

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

Вариант 09-01

Шифр

(заполняется секретарём)

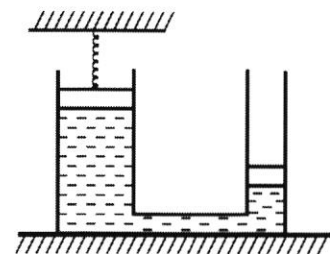
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 12$ м/с.

1) Через какое время t после старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?

2) На какой высоте h , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности ρ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Разность уровней жидкости в сосудах равна h . Площадь сечения левого поршня S , правого $S/2$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g .



1) Найдите деформацию x пружины.

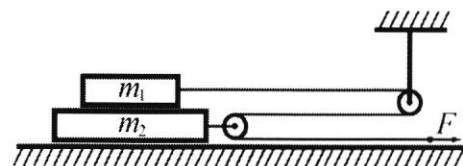
2) Найдите массу m груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.

3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты $h = 0,5R$, здесь R – радиус планеты. Плотность планеты ρ . Гравитационная постоянная G . Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $2R$ от центра планеты.

2) Найдите период T обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков $m_1 = 2m$, $m_2 = 3m$. Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен μ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



1) Найдите величину F_0 горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.

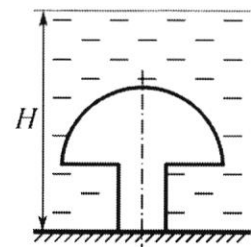
2) Найдите величину F минимальной силы, при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

5. Ко дну бассейна глубиной $H=2,5$ м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции $V = 8$ дм³, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей $S = 20$ см². Плотность воды $\rho = 1$ г/см³, атмосферное давление $P_0 = 100$ кПа.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

1) Найдите давление P_1 вблизи дна.

2) Найдите величину F силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

1) Эта сфера будет достигаться 2 раза: при подъёме и при спуске.

В случае подъёма уравнение скорости

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$$

Можно переписать для модулей следующим образом:

$$v = v_0 - gt$$

Нам интересно $v = \frac{v_0}{3}$:

$$gt = v_0 - v = \frac{2v_0}{3}$$

$$t = \frac{2v_0}{3g} = 0,8 \text{ c}$$

В случае спуска уравнение можно переписать так:

$$v = g(t - t_n) \quad (*)$$

Так как падение равноускоренно, а $t - t_n$, где t_n - время подъёма, $t - t_n$ - это время падения. Найдем t_n :

в высшей точке $v = 0$, имеем

$$0 = v = v_0 - gt_n$$

$$t_n = \frac{v_0}{g}$$

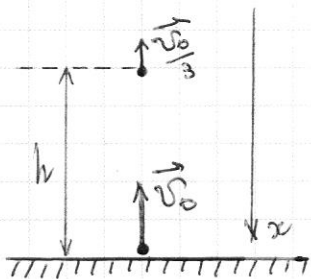
Подставим t_n и $v = \frac{v_0}{3}$ в (*), найдем t :

$$\frac{v_0}{3} = g\left(t - \frac{v_0}{g}\right)$$

$$t = \frac{v_0}{3g} + \frac{v_0}{g} = \frac{4v_0}{3g} = 1,6 \text{ c}$$

Ответ в п.1: $t = 0,8\text{ с}$ и $t = 1,6\text{ с}$

2)



Из кинематики равноускоренного движения следует

$$v_x^2 - v_0^2 = 2a_x S_x$$

В x направлении вертикально вниз, получим:

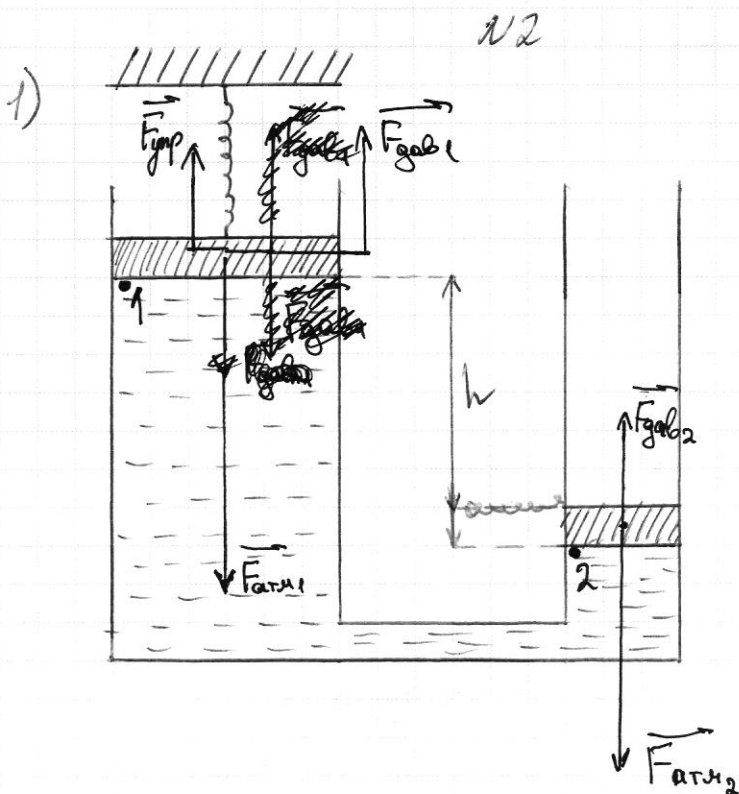
$$v^2 - v_0^2 = 2g \cdot (-h)$$

$$v_0^2 - v^2 = 2gh$$

$$h = \frac{v_0^2 - v^2}{2g}$$

Подставляем $v = \frac{v_0}{3}$, получаем $h = \frac{\frac{8}{9} v_0^2}{2g} = \frac{4v_0^2}{9g} = 6,4\text{ м}$

Ответ: 1) $t = 0,8\text{ с}$ и $t = 1,6\text{ с}$ 2) $h = 6,4\text{ м}$



Результативная сила на рисунке.
 $F_{упр}$ — сила упругости пружины
 $F_{газ1}, F_{газ2}$ — силы давления газа
 $F_{атм1}, F_{атм2}$ — силы атмосферного давления

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{\text{упр}} = kx \quad (1) \\ F_{\text{газ1}} = p_1 \cdot S \quad (2) \\ F_{\text{газ2}} = p_2 \cdot \frac{S}{2} \quad (3) \\ F_{\text{атм1}} = p_A \cdot S \quad (4) \\ F_{\text{атм2}} = p_A \cdot \frac{S}{2} \quad (5) \\ p_1 = p_2 + \rho g h \quad (*) \\ F_{\text{газ2}} = F_{\text{атм2}} \quad (\text{усл. равновес. для прав. поршня}) \quad (6) \\ F_{\text{упр}} + F_{\text{газ1}} = F_{\text{атм1}} \quad (\text{усл. равновес. для лев. поршня}) \quad (7) \end{array} \right.$$

Подставляем из (3) и (5) в (6):

$$\frac{p_2 \cdot S}{2} = \frac{p_A \cdot S}{2}$$

$$p_A = p_2 \quad (8)$$

Подставляем (1) $\xrightarrow{F_{\text{упр}}}$ (7), (*) $\xrightarrow{p_1}$ (2) $\xrightarrow{F_{\text{газ1}}}$ (7), (4) $\xrightarrow{F_{\text{атм1}}}$ (7):

$$kx + (p_2 - \rho g h) S = p_A \cdot S$$

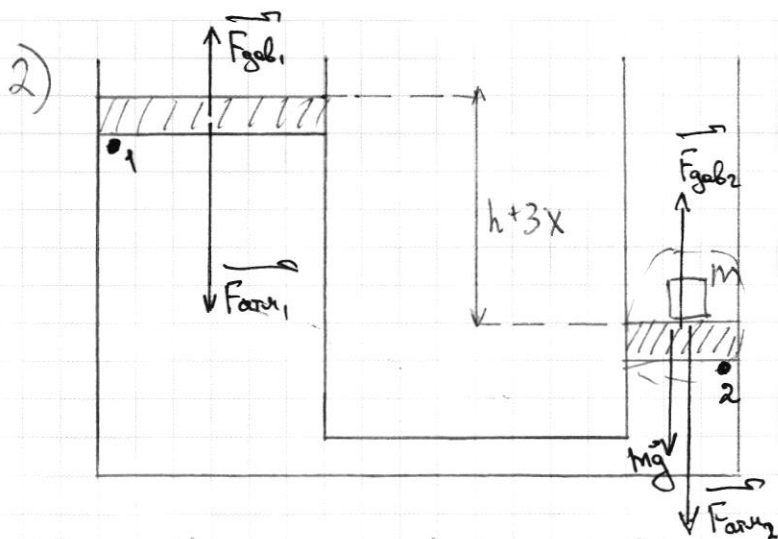
$$kx + \rho g h S + p_2 S = p_A S$$

(учитывая (8)) $p_2 S = p_A S$;

$$kx + \rho g h S = 0$$

$$x = -\frac{\rho g h S}{k}$$

Ответ на п.1: $x = -\frac{\rho g h S}{k}$.



Пружина недеформирована
 тогда ^{левый} правый поршень поднялся
 на x . Пусть правый опустился
 на y . Условие неизменяемости:
 $Sx = \frac{S}{2}y$
 $y = 2x$.

Тогда разность уровней поверхности равна $h+3x$.

Рассматриваем правый поршень с перегрузкой как систему.

Расстановка сил на рис.

Усл. равновес. для левого поршня:

$$F_{gab1} = F_{atm1}$$

$$P_1 S = P_A S$$

$$P_1 = P_A$$

(*)

Усл. равновес. для правого поршня:

$$F_{gab2} = mg + F_{atm2}$$

$$P_2 \frac{S}{2} = mg + \frac{P_A S}{2}$$

С учетом $P_2 = P_1 + \rho g(h+3x)$ а также учетом (*):

$$\frac{P_1 S}{2} + \frac{\rho g(h+3x) \cdot S}{2} = mg + \frac{P_1 S}{2}$$

$$m = \frac{\rho g(h+3x) S}{2} = \frac{\rho g \left(h + \frac{3\rho g h S}{k} \right) S}{2}$$

$$= \frac{\rho g h S}{2} \left(1 + \frac{3\rho g S}{k} \right)$$

Ответ: 1) $x = \frac{\rho g h S}{k}$

2) $m = \frac{\rho g h S}{2} \left(1 + \frac{3\rho g S}{k} \right)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3

1) По закону всемирного тяготения:

$$F_T = G \cdot \frac{m_n \cdot m}{4R^2}$$

где m_n - масса планеты, m - масса тела, F_T - сила, действующая на тело.

$$\text{Тогда } g = \frac{F_T}{m} = \frac{G m_n}{4R^2}$$

Определим m_n : $m_n = \rho \cdot V_{\text{планеты}} = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3$. Подставим:

$$g = \frac{G \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3}{4R^2} = \frac{\pi \rho G R}{3}$$

Ответ на пункт 1: $g = \frac{\pi \rho G R}{3}$

2) Спутник находится на высоте $1,5R$ от центра планеты.

Определим g_c - ускор. свободного падения на этой высоте:

$$g_c = \frac{F_T}{m} = \frac{G m_n \cdot m}{2,25R^2} \cdot \frac{1}{m} = \frac{G m_n}{2,25R^2}$$

Поскольку спутник движется по окружности, g_c - это центростремительное ускорение:

$$g_c = \frac{4\pi^2 \cdot 1,5R}{T^2}$$

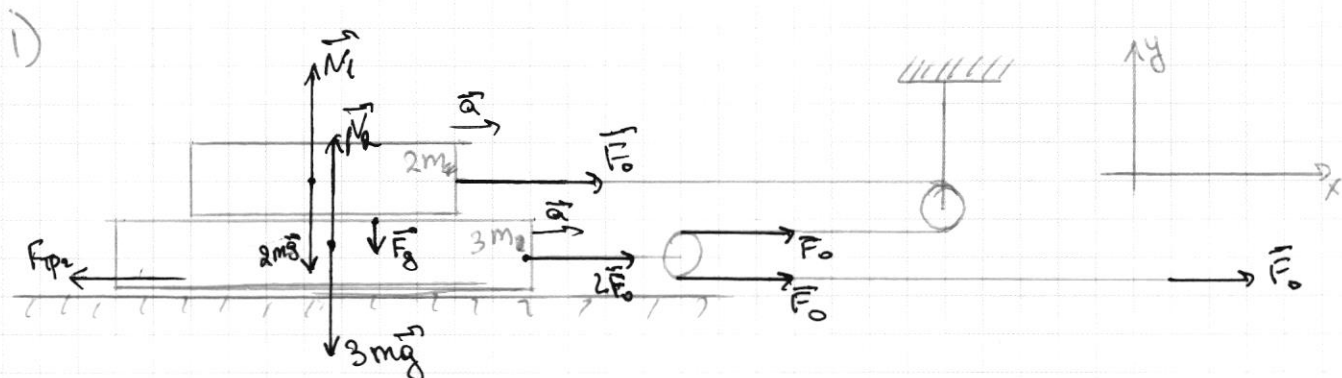
$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot 1,5R}{g_c}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot 1,5R \cdot 2,25R^2}{G m_n}}$$

Подставим $m_n = \frac{4}{3} \rho \pi R^3$:

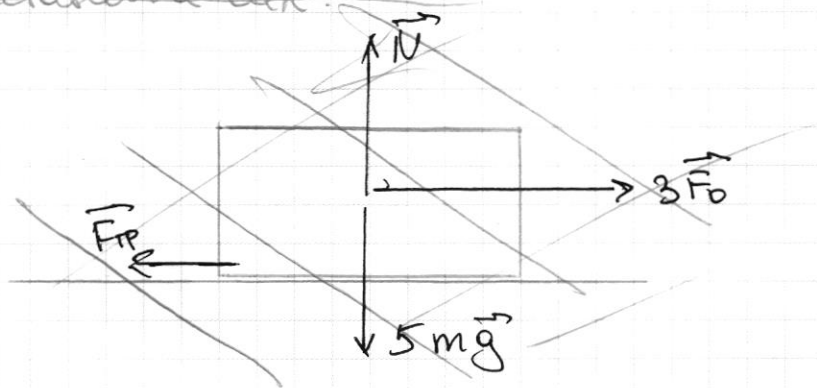
$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot (\frac{3}{2})^3 R^3}{G \cdot \frac{4}{3} \rho \pi R^3}} = \sqrt{\frac{3\pi \cdot (\frac{3}{2})^3}{G \rho}} = \sqrt{\frac{9}{2} \frac{\pi}{2\rho G}}$$

Ответ: 1) $\frac{\pi R GR}{3}$
 2) $\frac{g}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2g}}$

НЧ



Если сила трения на верхний брусок равна 0, то это означает, что бруски относительно друг друга не движутся. Тогда рассмотрим их как единую систему, имеющую массу 5 м. Силы \vec{F}_0 и $2\vec{F}_0$ на верхний и нижний бруски заменим одной горизонтальной силой $3\vec{F}_0$.



Тогда в земной системе отсчета бруски имеют равное ускорение. Обозначим его \vec{a} . Расстановка сил на рисунке. Нижний брусок действует на верхний с силой \vec{N}_1 , тогда верхний действует на нижний. Эту силу обозначим \vec{F}_g . Тогда по III з.к. $\vec{F}_g = -\vec{N}_1$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

II з. И. в проекциях на вертикальную ось для верхнего бруска:

$$Oy: 0 = N_1 - 2mg$$

$$N_1 = 2mg \Rightarrow |\vec{F}_g| = |N_1| = 2mg$$

II з. И. в проекциях на вертикальную ось для нижнего бруска:

$$Oy: 0 = N_2 - 3mg - F_g = N_2 - 3mg - 2mg$$

$$N_2 = 5mg.$$

Тогда $F_{тр2} = \mu N_2 = 5 \mu mg$.

II з. И. в проекциях на горизонтальную ось для нижнего бруска:

$$Ox: 3ma = 2F_0 - F_{тр2} = 2F_0 - 5 \mu mg. \quad (1)$$

для верхнего бруска:

$$Ox: 2ma = F_0 \quad (2)$$

Делим $\frac{(1)}{(2)}$:

$$\frac{3}{2} = \frac{2F_0 - 5 \mu mg}{F_0}$$

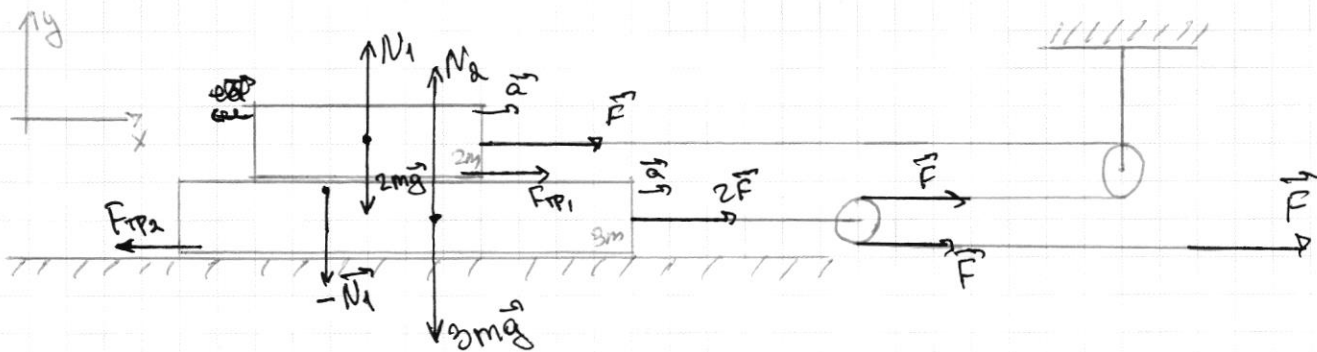
$$3F_0 = 4F_0 - 10 \mu mg.$$

$$F_0 = 10 \mu mg.$$

Ответ на п. 1: $F_0 = 10 \mu mg$.

2) Сила F будет минимальна когда верхний брусок движется равномерно ~~от~~ от нижнего. При этом ускорения ~~равны~~ по-прежнему равны.

Расстановка сил на рисунке:



Так как вертикальные составляющие сил не изменились, рассуждений из предыдущего пункта о том, что

$$N_1 = 2mg,$$

$$N_2 = 5mg$$

остаются верны.

Тогда:

$$F_{fr1} = \mu N_1 = 2\mu mg$$

$$F_{fr2} = \mu N_2 = 5\mu mg$$

И з. К. в проекциях на вертикальную ось для нижнего бруска:

$$Ox: 3ma = 2F - F_{fr2} = 2F - 5\mu mg \quad (3)$$

для верхнего бруска:

$$Oy: 2ma = F + F_{fr1} = F + 2\mu mg \quad (4)$$

Делим $\frac{(3)}{(4)}$:

$$\frac{3}{2} = \frac{2F - 5\mu mg}{F + 2\mu mg}$$

$$3F + 6\mu mg = 4F - 10\mu mg$$

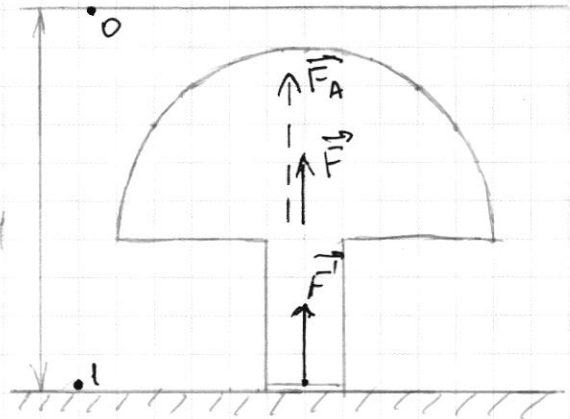
$$F = 16\mu mg.$$

Ответ: 1) $F_0 = 10\mu mg$

2) $F = 16\mu mg$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned}
 1) \quad p_1 &= p_0 + \rho g H = \\
 &= 100 \text{ кПа} + 1000 \cdot 10 \cdot 2,5 \text{ Па} = \\
 &= 125 \text{ кПа}
 \end{aligned}$$



2) Предполагается, что клед нет, но конструкция посредством машин удерживается на месте. Если есть подтекание, то вода снизу действует на конструкцию с силой F' , равной $F' = \rho g V (p_1 - p_0) S$ (см. рис.)

Вода продолжает действовать на конструкцию с силой F , поэтому вода теперь также действует с силой $\vec{F}_{\text{двл}} = \vec{F} + \vec{F}'$

С другой стороны, так как есть подтекание, $\vec{F}_{\text{двл}}$ - это сила Архимеда по определению:

$$\vec{F}_A = \vec{F}_{\text{двл}} = \vec{F} + \vec{F}'$$

С учётом коллинеарности векторов \vec{F}_A , \vec{F} , \vec{F}' , можно записать, зная направления,

$$F_A = \pm F + F'$$

Знак \pm стоит, потому что мы не знаем направление силы F , но можно заведомо утверждать, что

$$F = |F_A - F'|$$

Находим:

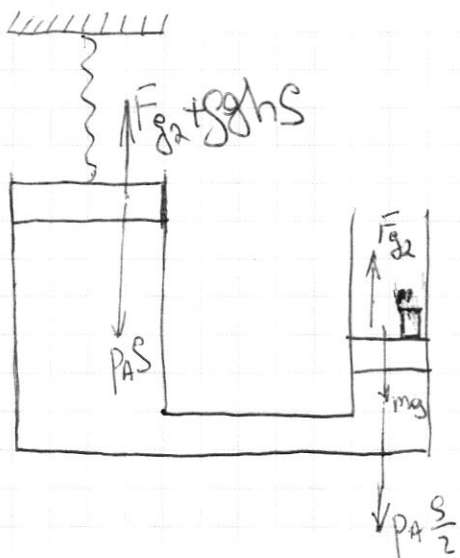
$$F_A = \rho g V = 1000 \cdot 10 \cdot 8 \cdot 10^{-3} \text{ Н} = 80 \text{ Н}.$$

$$F' = (p_1 - p_0) \cdot S = \rho g H \cdot S = 25 \text{ кПа} \cdot 20 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 50 \text{ Н}.$$

$$F = |F_A - F'| = 30 \text{ Н}.$$

Поскольку $F_A > F'$, сила F действует вверх.

Ответ: 1) $p_1 = 125 \text{ кПа}$
2) 30 Н (вверх)



$$F_{g2} = mg + \rho p \frac{S}{2}$$

$$F_{g2} + \rho g h S = \rho p S = \left[\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м}^2 \right] \ominus$$

$$[G] = \left[\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг} \cdot \text{с}^2} \right] =$$

Там погнали на x , значит
 давление сверху уже не $\rho g x$

$$\rho g x \frac{S}{2} = mg$$

$$\rho S \cdot \rho g h S / k = 2m$$

$$\ominus \left[\frac{\text{м}^3}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}} \right] \ominus$$

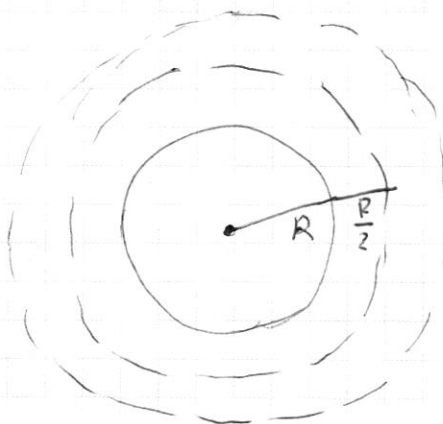
$$m = \frac{\rho^2 S^2 g h}{2k}$$

$$[SG] = \left[\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \frac{\text{м}^3}{\text{с}^2 \cdot \text{кг}} \right] = \left[\frac{1}{\text{с}^2} \right]$$

$$F_r = G \frac{m \cdot m_n}{4R^2}$$



$$g = \frac{F_r}{m} = \frac{G m_n}{4R^2}$$



$$m_n = \rho \cdot V_n = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$g = \frac{G \rho \frac{4}{3} \pi R^3}{4R^2} = \frac{\pi \rho G R}{3}$$

$$g_c = \frac{F_{rc}}{m_c} = \frac{G \frac{m_c m_n}{2,25R^2}}{m_c} = \frac{G m_n}{2,25R^2} = \frac{G \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3}{2,25R^2}$$

$$g_c = a_{ux} = \omega^2 R = 4\pi^2 \nu^2 R = \frac{4\pi^2 R^{1,5}}{T^2}$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 R^{1,5}}{g_c}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 R \cdot 2,25R^2}{G \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 2,25 \pi}{G \rho}} = 1,5 \sqrt{\frac{3}{G \rho}}$$

Амч згенератор?



Вниз $\rho \cdot \pi R^2$

Вверх $\rho \cdot (\pi R^2 - \pi r^2) (\rho + R)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{4 \cdot 12 \cdot 12}{9 \cdot 10} = \frac{64}{10}$$

$$s_x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}$$

$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t}$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$$



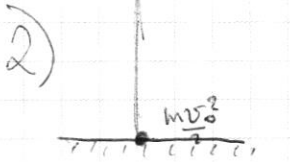
1.1) $v = v_0 - gt = v_0/3$

$$\frac{2v_0}{3} = gt; \quad t = \frac{2v_0}{3g} = 0,8 \text{ c}$$

1.2) $v = gt_0 = \frac{v_0}{3}$

$$t_0 = \frac{v_0}{3g}$$

$$t = \frac{v_0}{g} + \frac{v_0}{3g} = \frac{4v_0}{3g} = 1,6 \text{ c}$$



$$v_0^2 - v^2 = 2gh$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v^2}{2} + mgh$$

$$v_0^2 - v^2 = 2gh$$

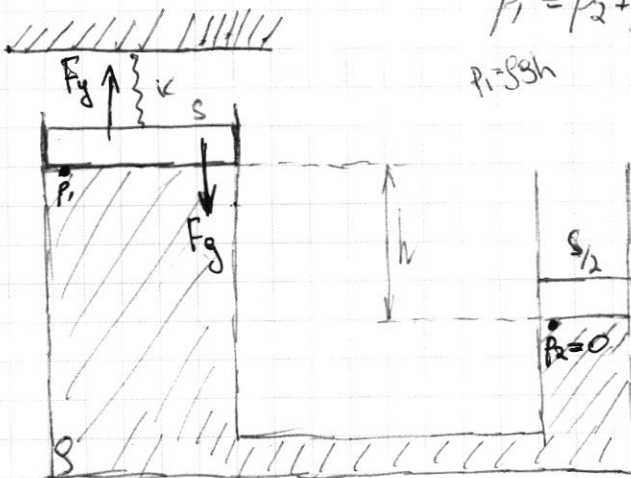
$$v_0^2 - \frac{v^2}{9} = 2gh$$

$$\frac{8v_0^2}{9} = 2gh \quad h = \frac{4v_0^2}{9g}$$

$$P_1 = P_2 + \rho gh$$

$$P_1 = \rho gh$$

как найти деформацию?



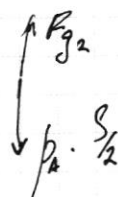
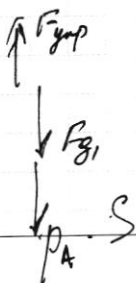
Атмосферу не забывай.

$$F_y = F_g$$

$$kx = \rho ghS$$

$$x = \frac{\rho ghS}{k}$$

$$F_{g1} =$$



$$P_A \cdot S = 2 F_{g2}$$