

# Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

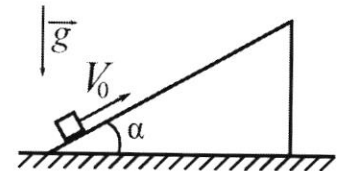
1. Фейерверк массой  $m = 2$  кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва  $H = 65$  м. На землю осколки падают в течение  $\tau = 10$  с.

1) Найдите начальную скорость  $V_0$  фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию  $K$  осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол  $\alpha = 30^\circ$ . Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость  $V_0 = 2$  м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



1) На какую максимальную высоту  $H$  над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость  $V$  клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса  $R = 1,2$  м равномерно со скоростью  $V_0 = 3,7$  м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели  $m = 0,4$  кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой  $P$  модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол  $\alpha = \frac{\pi}{6}$ . Вычислите минимальную допустимую скорость  $V_{MIN}$  такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы  $\mu = 0,9$ .

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

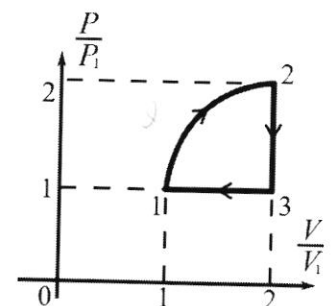
4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна  $T_1$ .

1) Какое количество  $Q$  теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу  $A$  газа за цикл.

3) Найдите КПД  $\eta$  цикла.

Универсальная газовая постоянная  $R$ .



5. Заряд  $Q > 0$  однородно распределен по сфере радиуса  $R$ . В первом опыте на расстоянии  $2R$  от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом  $q > 0$ .

1) Найдите силу  $F_1$ , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд  $q$  однородно распределяют по стержню длины  $R$ , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии  $2R$  от центра.

2) Найдите силу  $F_2$ , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона  $k$ . Явлениями поляризации пренебрегите.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1

1) Закон сохр. энергии:

$$\frac{mV_0^2}{2} = mgH \Rightarrow V_0 = \sqrt{2gH}$$

$$V_0 = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 65} = 10\sqrt{13} \approx 36 \text{ м/с}$$

2) Пусть  $t_1$  — время, за которое осколок, который полетел вертикально вниз, пролетел до земли

$t_2$  — время, за которое осколок, который полетел вертикально вверх, пролетел до земли

$$t_2 - t_1 = \tau \quad (1)$$

Уравнения движения осколков:

$$O_x: H = V_0 t_1 + \frac{gt_1^2}{2} \quad (2) \quad (\text{где } V_0 \text{ — скорость, с которой полетели осколки сразу после взрыва})$$

$$H = -V_0 t_2 + \frac{gt_2^2}{2} \quad (3)$$

$$O_y \quad (2) \quad V_0 = \frac{H - \frac{gt_1^2}{2}}{t_1} = \frac{H}{t_1} - \frac{gt_1}{2} \quad \left. \vphantom{O_y} \right\} \Rightarrow V_0 = \frac{H}{t_2 - \tau} - \frac{g(t_2 - \tau)}{2}$$

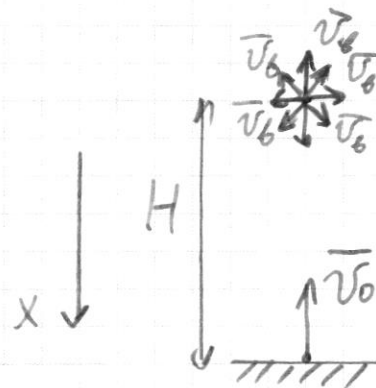
$$O_y \quad (1) \quad t_1 = t_2 - \tau$$

$$H = \frac{g(t_2 - \tau)t_2}{2} - \frac{H t_2}{t_2 - \tau} + \frac{gt_2^2}{2}$$

$$65 = 5(t_2 - 10)t_2 - \frac{65t_2}{t_2 - 10} + 5t_2^2$$

$$5(t_2 - 10)^2 t_2 - 65t_2 + 5t_2^2(t_2 - 10) - 65(t_2 - 10) = 0$$

$$5t_2^3 - 100t_2^2 + 500t_2 - 65t_2 + 5t_2^3 - 50t_2^2 - 65t_2 + 650 = 0$$



$$10t_2^3 - 150t_2^2 + 370t_2 + 650 = 0$$

$$t_2^3 - 15t_2^2 + 37t_2 + 65 = 0$$

$t_2 = 5$  — является корнем

$$(t_2 - 5)(t_2^2 - 10t_2 - 13) = 0$$

$t_2 = 5$  — не подходит, т.к.  $t_2 > 0$

$$t_2^2 - 10t_2 - 13 = 0$$

$$t_2^2 - 10t_2 - 13 = 0$$

$$D = 100 + 52 = 152$$

$$t_2 = \frac{10 \pm \sqrt{152}}{2} = 5 \pm \sqrt{38}$$

$\sqrt{38} \approx 6 > 5 \Rightarrow t_2 = 5 - \sqrt{38}$  — не подходит

$$t_2 = 5 + \sqrt{38} \approx 11 \text{ c}$$

$$t_1 = t_2 - 0 = 11 - 10 = 1 \text{ c}$$

$$v_0 = \frac{H}{t_1} - \frac{gt_1}{2} = \frac{65}{1} - \frac{10 \cdot 1}{2} = 60 \text{ м/с}$$

$$K = \sum_i E_{ki} = \sum_i \frac{m_i v_i^2}{2} = \frac{v_0^2}{2} \sum_i m_i = \frac{m v_0^2}{2}$$

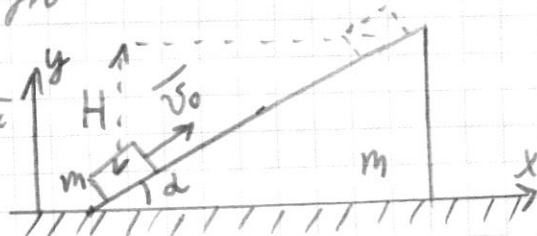
$$K = \frac{2 \cdot 3600}{2} = 3600 \text{ Дж}$$

Ответ: ~~1)~~ 1)  $v_0 = 36 \text{ м/с}$

2)  $K = 3600 \text{ Дж}$

№2

1) Пусть  $v_k$  — скорость, которую приобретёт клин после достижения шайбой ~~макс.~~ наивысшей точки



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Закон сохр. энергии:

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{2m v_k^2}{2} + mgH$$

$$v_0^2 = 2v_k^2 + gH$$

$$v_0^2 = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{2} + gH$$

$$H = \frac{v_0^2}{g} \left( 1 - \frac{\cos^2 \alpha}{2} \right) = \frac{4}{10} \left( 1 - \frac{3}{8} \right) = \frac{4}{10} \cdot \frac{5}{8} = 0,25 \text{ м}$$

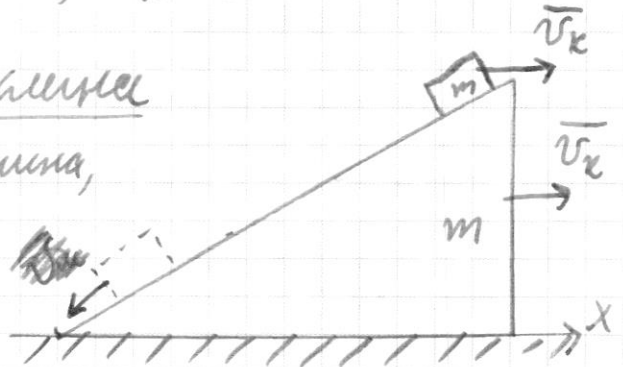
Закон сохр. импульса:

$$O_x: m v_0 \cos \alpha = 2m v_k$$

$$v_k = \frac{v_0 \cos \alpha}{2}$$

$$v_k = \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,85 \text{ м/с}$$

2) ~~Переходим~~ переходим в СО клина  
Путь  $v_{k1}$  — скорость в СО клина,  
которую клин приобретёт  
после срыва шайбы



Закон сохр. энергии:

$$mgH = \frac{m v_{ш}^2}{2} + \frac{m v_{k1}^2}{2} \quad (1)$$

(где  $v_{ш}$  — скорость шайбы  
в СО клина, которую она  
приобретёт после срыва)

Закон сохр. импульса:

$$O_x: 0 = m v_{k1} - m v_{ш} \cos \alpha$$

$$m v_{k1} = v_{ш} \cos \alpha \Rightarrow v_{ш} = \frac{v_{k1}}{\cos \alpha}$$

Подставим это в (1)

$$2gH = \frac{v_{k1}^2}{\cos^2 \alpha} + v_{k1}^2$$

$$2gH = v_{k1}^2 \left( \frac{1}{\cos^2 \alpha} + 1 \right) \Rightarrow v_{k1} = \sqrt{\frac{2gH}{\frac{1}{\cos^2 \alpha} + 1}}$$

$$v_{k1} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 0,25}{\frac{1}{\frac{3}{4}} + 1}} = \sqrt{\frac{15}{\frac{4}{3} + 1}} \approx 1,45 \text{ м/с}$$

Возвращаемся в ЛСО

$$v = v_{k1} + v_k = 1,45 + 0,85 = 2,3 \text{ м/с}$$

Ответ: 1)  $H = 0,25 \text{ м}$

2)  $v = 2,3 \text{ м/с}$

нч

~~Q12 = p12 + A12~~

из графика:

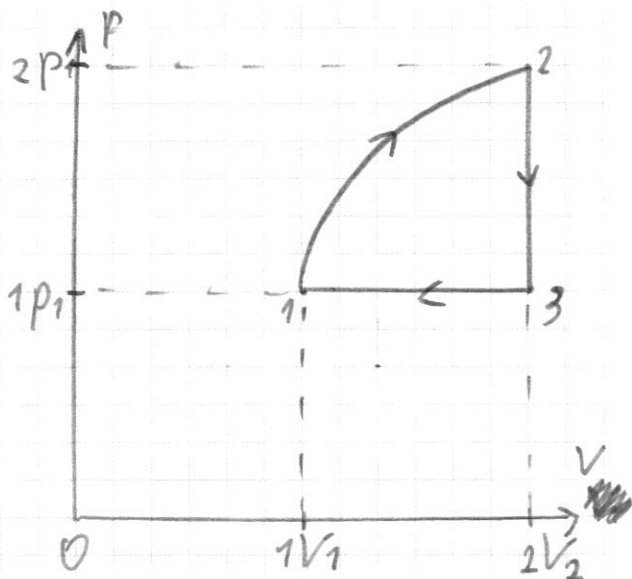
$$p_2 = 2p_1; V_2 = 2V_1$$

$$Q_{12} = \Delta T_{12} + A_{12} =$$

$$= \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + S_{12}$$

где  $S_{12}$  - площадь

под кривой 1-2 на графике



$$S_{12} = (V_2 - V_1) p_1 + \frac{1}{4} \pi \frac{(V_2 - V_1)(p_2 - p_1)}{4} = (2V_1 - V_1) p_1 + \frac{\pi}{4} (2p_1 - p_1)(2V_1 - V_1) =$$

$$= p_1 V_1 + \frac{\pi}{4} p_1 V_1 = p_1 V_1 \left(1 + \frac{\pi}{4}\right)$$

Уравнение Менделеева-Клапейрона в точке 2 и 1

$$p_2 V_2 = R T_2 \nu$$

$$p_1 V_1 = R T_1 \nu$$

$$T_2 = \frac{p_2 V_2}{R \nu} = \frac{4 V_1 p_1 \nu}{R \nu} = 4 T_1$$

$$T_1 = \frac{p_1 V_1 \nu}{R \nu}$$

$$Q_{12} = \frac{3}{2} \nu R (4 T_1 - T_1) + p_1 V_1 \left(1 + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{9}{2} \nu R T_1 + R T_1 \nu \left(1 + \frac{\pi}{4}\right)$$

~~п.к. 1-2 - фигура окр. в центре в точке 3, что~~

~~$$V_2 - V_1 = p_2 - p_1 \Rightarrow 2V_1 - V_1 = 2p_1 - p_1 \Rightarrow V_1 = p_1$$~~

$$Q_{12} = R T_1 \nu \left(1 + \frac{9}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = R T_1 \nu \left(\frac{22 + \pi}{4}\right) \approx 6,285 R T_1 \nu$$

$$A = A_{12} - A_{13} = p_1 V_1 + \frac{\pi}{4} p_1 V_1 - (2V_1 - V_1) p_1 = \frac{\pi}{4} p_1 V_1 = \frac{\pi}{4} R T_1 \nu \approx 0,785 R T_1 \nu$$



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\eta = \frac{A}{Q_{12}} = \frac{0,485 RT_1}{6,285 RT_1} = \frac{0,485}{6,285} \approx 0,125$$

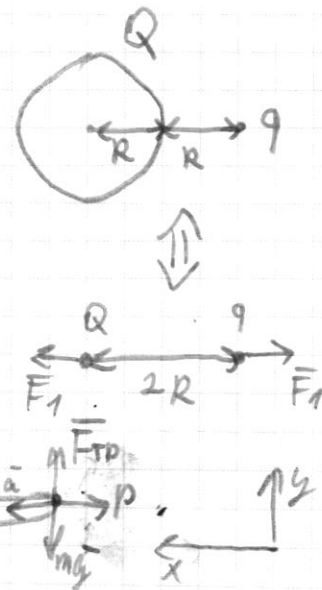
$$\eta = 0,125 = 12,5\%$$

- Ответ: 1)  $Q = 6,285 RT_1$   
2)  $A = 0,485 RT_1$   
3)  $\eta = 12,5\%$

№ 5

$$1) F_1 = \frac{kQq}{4R^2}$$

Ответ: 1)  $F_1 = \frac{kQq}{4R^2}$



№ 3

1) Второй закон Ньютона:

$$Q_x: m \cdot a_{ц} = P$$

$$\frac{mV^2}{R} = P$$

$$P = \frac{0,4 \cdot 3,7^2}{1,2} \approx 4,8 \text{ Н}$$

Ответ: 1)  $P = 4,8 \text{ Н}$

черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №       
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\nu_1$   
 $\rho_2 = 2\rho_1$   
 $V_2 = 2V_1$   
 $Q_{12} = ?$

$J = 1$

$V_1 = \rho_1$

$\Delta V = \Delta P \Rightarrow 2V_1 - V_1 = 2\rho_1 - \rho_1$   
 $V_1 = \rho_1 ?$

$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = \frac{3}{2} R \nu (T_2 - T_1) + (V_2 - V_1) P_1 + \frac{1}{4} \tilde{\nu} \cdot P_1^2$

$P_2 V_2 = R T_2$

$T_2 = \frac{P_2 V_2}{R} = \frac{4 P_1 V_1}{R} = 4 T_1$

$Q_{12} = \frac{9}{2} R \nu T_1 + V_1 P_1 + \frac{\tilde{\nu}}{4} P_1^2 = \frac{11}{2} V_1 P_1 + \frac{\tilde{\nu}}{4} P_1^2 = \frac{11}{2} R \nu T_1 + \frac{\tilde{\nu}}{4} R \nu T_1 = R \nu T_1 \left( \frac{11 + \tilde{\nu}}{4} \right) = 8,31 \cdot \left( \frac{22 + \tilde{\nu}}{4} \right) T_1 = 8,31 \cdot 6,285 T_1 = 52,23 T_1 = 6,285 R T_1$

$h = \frac{A}{Q_{12}} =$

$\nu_2$

ω клина:

$m g H = \frac{m v_{кл}^2}{2} + \frac{m v_{к1}^2}{2}$   
 $m v_{кл} = m v_{к1}$   
 $g H = v_{к1}^2 \rightarrow v_{к1} = \sqrt{g H}$

$v = v_{к1} + v_{к} = \sqrt{g H} + \frac{v_0 \cdot \cos \alpha}{2} = \sqrt{2,5} + \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{2} = \sqrt{2,5} + \sqrt{3} \approx 1,6 + \frac{1,7}{2} = 1,6 + 0,85 = 2,45 \text{ м/с}$

Arithmetic calculations:  
 $1,7 + 0,85 = 2,55$   
 $\frac{2,55}{0,85} = 3$   
 $3 + 0,85 = 3,85$   
 $\frac{3,85}{0,85} = 4,529$   
 $1,7 + 0,85 = 2,55$   
 $\frac{2,55}{0,85} = 3$   
 $3 + 0,85 = 3,85$   
 $\frac{3,85}{0,85} = 4,529$   
 $1,7 + 0,85 = 2,55$   
 $\frac{2,55}{0,85} = 3$   
 $3 + 0,85 = 3,85$   
 $\frac{3,85}{0,85} = 4,529$



$$v_0 + v_x = v_0 \left( 1 + \frac{\cos \alpha}{2} \right) = 2 \cdot 1,85$$

$$v_m = \frac{v_{x1}}{\cos \alpha}$$

$$gH = \frac{v_{x1}^2 (1 + \cos^2 \alpha)}{2}$$

$$gH = \frac{v_m^2}{2} + \frac{v_{x1}^2}{2}$$

$$2gH = \frac{v_{x1}^2}{\cos^2 \alpha} + v_{x1}^2$$

$$2gH = v_{x1}^2 (1 + \cos^2 \alpha) \Rightarrow v_{x1}^2 = \frac{2gH}{1 + \cos^2 \alpha} = \sqrt{\frac{5}{1 + \frac{3}{4}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{5}{\frac{7}{4}}} = \sqrt{\frac{20}{7}}$$

$$\begin{array}{r} 20 \overline{) 7} \\ - 14 \quad 2,85 \\ \hline 60 \\ - 56 \\ \hline 40 \\ - 35 \\ \hline 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 \overline{) 7} \\ - 7 \quad 1,1 \\ \hline 13 \\ - 11 \\ \hline 2 \\ - 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,42 \\ \times 1,42 \\ \hline 284 \\ 1404 \\ \hline 2,0164 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,43 \\ \times 1,43 \\ \hline 429 \\ 572 \\ \hline 2,0449 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,45 \\ \times 1,45 \\ \hline 425 \\ 580 \\ \hline 2,1025 \end{array}$$

$$t_2^2 - 10t_2 - 13 = 0 \quad t_2 = 5$$

$$D = 100 + 52 = 152$$

$$t_2 = \frac{10 \pm \sqrt{152}}{2} = 5 \pm \sqrt{38}$$

$$\sqrt{38} \approx 6$$

$t_2 = 5$  — не подходит  
 $t_2 = 5 + \sqrt{38}$

$$t_2 = 5 + \sqrt{38}$$

$$t_2 \approx 11$$

$$t_1 = 1$$

$$v_0 = \frac{65}{1} - \frac{10 \cdot 1}{2} = 60 \text{ м/с}$$

$$K = \sum \frac{m_i v_i^2}{2} = \frac{v_0^2}{2} \sum m_i = \frac{m v_0^2}{2}$$

$$K = \frac{m v_0^2}{2} = \frac{2 \cdot 3600}{2} = 3600 \text{ Дж}$$

Ответ:  $v_0 = 36 \text{ м/с}$

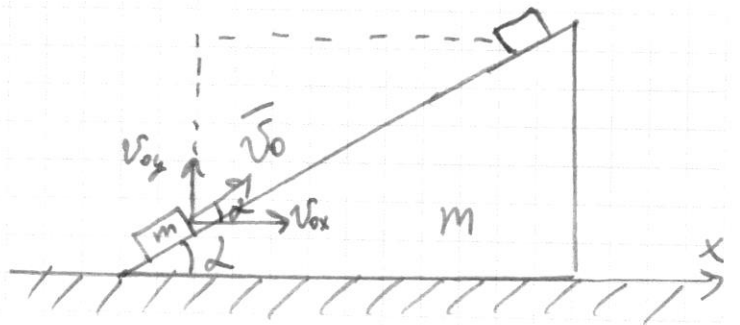
$$K = 3600 \text{ Дж}$$

$N_2$

~~$\frac{m v_0^2 \cos^2 \alpha}{2} = \frac{m v_x^2}{2} + mgh$~~

~~$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_x^2}{2} + mgh$~~

$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v_x^2}{2} + mgh$



$$0 \cdot m v_0 \cos \alpha = 2m v_x$$

$$v_x = \frac{v_0 \cos \alpha}{2}$$

$$v_0^2 = 2 v_x^2 + 2gh$$

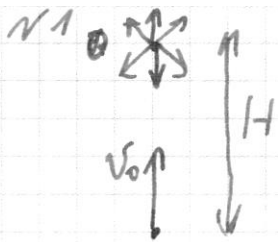
$$v_0^2 = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{2} + 2gh$$

$$H = \frac{1}{2} (v_0^2 - \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{2})$$

$$H = \frac{v_0^2}{8} (4 - \frac{\cos^2 \alpha}{2})$$

$$H = \frac{4}{10} (1 - \frac{3}{8}) = \frac{4 \cdot \frac{5}{8}}{10} = \frac{1}{4} \text{ м} = 0,25 \text{ м}$$

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**



$$H = v_0 \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh$$

~~$$v = v_0 - gt$$~~

$$t = \frac{v_0}{g}$$

$$v_0 = \sqrt{2gH}$$

~~$$H = \frac{v_0^2}{g} - \frac{v_0^2}{2g} = \frac{2v_0^2 - v_0^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gH}$$~~

$$H = \frac{v_0^2}{g} - \frac{v_0^2}{2g} = \frac{2v_0^2 - v_0^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gH}$$

~~$$v_0 = \sqrt{2gH}$$~~

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 65}$$

$$v_0 = 10\sqrt{13}$$

$$t_2 - t_1 = \tau \rightarrow t_1 = t_2 - \tau$$

$$H = v_0 t_1 + \frac{gt_1^2}{2} \rightarrow v_0 = \frac{H - \frac{gt_1^2}{2}}{t_1} = \frac{H}{t_1} - \frac{gt_1}{2}$$

$$H = -v_0 t_2 + \frac{gt_2^2}{2}$$

$$H = \frac{g(t_2 - \tau)t_2}{2} + \frac{Ht_2}{t_2 - \tau} + \frac{gt_2^2}{2}$$

$$v_0 = \frac{H}{t_2 - \tau} - \frac{g(t_2 - \tau)}{2}$$

$$65 = 5(t_2 - 10)t_2 - \frac{65t_2}{t_2 - 10} + 5t_2^2$$

$$5(t_2 - 10)^2 t_2 - 65t_2 + 5t_2^2(t_2 - 10) - 65(t_2 - 10) = 0$$

$$5t_2^3 - 100t_2^2 + 500t_2 - 65t_2 + 5t_2^3 - 50t_2^2 - 65t_2 + 650 = 0$$

$$10t_2^3 - 150t_2^2 + 370t_2 + 650 = 0$$

$$t_2^3 - 15t_2^2 + 37t_2 + 65 = 0$$

$$\begin{array}{r} -13t_2 + 65 \\ -13t_2 + 65 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} t_2^3 - 15t_2^2 + 37t_2 + 65 \quad | \quad t_2 - 5 \\ \underline{t_2^3 - 5t_2^2} \\ -10t_2^2 + 37t_2 \\ \underline{-10t_2^2 + 50t_2} \\ -13t_2 + 65 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 65 \overline{) 5} \\ 13 \overline{) 13} \\ 1 \overline{) 1} \\ \hline 125 - 375 \\ +185 + 65 \\ \hline 11 \\ 125 \\ +185 \\ + 65 \\ \hline 375 \end{array}$$