным ускорением, направленным вправо. Массой нити и блока, а также трением в оси блока можно пренебречь.



- 1) Найдите максимальное ускорение a_0 доски, при котором бруски не будут проскальзывать относительно друг друга.
- 2) Найдите силу T натяжения нити, если доска движется с ускорением $a > a_0$.

5. Тонкая изогнутая трубка состоит из горизонтального участка, запаянного с одного конца, и вертикального участка, открытого в атмосферу. Трубка заполнена двумя несмешивающимися жидкостями: плотности ρ_1 в горизонтальном участке, и плотности ρ_2 в горизонтальном и вертикальном участках (см. рис.). Трубка движется с ускорением $a = g/8$, направленным горизонтально. Геометрические размеры указаны на рисунке, $H = L$, $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$. Атмосферное давление P_0 .



- 1) Найдите давление P_1 в жидкости в месте изгиба трубки.
- 2) Найдите давление P_2 в жидкости у запаянного конца трубки.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1
1) Так как камень бросили вверх его скорости пока он не достигнет верхней точки уменьшается, поэтому при через сколько он достигнет верхней точки, в верхней точке его скорости равна 0 значит

$$V_0 = g t \Rightarrow t = 1 \text{ с}$$

Его скорость равна 0, а дальше будет увеличиваться значит она станет равной ~~какой-то величине~~ через время τ

где τ получается из уравнения $2V_0 = \tau g$
 $\tau = 2 \text{ с}$, τ это со времени броска до момента достижения скорости $2V_0$

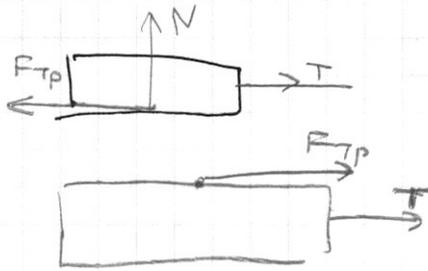
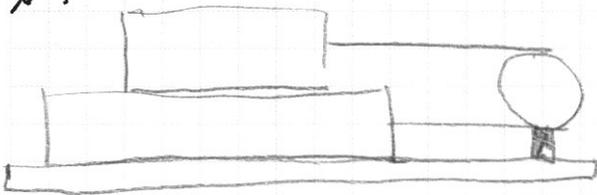
примем $t + \tau = 3 \text{ с}$

2) т.к. ~~камень равен~~ $S = v_0 t - \frac{g t^2}{2}$

то до верхней точки он прошёл $S_1 \approx 10 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 1 \text{ с} - \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 1 \text{ с}^2}{2} = 5 \text{ м}$, а после достигнет верхней точки $S_2 = 10 \text{ м/с} \cdot 2 \text{ с} + \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 2^2}{2} = 20 \text{ м}$ то общий путь равен $S = S_1 + S_2 = 25 \text{ м}$

Ответ: (1) - 3 с (2) - 25 м

№4



$$T - F_{Tp} = ma_0$$

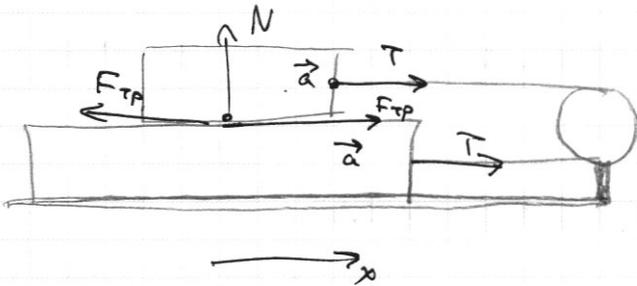
$$T + F_{Tp} = 2ma_0$$

$$ma_0 = 2F_{Tp}$$

$$ma_0 \leq 2\mu mg$$

$$a_0 \leq 2\mu g$$

$$F_{Tp} \leq \mu N = \mu mg$$



$$a \geq 2\mu g$$

$$T + F_{Tp} = 2ma$$

$$T - F_{Tp} = -ma$$

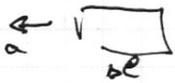
$$2T = ma$$

$$2F_{Tp} = 3ma$$

~~$$2F_{Tp} = \frac{2}{3}\mu mg = 2T$$~~

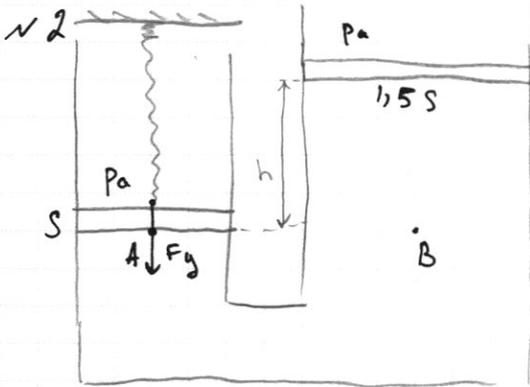
$$T = \frac{1}{3}\mu mg$$

№5



$$(3g = l \cdot \frac{F}{S}) \cdot a = \frac{F}{S} = P$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



1) т.к. это один и тот же сосуд давление в точке α и β должны быть равны

• В левом колене сосуда на поршень действует сила упругости

атмосферное давление со стороны

давление (p_a) и пружины

сила упругости

• В правом действует

на поршень атмосферное давление

давление

• Запишем давление в точке β :

$$\rho g h + p_a = p_\beta \quad (\rho g h - \text{давление столба жидкости})$$

• Запишем давление в точке α :

$$p_a + \frac{F_y}{S} = p_\alpha$$

Сила упругости равна $F_y = kx$ (где x - деформация)

$$p_\alpha = p_a + \frac{kx}{S}$$

• Равенство (давлений):

$$p_\alpha = p_\beta = \frac{kx}{S} + p_a + \rho g h + p_a$$

$$x = \frac{\rho g h S}{k}$$

Пружина должна быть жесткая т.к. k должно быть большим

Продолжите на следующей странице $\rho g h > 0$



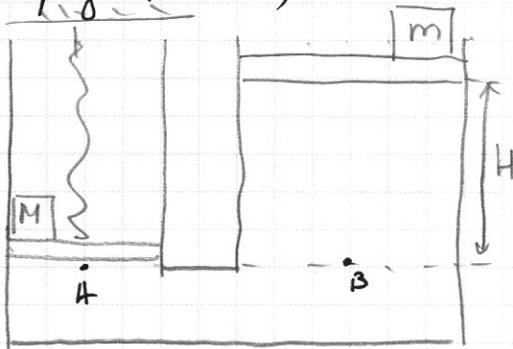
черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 (продолжение)

2)



H - разность высот
• Также как и в
криволинейных
в точках A и B
равняются одному и тому же
давлению

- На поршень в левом колене действует сила тяжести груза массой M и атмосферное давление
 - На поршень в правом колене действует сила тяжести груза массой m и атмосферное давление
- Запишем давления в точках A и B :

$$P_A = \frac{Mg}{S} + p_a$$

$$P_B = \frac{mg}{1,5S} + \rho g H + p_a$$

- Так как объём воды не изменяется
→ разность уровней h должна
быть равна $h + h'$ где h'
- это уровень жидкости объёма xS
в правом колене

$$H = h + \frac{xS}{1,5S}$$

- Из равенства давлений получаем

$$\frac{Mg}{S} = \frac{mg}{1,5S} + \rho g H$$

• Составляем систему уравнений:

$$\begin{cases} 1,5Mg = mg + 1,5 SgHS \\ H = h \left(1 + \frac{SgS}{k \cdot 1,5} \right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} M = \frac{2m}{3} + SHS \\ H = h \left(1 + \frac{2SgS}{3k} \right) \end{cases}$$

$$M = \frac{2}{3}m + SSh \left(1 + \frac{2}{3} \frac{SgS}{k} \right)$$

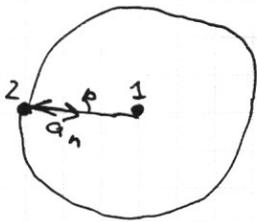
Ответ: (1) $= \frac{Sg h S}{k}$

(2) $M = \frac{2}{3}m + SSh \left(1 + \frac{2SgS}{3k} \right)$

№3. Сила взаимного действия между двумя телами массами M и m на расстоянии между ними F равно

$$F_{\text{взаим.}} = G \frac{Mm}{r^2}$$

• Так как планета кружится то $g = a_n$ (a_n - ускорение нормальное, ускорение направленное по радиусу к центру планеты)



1 - центр планеты

2 - какое-то тело

1) a_n по второму закону Ньютона:

$$m a_n = F_{\text{взаим.}} = m g = G \frac{Mm}{(4R)^2}$$

$$g = G \frac{M}{(4R)^2} = G \frac{V \cdot \rho_1}{16R^2} = G \frac{4\pi R^3 \cdot \rho}{3 \cdot 16 R^2} = \boxed{\frac{11 R \rho G}{12}}$$

2) Период обращения равен длине окружности по которой идет спутник делить на скорость с которой он идет $T = \frac{2\pi \ell}{v}$ (ℓ - радиус окружности), скорость спутника (здесь) можно получить из a_n т.к.

$$a_n = \frac{v^2}{\ell} = g =$$

~~... (crossed out text) ...~~

$$= G \frac{M}{4^2} \quad \text{[crossed out]$$

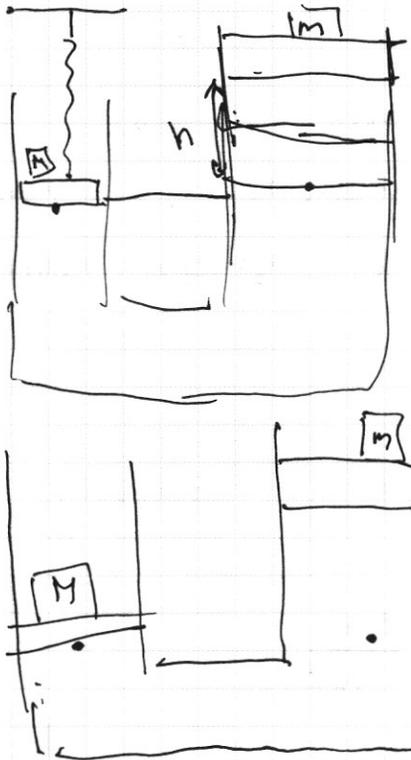
$$g = \frac{v \cdot \rho_1}{\sqrt{v \cdot \ell} \cdot T}$$

$$v = \sqrt{G \frac{M}{\ell}}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{2\pi \ell_2 \cdot v_1}{v_2 \cdot 2\pi \ell_1} = \frac{\ell_2 \cdot v_1}{v_2 \cdot \ell_1} = \frac{\sqrt{G \frac{M}{\ell_1}} \cdot \ell_2}{\sqrt{G \frac{M}{\ell_2}} \cdot \ell_1} =$$

Продолжение на следующей

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$Sgh = \frac{kx^2}{S}$$

$$x = \frac{SghS}{k}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{Mg}{S} + Pa &= SgH + \frac{mg}{1,5S} + Pa \\ H &= \frac{xS}{1,5S} + h \end{aligned} \right.$$

N 3

$$F_{G2} = G \frac{Mm}{r^2} = ma_n \Rightarrow g = G \frac{M}{r^2}$$

$$a_n = g = 2\omega^2 r$$

$$\tau = \frac{2\pi r}{\omega} = \frac{2\pi r}{\sqrt{g r}} =$$

$$= \frac{2\pi r}{\sqrt{GM/r}} = \frac{2\pi r}{\sqrt{GM/r}}$$

$$\begin{array}{r} 2,2 \\ 2,2 \\ \hline 4,4 \\ 43 \\ \hline 484 \\ \hline N4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2,3 \\ 2,3 \\ \hline 6,9 \\ 46 \\ \hline 5,29 \\ 2,25 \\ \hline 2,25 \\ 1,125 \\ \hline 440 \\ 440 \\ \hline 49525 \\ 11,25 \\ \hline 5,13 \end{array}$$

$$\sqrt{5} \approx 2,25$$

$$\sqrt{3} \approx 1,71$$

$$11,25$$

$$3 \cdot 1,71 = 5,13$$

$$\begin{array}{r} 1,71 \\ 1,71 \\ \hline 1,71 \\ 1197 \\ \hline 171 \\ \hline 29241 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4770 \\ 4817 \\ \hline 153 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1125 \quad | \quad 513 \\ 1026 \quad | \quad 2,19 \\ \hline 990 \\ 513 \\ \hline 4770 \end{array}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3 (продолжение)

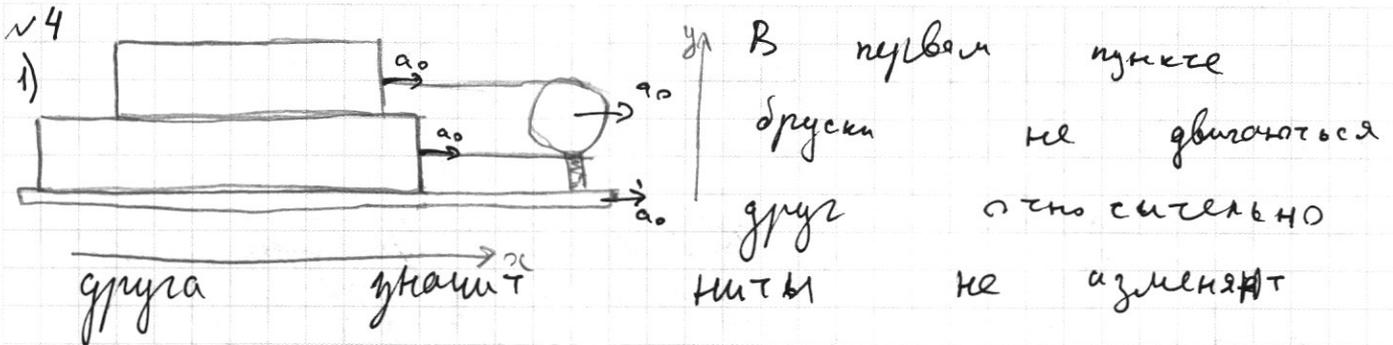
$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{G \frac{M_1}{\kappa_1}} \kappa_2}{\kappa_1 \sqrt{G \frac{M_2}{\kappa_2}}} = \frac{\sqrt{\frac{g_1}{\kappa_1}} \kappa_2}{\kappa_1 \sqrt{\frac{g_2}{\kappa_2}}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{\kappa_1}} \kappa_2}{\sqrt{\frac{2}{\kappa_2}} \kappa_1} = \\ & = \frac{\sqrt{\frac{1}{1,5R}} \cdot 2,5R}{\sqrt{\frac{1}{2,5R}} \cdot 1,5R} = \frac{5}{3} \cdot \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}} \approx 2,19 \end{aligned}$$



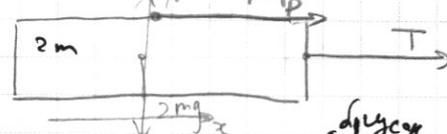
черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Рассмотрим какие силы действуют на
бруски и доску
отдельности:



- Запишем 2 закон Ньютона для брусков:

$$x: ma_0 = T - F_{TP}$$

$$2m a_0 = T + F_{TP}$$

$$y: 0 = N - mg$$

$$\text{Поскольку: } ma_0 = 2 F_{TP}$$

$$ma_0 \leq 2\mu mg$$

- На нижний блок также действует сила по модулю равная, но противоположная F_{TP} верхнего бруска. По 3 закону Ньютона

Так как нет проскальзывания:

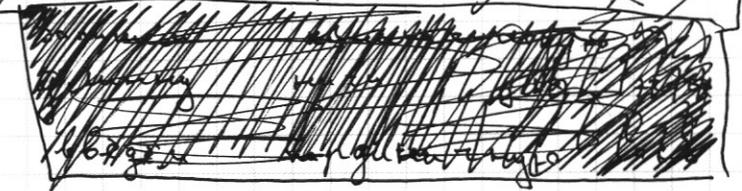
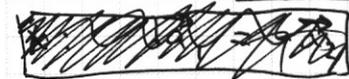
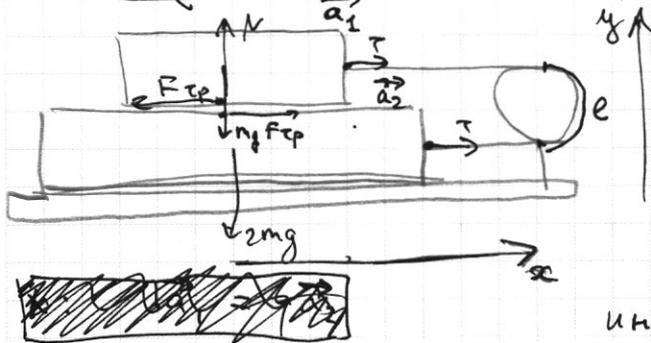
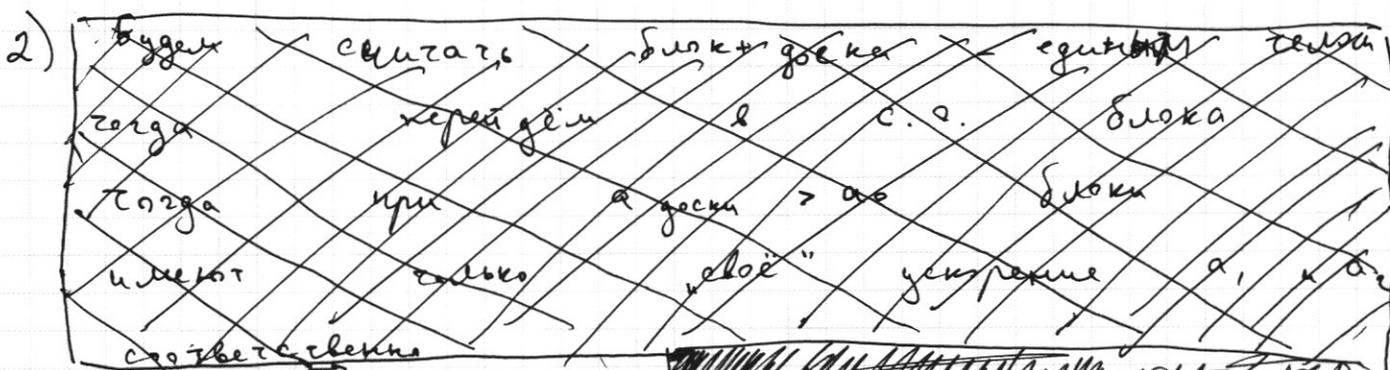
$$F_{TP} \leq \mu N$$

Продолжение на
следующей странице

№ 4 (продолжение)

№3 предыдущего

$$a_0 \leq 2\mu g$$



Т.к. нить не разрывается при $a_1 = -a_2$ иначе $a_1 > a_0$

на ось x $2T = m(a_1 + 2a_2)$ $T + F_{TP} = 2m a_2$ $N = mg$

$$\begin{cases} T - F_{TP} = m a_1 \\ T + F_{TP} = 2m a_2 \\ N = mg \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2T = m(a_1 + 2a_2) \\ 2F_{TP} = m(2a_2 - a_1) \\ N = mg \end{cases}$$

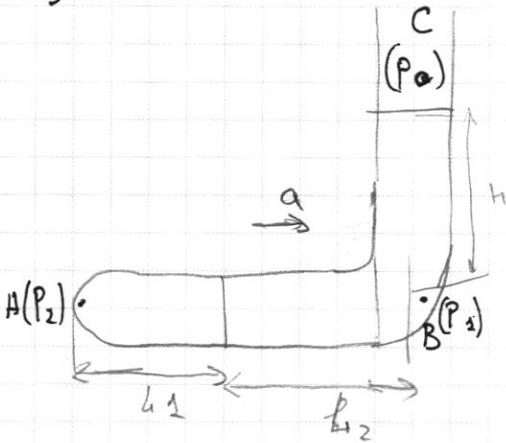
$$\begin{cases} 2F_{TP} = -3m a_1 \\ 2T = -m a_1 \\ N = mg \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -m a_1 = \frac{2}{3} F_{TP} \\ 2T = \frac{2}{3} F_{TP} \\ N = mg \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = \frac{1}{3} F_{TP} = \frac{1}{3} \mu mg \\ N = mg \end{cases}$$

$$\Rightarrow T = \frac{1}{3} \mu mg$$

ответ: $a_0 = 2\mu g$ $T = \frac{1}{3} \mu mg$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5



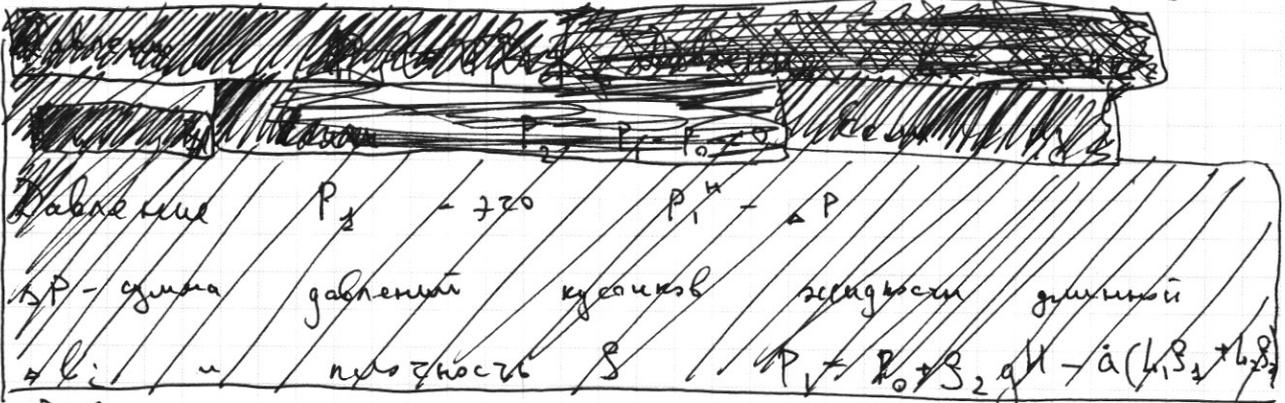
Если трубка движется вправо то жидкость будет с таким же ускорением и стремиться в левую сторону, что происходит с жидкостью длины al и

плотности ρ : $m_{ж} = \rho S \Delta l$ (где S - сечение трубки) По второму закону Ньютона $ma = F = (\rho S \Delta l) a$

$\Rightarrow \frac{F}{S} = \rho \Delta l \cdot a = P$ - давление оказываемое

то действо силы $P_2 = P_2^H + a(l_1 \rho_1 + l_2 \rho_2)$ $P_2^H = P_0 + \rho_2 g h$

(P_2^H - давление при $a=0$)



Давление $P_1 = P_0 + \rho_2 g h = P_0 + \rho_2 g h$

Давление $P_2 = P_0 + \rho_2 g h + \frac{3}{8} \rho_1 g l + \frac{1}{4} \rho_2 g l$

$P_2 = P_0 + \rho_2 g h + \frac{3}{8} \rho_1 g l + \frac{1}{4} \rho_2 g l$

Продолжение на след. стр.

Ответ: (1) - $P_0 + \rho g L$ (2) - ~~$P_0 + \rho g L$~~ $\rightarrow P_0 + \rho g L \left(\frac{5}{4} S_2 + \frac{3}{8} S_1 \right)$