

# Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

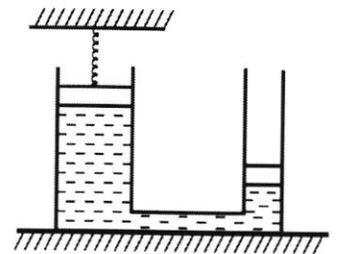
Вариант 09-01

Шифр

(заполняется секретарём)

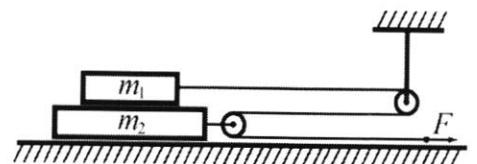
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью  $V_0 = 12$  м/с.
- 1) Через какое время  $t$  после старта скорость камня будет равна по величине  $V_0/3$ ?
  - 2) На какой высоте  $h$ , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине  $V_0/3$ ?
- Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности  $\rho$ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости  $k$  с верхней опорой. Разность уровней жидкости в сосудах равна  $h$ . Площадь сечения левого поршня  $S$ , правого  $S/2$ . Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения  $g$ .



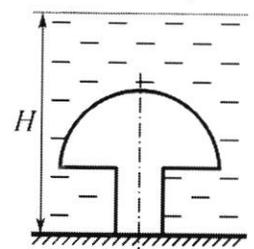
- 1) Найдите деформацию  $x$  пружины.
  - 2) Найдите массу  $m$  груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.
3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты  $h = 0,5R$ , здесь  $R$  – радиус планеты. Плотность планеты  $\rho$ . Гравитационная постоянная  $G$ . Объём шара  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ .
- 1) Найдите ускорение  $g$  свободного падения на расстоянии  $2R$  от центра планеты.
  - 2) Найдите период  $T$  обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков  $m_1 = 2m$ ,  $m_2 = 3m$ . Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен  $\mu$ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



- 1) Найдите величину  $F_0$  горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.
- 2) Найдите величину  $F$  минимальной силы, при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

5. Ко дну бассейна глубиной  $H=2,5$  м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции  $V = 8$  дм<sup>3</sup>, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей  $S = 20$  см<sup>2</sup>. Плотность воды  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>, атмосферное давление  $P_0 = 100$  кПа. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



- 1) Найдите давление  $P_1$  вблизи дна.
- 2) Найдите величину  $F$  силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

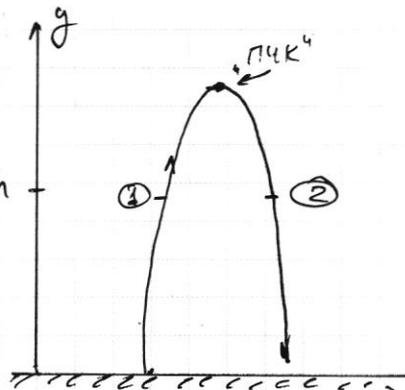
№1.

$$V_0 = 12 \text{ м/с}, \quad V_1 = \frac{V_0}{3} \rightarrow t_1 - ?, \quad h_1 - ?$$

За время всего полета (от броска до падения на землю), таких моментов будет 2 (сначала когда камень летит вверх и теряет скорость, а затем когда камень летит вниз и набирает скорость).

① По ур-ям кинематики:

$$\begin{aligned} V_1 &= V_0 - gt \\ gt &= V_0 - V_1 = \frac{2}{3} V_0 \\ t &= \frac{2V_0}{3g} = \frac{2 \cdot 12 \text{ м/с}}{3 \cdot 10 \text{ м/с}^2} = h \\ &= 10,8 \text{ с} \end{aligned}$$



по ЗСЭ:  $\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_1^2}{2} + mgh_1$

$$\frac{V_0^2}{2} = \frac{V_1^2}{2} + gh_1$$

$$h_1 = \frac{V_0^2 - V_1^2}{2g} = \frac{V_0^2 - \frac{1}{9}V_0^2}{2g} = \frac{8V_0^2}{18g} = \frac{2 \cdot 12 \cdot 12 \text{ м}^2/\text{с}^2}{8 \cdot 10 \text{ м/с}^2} = \frac{32}{5} \text{ м} = 6,4 \text{ м}$$

~~② В пике он достигнет высоты  $h_0$ :~~

~~$$\text{По ЗСЭ: } \frac{mV_0^2}{2} = mgh_0 \Rightarrow h_0 = \frac{V_0^2}{2g} = \frac{12 \cdot 12 \text{ м}^2/\text{с}^2}{2 \cdot 10 \text{ м/с}^2} = \frac{36}{5} \text{ м} = 7,2 \text{ м}$$~~

~~Затем по ЗСЭ:  $mgh_0 =$~~

② По ЗСЭ:  $\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_2^2}{2} + mgh_2$ , тк  $V_2 = V_1 = \frac{1}{3}V_0$ , то аналогично

$$h_2 = h_1 = 6,4 \text{ м}$$

До "пика" камень дойдет за время  $t_0$ :

$$V_{\text{пик}} = 0 = V_0 - gt_0 \Rightarrow t_0 = \frac{V_0}{g} = \frac{12 \text{ м/с}}{10 \text{ м/с}^2} = 1,2 \text{ с}$$

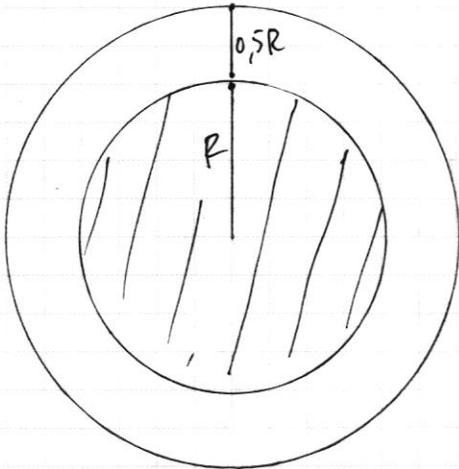
Затем от "пика" до т. ② он дойдет за время  $t_2$ :

$$V_2 = \frac{1}{3}V_0 = gt_2 \Rightarrow t_2 = \frac{V_0}{3g} = \frac{12 \text{ м/с}}{3 \cdot 10 \text{ м/с}^2} = 0,4 \text{ с}$$

Значит, в сумме от момента броска до момента прохождения  $1,2$  пройдет  $1,2 + 0,4 = \boxed{1,6 \text{ с}}$

ОТВЕТ:  $h = 6,4 \text{ м}$ ,  $t = 0,8 \text{ с}$  или  $1,6 \text{ с}$

N3



$h = 0,5R \Rightarrow a = R + 0,5R = 1,5R$   
(число  $a$  - расст. от спутника до центра планеты)

а) на тело действует сила  $F = mg$ ,  
но в то же время  $F = \frac{GMm}{a^2}$   
( $M$  - масса планеты,  $m$  - масса спутника)

$$\frac{GMm}{a^2} = mg \Rightarrow g = \frac{GM}{a^2} = \frac{GM}{(2R)^2}$$

$$M = \rho \cdot V_{\text{пл}} = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$g = \frac{G \cdot \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3}{3 \cdot 4R^2} = \boxed{\frac{G\rho\pi R}{3}}$$

б) тело движется со скоростью  $v = \sqrt{\frac{GM}{a}}$  по окр. с радиусом  $a = 1,5R$ .

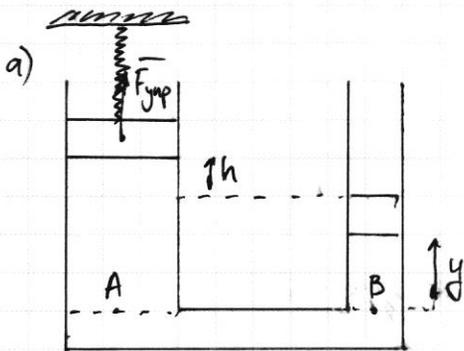
( $F = ma_{\text{ц}} = \frac{GMm}{a^2}$ ,  $a_{\text{ц}}$  - ускорение)

$$\frac{v^2}{a} = \frac{GM}{a^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{a}}$$

$$\text{Тогда } T = \frac{2\pi a}{v} = \frac{2\pi \cdot 1,5R \cdot \sqrt{1,5R}}{\sqrt{GM}} = \frac{2\pi \cdot \sqrt{(1,5R)^3}}{\sqrt{G \cdot \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3}} = \frac{2\pi \cdot 1,5 \sqrt{1,5 \cdot 3}}{\sqrt{G\rho\pi \cdot 2}} =$$

$$= \boxed{1,5 \sqrt{\frac{4,5\pi}{G\rho}}}$$

N2



Рассмотрим газы в т. А и т. В:

$$P_A = P_B \Rightarrow \rho g(h+y) - \Delta P = \rho g y$$

$$\rho g h = \Delta P$$

( $\Delta P$  - шм. газл, вызванное тем, что на поршень действует  $F_{\text{упр}}$ )

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

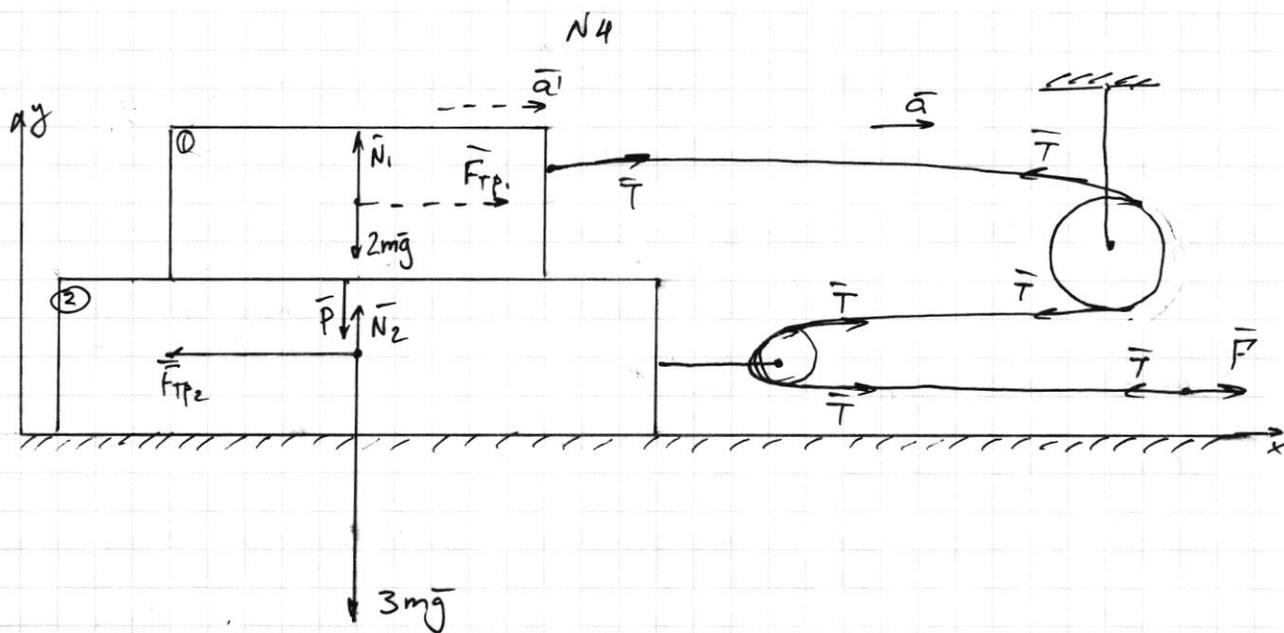
$$\Delta p = \frac{F_{\text{упр}}}{S} = \frac{kx}{S} = \rho gh$$

$$x = \frac{\rho g h S}{k}$$

Б) Для того, чтобы пружина была недеформированной, давление, создаваемое  $m_2$ , должно компенсировать давление, создаваемое силой упругости (тк эти силы действуют в разные стороны):

$$F_{\text{упр}} = F_{m_2} \Rightarrow \frac{F_{\text{упр}}}{S} = \frac{m_2 g}{S/2} \Rightarrow kx = 2m_2 g$$

$$m = \frac{kx}{2g} = \frac{\rho g h S}{2g} = \frac{\rho h S}{2}$$



А) Для I бруска:  $\bar{N}_1 + 2m\bar{g} + \bar{T} = 2m\bar{a}$

y:  $N_1 = 2mg$  ; x:  $T = 2ma$

по II закону Ньютона  $P = N_1 = 2mg$

Для II бруска:  $\bar{P} + \bar{N}_2 + 3m\bar{g} + \bar{F}_{\text{тр}2} + \bar{T} + \bar{T} = 3m\bar{a}$

$$y: -P + N_2 - 3mg = 0 \Rightarrow N_2 = 3mg + P = 5mg$$

$$x: -F_{\text{тр}2} + 2T = 3ma, \quad F_{\text{тр}2} = \mu N_2 = 5\mu mg$$

$$T = 2ma$$

$$-5\mu mg + 4ma = 3ma$$

$$ma = 5\mu mg \Rightarrow \underline{a = 5\mu g}$$

$$T = 2ma = 2m \cdot 5\mu g = 10m\mu g$$

по II закону Ньютона  $F_0 = T = 10m\mu g$

Б) Когда 1 брусок отн. 2 бруска движется вправо, то он уже движется с ускорением  $a'$ , направленным в другую сторону.

В такой ситуации на него все еще действует  $\vec{F}_{\text{тр}1}$

(на рисунке пунктиром показана уменьшение для случая Б)

Аналогично по II закону Ньютона:

$$\text{Для 1 бруска: } \vec{N}_1 + 2m\vec{g} + \vec{T} + \vec{F}_{\text{тр}1} = 2m\vec{a}'$$

$$y: N_1 = 2mg = P$$

$$x: T + F_{\text{тр}1} = 2ma'$$

$$\text{Для 2 бруска: } \vec{P} + \vec{N}_2 + 3m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тр}2} + 2\vec{T} = 3m\vec{a}$$

$$y: -P + N_2 - 3mg = 0 \Rightarrow N_2 = P + 3mg = 5mg$$

$$x: -F_{\text{тр}2} + 2T = 3ma, \quad F_{\text{тр}2} = \mu N_2 = 5\mu mg$$

$$T = 2ma' - F_{\text{тр}1} = 2ma' - \mu N_1 = 2ma' - \mu \cdot 2mg$$

$$-5\mu mg + 4ma' - 2\mu mg = 3ma$$

$$-9\mu mg + 4ma' = 3ma$$

$$-9\mu g + 4a' = 3a, \quad \text{или рассматриваем минимальную силу } F \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  рассмотрим момент, когда  $\Delta a = 0 \Rightarrow$   
 $\Rightarrow a' \approx a$  и когда 1 брусок только начинает скользить

$$-9\mu g = 3a - 4a = -a \Rightarrow a = 9\mu g$$

$$T = F = 2ma' - 2\mu mg = 2ma - 2\mu mg = 2m \cdot 9\mu g - 2\mu mg = 18m\mu g - 2m\mu g =$$

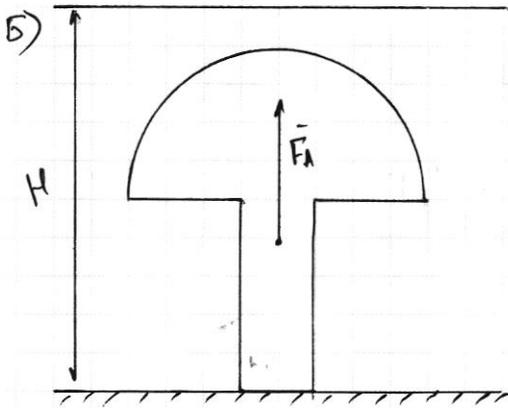
$$= \boxed{16m\mu g}$$

№5

А) Давление в точке  $P_1$  складывается из атмосферного  $P_0$  и гидростатического:

$$P_1 = P_0 + \rho g H = 100 \text{ кПа} + 10 \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \cdot 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 2,5 \text{ м} =$$

$$= 100 \text{ кПа} + 25000 \text{ Па} = \boxed{125 \text{ кПа}}$$



На тело действует выталкивающая сила:

$$F_A = \rho g V = 10 \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \cdot 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 8 \cdot \frac{1}{1000} \text{ м}^3 = 80 \text{ Н}$$

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$T = \frac{2\pi a}{\sqrt{\frac{GM}{a}}} = \frac{2\pi \sqrt{a} \cdot a}{\sqrt{G \cdot \frac{4}{3} \pi R^3}} = \frac{2\pi \sqrt{1,5} \cdot 1,5 \sqrt{3}}{\sqrt{6,5}} = \frac{\sqrt{4,5} \cdot 1,5}{\sqrt{6,5}}$$



p =

$$gsh = 10 \cdot 1000 \cdot 2,5 = 25 \cdot 1000 = 25000 \text{ Н} = 25 \text{ кН} \\ \rho = 125 \text{ кПа}$$



$$\frac{1}{2} \rho v^2 = \rho g h \\ v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 2,5} = \sqrt{50} = 7,07 \text{ м/с}$$

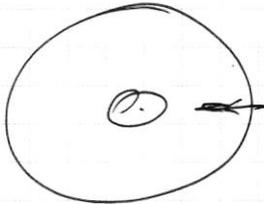
$$F_{\text{ш}} = \rho g V_{\text{ш}} = 1000 \cdot 10 \cdot 0,02 = 200 \text{ Н}$$

$$F_{\text{в}} = \rho g V_{\text{в}} = 1000 \cdot 10 \cdot 0,0016 = 16 \text{ Н}$$

$$F_{\text{ш}} - F_{\text{в}} = 200 - 16 = 184 \text{ Н}$$

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3



$$h = 0,5R$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$g = \frac{GM}{r^2}$$

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

~~Handwritten scribbles~~

~~Handwritten scribbles~~

~~Handwritten scribbles~~

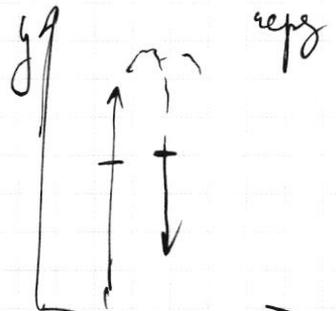
$$m\omega = \frac{GMm}{R^2}$$

$$\frac{GM}{R^2} = \frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

$$v_0 = 12 \text{ м/с}$$

$$v_1 = v_0/3, \quad t_1 = ?, \quad h_1 = ?$$

ка



через

какое время или какое расстояние

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

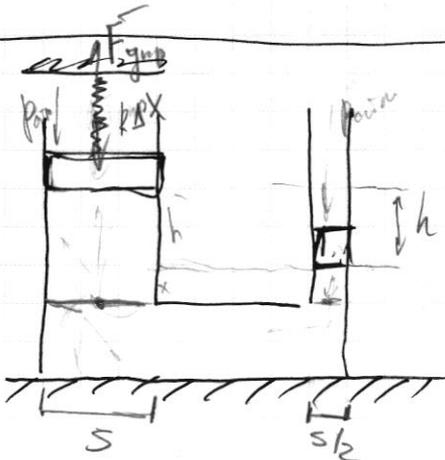
$$v_1 = v_0 - gt$$

$$gt = v_0 - v_1 = \frac{2}{3}v_0$$

$$t = \frac{2}{3}v_0 \cdot \frac{1}{g}$$

$$\frac{mg - F_{\text{упр}}}{S} = \frac{m_2 g \cdot 2}{S}$$

$$m_1 g + 2m_2 g = F_{\text{упр}}$$



$$S \cdot k \cdot S = S/2 \rightarrow \Delta x$$

$$m_1 \cdot S \cdot V$$

$$\frac{V_1}{S} = \frac{V_2 \cdot 2}{S}$$

$$V_1 = 2V_2$$

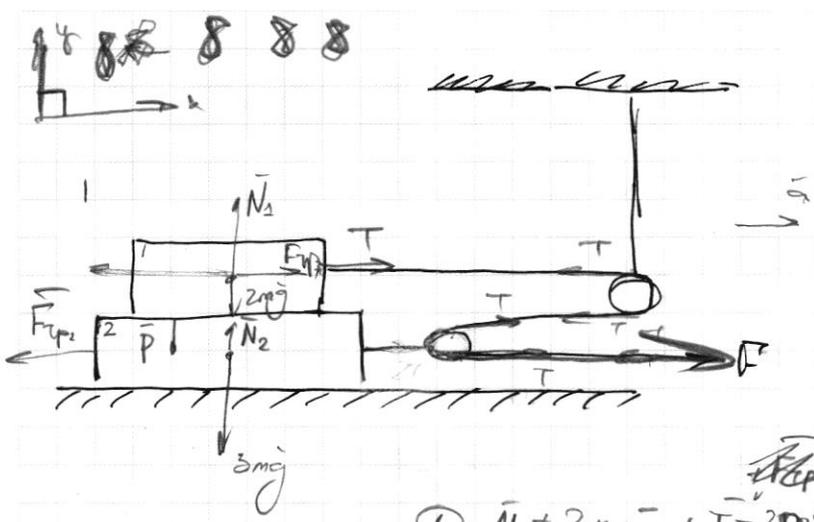
$$S(h+x) = 2 \cdot S \cdot x$$

$$h+x = 2x$$

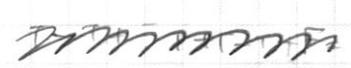
$$\frac{m_1}{S} = \frac{2m_2}{S}$$

$$\Rightarrow V_1 = 2V_2$$

$$S(h+x) = 2 \cdot S \cdot x$$



$m_1 = 2m$   
 $m_2 = 3m$   
 $\mu$



①  $\vec{N}_1 + 2m\vec{g} + \vec{T} = 2m\vec{a}$

②  $\vec{P} + \vec{N}_2 + 3m\vec{g} + \vec{F}_{cp} + \vec{T} + \vec{F} = 3m\vec{a}$

y:  $N_1 = 2mg = P$

x:  $T + F_{cp1} = 2ma$

~~$N_1 = P = 2mg$~~

~~$T + N_1 \mu = T + 2mg\mu = 2ma$~~

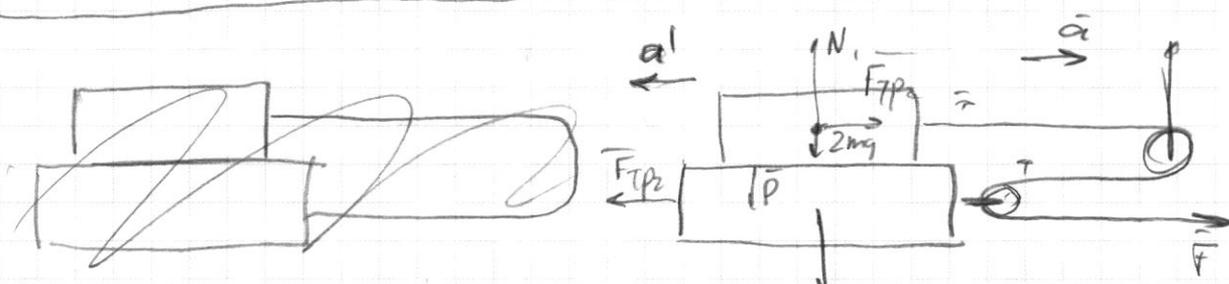
y:  $N_2 - P - 3mg = 0 \rightarrow N_2 = P + 3mg = 5mg$

x:  $T + F_0 - F_{cp2} = 3ma$

$T + F_0 - \mu \cdot 5mg = 3ma$

$2ma + F_0 - \mu \cdot 5mg = 3ma$

$F_0 = ma + 5\mu mg = m(a + 5\mu g)$



①  $\vec{N}_1 + 2m\vec{g} + \vec{F}_{cp2} + \vec{T} = 2m\vec{a}'$

y:  $N = 2mg = P$

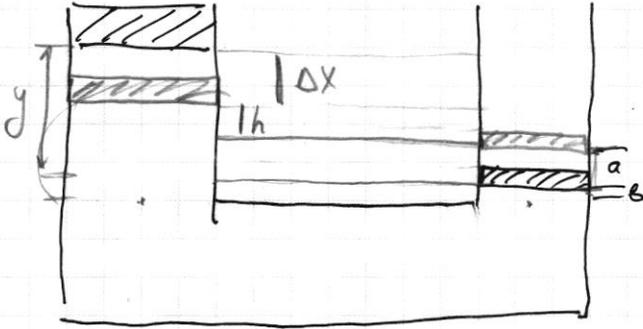
x:  $F_{cp2} + T = ma'$

②

$2 \cdot 2mg - 3\mu$

$ma = 5\mu mg$

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\rho g(a+k) = \rho g b + \frac{mg}{S} \cdot 2$$

$$\rho a = \frac{m}{S} \Rightarrow 2m = \rho a S$$

$$\rho g a + \rho g b = \rho g b + \frac{mg \cdot 2}{S}$$

$$m = \frac{\rho a S}{2}$$

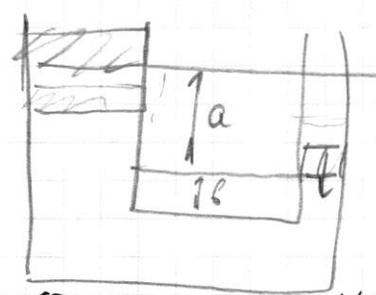
$$\frac{144}{16} = 9$$

$$\frac{2 \cdot 12}{8 \cdot 10} = \frac{8}{10} = 0,8$$

$$\rho g b + \rho g y = \rho g b + \frac{mg}{S}$$

$$\frac{mg \cdot 2}{8} = \frac{F}{8}$$

$$m = \frac{F}{2g}$$



$$\rho g a + \rho g b = \frac{mg \cdot 2}{S} + \rho g b$$

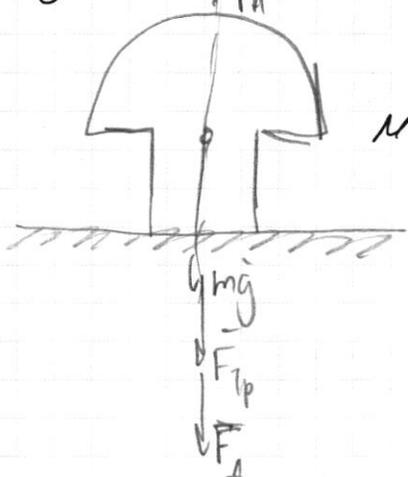
$$m = \frac{\rho a S}{2}$$

$$\frac{12^2 - 4^2}{20} = \frac{144 - 16}{20}$$

$$3gt = v_0 = 12$$

$$v_0 - gt = t = 1,2$$

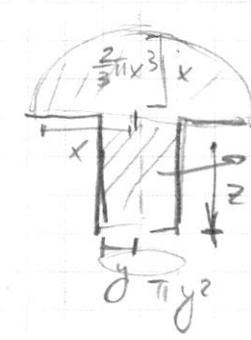
$$gt = 4 \Rightarrow t = 0,4$$



$$\frac{GM}{R^2} = GM$$

$$M = \rho V = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\frac{144}{72} = 2$$



$$\frac{128}{20} = \frac{64}{10} = 6,4$$

$$\frac{2 \cdot 12 \cdot 12}{8 \cdot 5} = \frac{36}{5}$$

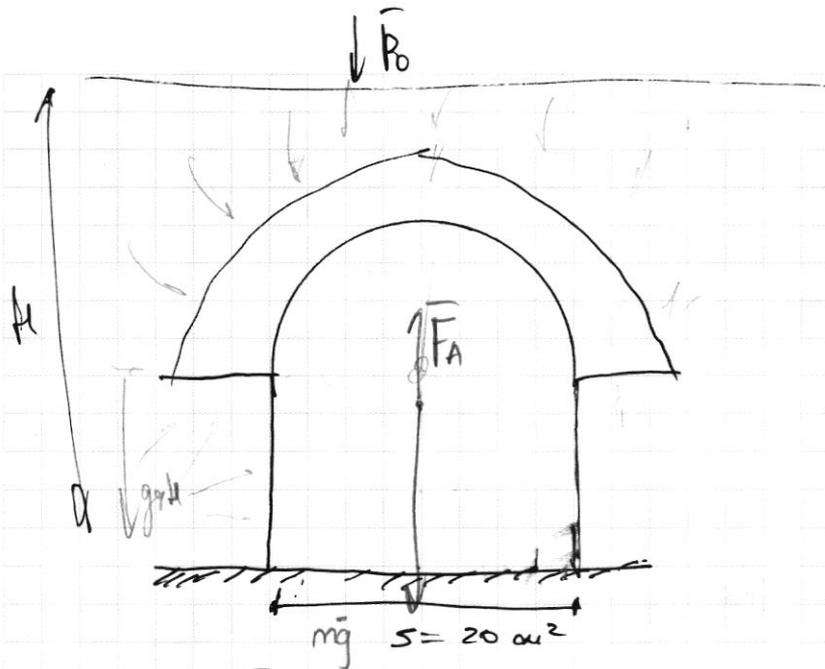
$$\frac{v_0^2}{2g} = \frac{144}{20} = \frac{72}{10}$$

$$1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{9-1}{9} = \frac{8}{9}$$

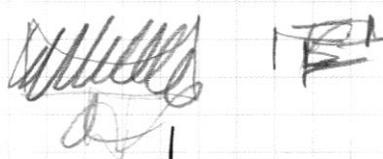
$$\frac{36}{5} = 7,2$$

$$\frac{72}{10} = 7,2$$



$$V = 8 \text{ m}^3$$

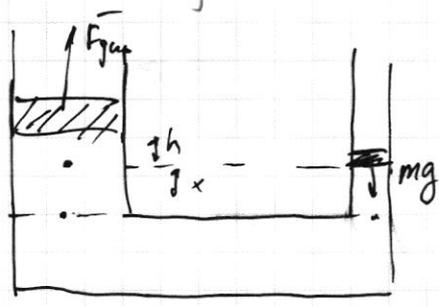
~~XXXXXXXXXX~~



$$8 \text{ m}^3 = 10 \text{ m}^2 \cdot h = \frac{1}{10} \text{ m}$$

$$\frac{1}{(10 \text{ m})^3} = \frac{1}{10^3} = 10^{-3}$$

$$\frac{m}{c^2} = \frac{1}{1000} \text{ m}^3$$



$$\frac{m_1 g - F_{\text{уп}}}{S} = \frac{m_2 g}{S/2}$$

$$m_1 g + m_2 g \cdot 2 = F_{\text{уп}}$$

$$S \cdot g (V_1 + V_2 \cdot 2) = F_{\text{уп}}$$

$$Sg (S(h+x) + 2 \cdot \frac{S}{2} \cdot x) =$$

$$= Sg (Sh + Sx + Sx) = Sg \cdot S(h+2x)$$

~~XXXXXX~~

$$Sg(h+x) - \frac{F_{\text{уп}}}{S} = Sgx$$

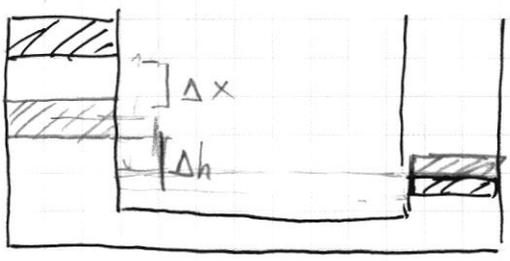
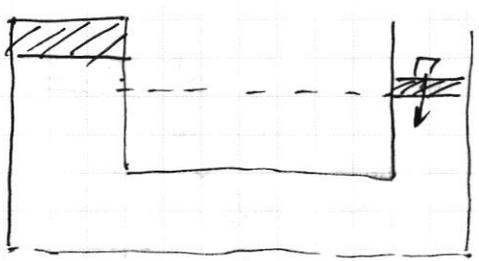
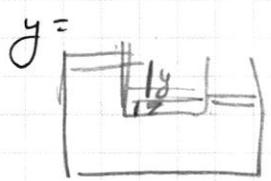
$$Sgh + Sgx = Sgx + \frac{F}{S}$$

$$Sgh = \frac{F}{S} \Rightarrow \boxed{F = S \cdot Sgh = kAx} \quad (1)$$



$$(2) \quad \frac{m_1 g \cdot 2}{S} + Sgz = Sgz + Sgy$$

$$\frac{m_1 g \cdot 2}{S} = Sgy \Rightarrow m_1 g = \frac{Sgy \cdot S}{2} \Rightarrow m_2 = \frac{Sgy \cdot S}{2}$$



$$\frac{m_1 g}{S} + Sgz = Sgx$$

$$z \left( \frac{m}{S} + S \right) = Sx$$

$$F = x \cdot \frac{kF^2}{m^2} \Rightarrow \sqrt{\frac{kF \cdot m}{kF \cdot m^2}}$$

$$\rightarrow x = \frac{m \cdot \sqrt{kF}}{kF^2} \cdot \frac{kF}{m^2} = \frac{m}{kF \cdot m} = \sqrt{\frac{kF \cdot m}{m^2}}$$