

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

Вариант 09-01

Шифр

(заполняется секретарём)

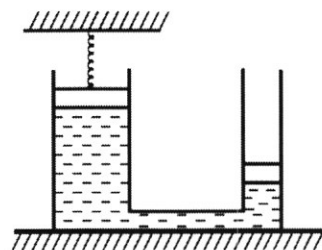
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 12$ м/с.

1) Через какое время t после старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?

2) На какой высоте h , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности ρ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Разность уровней жидкости в сосудах равна h . Площадь сечения левого поршня S , правого $S/2$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g .



1) Найдите деформацию x пружины.

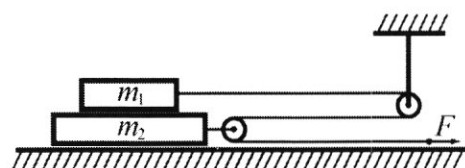
2) Найдите массу m груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.

3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты $h = 0,5R$, здесь R – радиус планеты. Плотность планеты ρ . Гравитационная постоянная G . Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $2R$ от центра планеты.

2) Найдите период T обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков $m_1 = 2m$, $m_2 = 3m$. Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен μ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



1) Найдите величину F_0 горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.

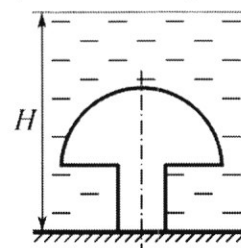
2) Найдите величину F минимальной силы, при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

5. Ко дну бассейна глубиной $H=2,5$ м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции $V = 8$ дм³, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей $S = 20$ см². Плотность воды $\rho = 1$ г/см³, атмосферное давление $P_0 = 100$ кПа.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

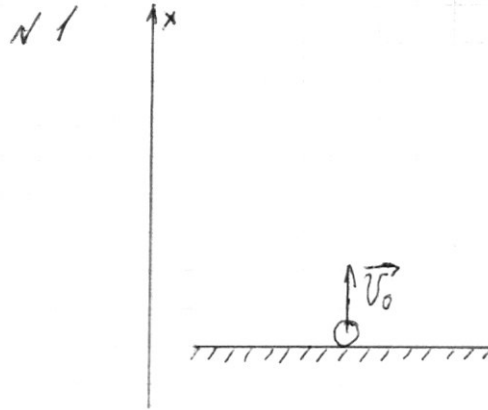
1) Найдите давление P_1 вблизи дна.

2) Найдите величину F силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned} v_0 &= 12 \text{ м/с} \\ g &= 10 \text{ м/с}^2 \\ t &=? \\ h &=? \end{aligned}$$



Запишем уравнение изменяющейся скорости:

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{g}t$$

$$\text{ОХ: } v_x(t) = v_0 - gt$$

По условию нам необходимо найти момент времени, когда $v = \frac{v_0}{3}$, это значит, что $v_x = \pm \frac{v_0}{3}$

$$\begin{cases} \frac{v_0}{3} = v_0 - gt_1 \\ -\frac{v_0}{3} = v_0 - gt_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{2v_0}{3} = gt_1 \\ \frac{4v_0}{3} = gt_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t_1 = \frac{2v_0}{3g} = \frac{2 \cdot 12}{30} = 0,8 \text{ с} \\ t_2 = \frac{4v_0}{3g} = \frac{4 \cdot 12}{30} = 1,6 \text{ с} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} mgh &= \Delta E_{\text{кин}} = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{m\left(\frac{v_0}{3}\right)^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{mv_0^2}{18} = \\ &= \frac{4mv_0^2}{18} - \frac{mv_0^2}{18} = m \frac{4v_0^2}{9} \end{aligned}$$

$$h = \frac{4v_0^2}{9g} = 6,4 \text{ м}$$

Ответ: $t = 0,8 \text{ с}$; $t = 1,6 \text{ с}$
 $h = 6,4 \text{ м}$

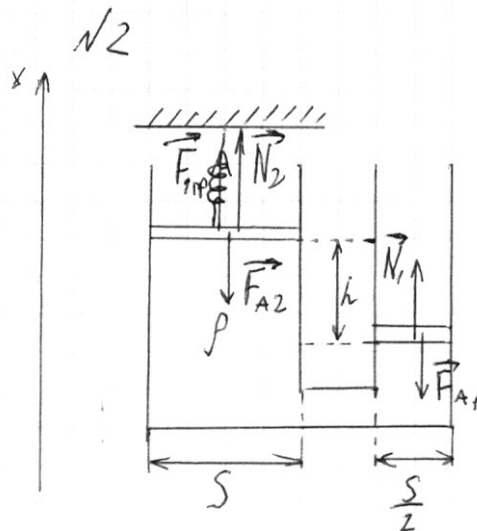
Запишем $\sum \vec{F}$ для
правого поршня:

$$\vec{N}_1 + \vec{F}_{A1} = 0$$

ОХ: $N_1 = F_{A1}$

$$F_{A1} = P_{\text{атм}} \cdot \frac{S}{2}$$

$$N_1 = P_{\text{атм}} \cdot \frac{S}{2}$$



F_A - сила с которой атмосфера давит на поршень

Запишем $\sum \vec{F}$ для левого поршня:

$$\vec{N}_2 + \vec{F}_{\text{упр}} + \vec{F}_{A2} = 0$$

ОХ: $N_2 + F_{\text{упр}} - F_{A2} = 0$

$$F_{\text{упр}} = kx$$

$$F_{A2} = P_{\text{атм}} \cdot S$$

$$N_2 = F_{A2} - F_{\text{упр}} = P_{\text{атм}} \cdot S - kx$$

Запишем уравнения в обоих сосудах на уровне

поверхности в правом сосуде

$$P_1 = \frac{N_2}{S} + \rho g h = P_{\text{атм}} - \frac{kx}{S} + \rho g h$$

$$P_1 = \frac{N_1}{S} = P_{\text{атм}}$$

Т.к. ~~система~~ система в равновесии $P_1 = P_1$

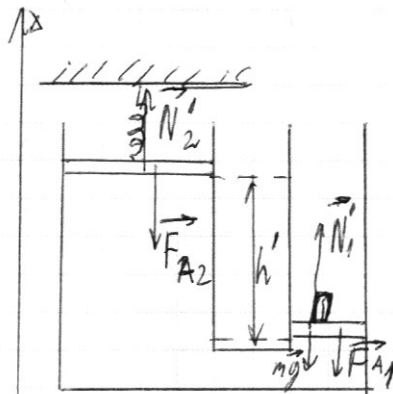
отсюда $\frac{kx}{S} = \rho g h$

$$x = \frac{\rho g h S}{k}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

ТЕПЕРЬ РАССМОТРИМ СИСТЕМУ
С ГРУЗОМ

ПО УСЛОВИЮ ТЕПЕРЬ
ПРУЖИНА УЖЕ НЕ ДЕФОРМИРОВАНА



ЗАПИШЕМ II ЗН ДЛЯ ПРАВОГО ПОРШНЯ:

$$\vec{N}_1' + \vec{F}_{A1} + m\vec{g} = 0$$

$$\text{OX: } N_1' - F_{A1} - mg = 0$$

$$N_1' = \frac{P_{\text{атм}} \cdot S}{2} + mg$$

ЗАПИШЕМ II ЗН ДЛЯ ЛЕВОГО ПОРШНЯ:

$$\vec{N}_2' + \vec{F}_{A2} = 0$$

$$\text{OX: } N_2' - F_{A2} = 0$$

$$N_2' = P_{\text{атм}} \cdot S$$

ЗАМЕТИМ, ЧТО УРОВЕНЬ ВОДЫ В ЛЕВОМ СОСУДЕ
ПОВЫСИЛСЯ НА x , Т.Е. ОБЪЁМ ЛЕВОГО СОСУДА УВЕЛИЧИЛСЯ НА xS , ОДНАКО НА ТАКОМ ЖЕ ОБЪЁМ УМЕНЬШИЛСЯ
И ОБЪЁМ ПРАВОГО СОСУДА, ТОГДА УРОВЕНЬ В ПРАВОМ
СОСУДЕ УМЕНЬШИЛСЯ НА $y = \frac{xS}{S} = 2x$

$$\text{ТОГДА } h' = x + h + y = h + 3x$$

ТОГДА ОПЯТЬ ЗАПУЩЕНЫ ЯВЛЕНИЯ В СОСУДАХ
НА УРОВНЕ ВОЗДУХА В ПРАВОМ СОСУДЕ.

$$P_1' = \frac{N_2'}{S} + \rho g h' = P_{\text{атм}} + \rho g \left(h + \frac{3\rho g h S}{k} \right)$$

$$P_1' = \frac{N_1'}{S} = P_{\text{атм}} + \frac{m g \cdot 2}{S}$$

Т.к. СИСТЕМА В РАВНОВЕСИИ $P_1' = P_2'$

$$\rho g \left(h + \frac{3\rho g h S}{k} \right) = \frac{m g \cdot 2}{S}$$

$$m = \frac{S \rho \left(h + \frac{3\rho g h S}{k} \right)}{2}$$

ОТВЕТ: 1) $x = \frac{\rho g h S}{k}$

2) $m = \frac{S \rho \left(h + \frac{3\rho g h S}{k} \right)}{2}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

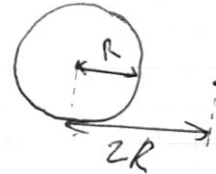
№3

1)

$$g = G \frac{M}{(2R)^2}$$

$$M = V \cdot \rho = \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \rho$$

$$g = G \frac{\frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \rho}{4R^2} = G \frac{\pi R \rho}{3}$$



ОТВЕТ: $g = G \frac{\pi R \rho}{3}$

2) $h = 0,5R$

Найдём g на высоте
спутника

$$g = G \frac{M}{(1,5R)^2}$$

$$M = \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \rho$$

$$g = G \frac{\frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \rho}{\frac{9}{4} R^2} = G \frac{16 \pi R \rho}{27}$$

$$g = \frac{v^2}{\frac{3}{2}R}$$

$$v^2 = \frac{3}{2} g R \Rightarrow v = \sqrt{g R \cdot \frac{3}{2}} = \sqrt{G \frac{16 \pi R \rho \cdot 3R}{27 \cdot 2}} =$$

$$= \sqrt{G \frac{8 \pi R^2 \rho}{9}} = \frac{R}{3} \sqrt{G \cdot 8 \pi \rho}$$

$$T = \frac{C}{v} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \frac{3}{2} R}{v} = \frac{3 \pi R}{v} = \frac{3 \pi R \cdot 3}{R \sqrt{G \cdot 8 \pi \rho}} = \frac{9 \pi}{\sqrt{G \cdot 8 \pi \rho}}$$

ОТВЕТ: $T = \frac{9 \pi}{\sqrt{8 G \pi \rho}}$



14

$$1) \quad m_1 = 2m$$

$$m_2 = 3m$$

Одна из условий того,
что трения между

брусками нет - это то,

что верхний брусок относительно нижнего
покоится. $\vec{a}_1 = \vec{a}_2$

Запишем II ЗИ для верхнего бруска:

$$Ox: F = 2ma_1$$

Запишем II ЗИ для нижнего бруска:

$$Oy: 2F - F_{тр} = 3ma_2$$

$$F_{тр} = 5\mu mg$$

$$2F - 5\mu mg = 3ma_2$$

$$a = ma_1 = a_2$$

$$F = 2ma$$

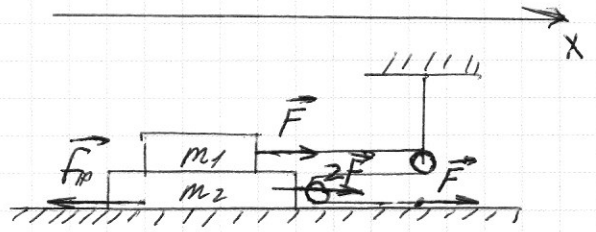
$$2F - 5\mu mg = 3ma$$

$$\frac{2F - 5\mu mg}{F} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{5\mu mg}{F} = \frac{1}{2}$$

$$F = 10\mu mg$$

$$\text{Ответ: } F = 10\mu mg$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2)

ЗАПИШЕМ II ЗИ для

ВЕРХНЕГО БРУСКА:

$$\text{OX: } F - F_{\text{TP1}} = 2m a_1$$

$$\text{ЗВМ } F - 2\mu mg = 2m a_1$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{F}{2m} - \mu g$$

ЗАПИШЕМ II ЗИ для

НИЖНЕГО БРУСКА:

$$\text{OX: } 2F - F_{\text{TP2}} = 3m a_2$$

$$2F - 5\mu mg = 3m a_2$$

$$\Rightarrow a_2 = \frac{2F}{3m} - \frac{5\mu g}{3}$$

для того, чтобы верхний брусок двигался

влево относительно нижнего бруска: $a_1 < a_2$

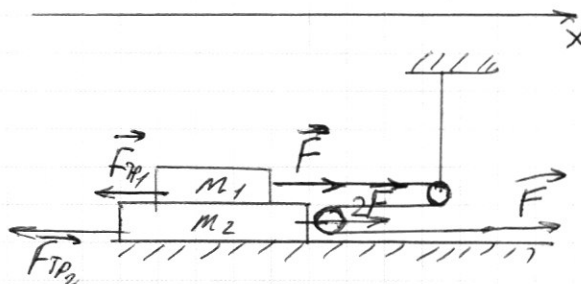
$$\frac{F}{2m} - \mu g < \frac{2F}{3m} - \frac{5\mu g}{3}$$

$$\frac{5\mu g}{3} - \mu g < \frac{2F}{3m} - \frac{F}{2m}$$

$$\frac{2\mu g}{3} < \frac{F}{6m}$$

$$F > 4\mu mg$$

Ответ: $F > 4\mu mg$; т.е. величина F_{min}
будет чуть больше $4\mu mg$



NS

$$H = 2,5 \text{ м}$$

$$V = 8 \text{ м}^3 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$S = 20 \text{ см}^2 = 20 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$$

$$\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$$

$$P_0 = 10^5 \text{ Па}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$1) P_1 = \rho g H = 1000 \cdot 2,5 \cdot 10 = 25 \text{ кПа}$$

Ответ: $P_1 = 25 \text{ кПа}$

2) Найдем объём полусферы

$$V_{\text{полусферы}} = \frac{2}{3} \pi R^3$$

Мы можем заменить ~~полусферу~~ цилиндром того же объёма и с поперечным сечением, равным основанию полусферы

$$V_{\text{ц}} = V_{\text{полусферы}} = \frac{2}{3} \pi R^3$$

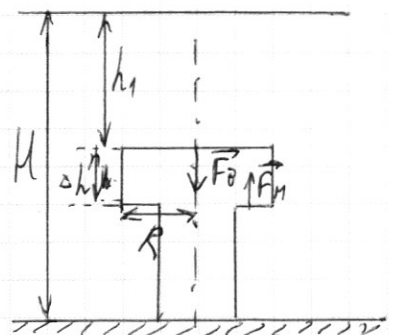
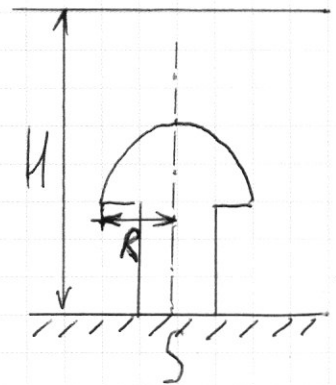
$$\Delta h = \frac{V_{\text{ц}}}{\pi R^2} = \frac{2}{3} R$$

Запишем ^{равенства} силы, действующую на верхнюю грань конструкции

$$F_{\text{в}} = (P_{\text{атм}} + \rho g h_1) \pi R^2$$

Теперь запишем силы, действующую на нижнюю грань

$$F_{\text{н}} = (P_{\text{атм}} + \rho g (h_1 + \Delta h)) (\pi R^2 - S)$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\begin{aligned}
 F_B - F_H &= (P_{\text{АТМ}} + \rho g h_1) \pi R^2 - (P_{\text{АТМ}} + \rho g (h_1 + \Delta h)) (\pi R^2 - S) = \\
 &= P_{\text{АТМ}} \pi R^2 + \rho g h_1 \pi R^2 - P_{\text{АТМ}} \pi R^2 - \rho g (h_1 + \Delta h) \pi R^2 + \\
 &+ P_{\text{АТМ}} S + \rho g (h_1 + \Delta h) S = \rho g h_1 \pi R^2 - \rho g h_1 \pi R^2 - \rho g \Delta h \pi R^2 + \\
 &+ P_{\text{АТМ}} S + \rho g h_1 S + \rho g \Delta h S = P_{\text{АТМ}} S + \rho g h_1 S + \rho g \Delta h S - \rho g \Delta h \pi R^2 = \\
 &> P_{\text{АТМ}} S + \rho g h_1 S + \rho g \Delta h (S - \pi R^2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V &= S(H - (h_1 + \Delta h)) + \frac{2}{3} \pi R^3 = SH - Sh_1 - S\Delta h + \frac{2}{3} \pi R^3 = \\
 &= SH - Sh_1 - S\left(\frac{2}{3}R\right) + \frac{2}{3} \pi R^3 = SH - Sh_1 + \frac{2}{3} R (\pi R^2 - S) \\
 \pi R^2 - S &= \frac{3(V - S(H - h_1))}{2R}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_B - F_H &= P_{\text{АТМ}} S + \rho g h_1 S + \rho g \Delta h (S - \pi R^2) = \\
 &= P_{\text{АТМ}} S + \rho g h_1 S - \frac{3 \rho g \Delta h (V - S(H - h_1))}{2R} = P_{\text{АТМ}} S + \rho g h_1 S - \\
 &- \rho g (V - S(H - h_1)) = P_{\text{АТМ}} S + \rho g (h_1 S - V + SH - h_1 S) = \\
 &= P_{\text{АТМ}} S + \rho g (SH - V) = 10^5 \cdot 20 \cdot 10^{-6} + 10000 (2,5 \cdot 20 \cdot 10^{-6} - \\
 &- 8 \cdot 10^{-3}) = 2 \text{ Н} + 10^4 (5 \cdot 10^{-5} - 8 \cdot 10^{-3}) = \\
 &= 2 + 5 \cdot 10^{-1} - 80 = 2,5 - 80 = -77,5 \text{ Н}
 \end{aligned}$$

ОТВЕТ: СИЛА БУДЕТ ДЕЙСТВОВАТЬ ВВЕРХ РАВНА
77,5 Н



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$v_0 = 12 \text{ м/с}$$

$$h = 12 \cdot 1,6 - \frac{10 \cdot 1,6^2}{2} = 19,2 - 10 \cdot 0,64 = 19,2 - 6,4 = 12,8$$

$$h = 12 \cdot 0,8 - \frac{10 \cdot 0,8^2}{2} = 9,6 - 3,2 = 6,4$$

$$gh = \frac{v_0^2}{2} - \frac{v^2}{2} = \frac{144}{2} - \frac{16}{2} = 72 - 8 = 64$$

$$9,6 - 10 \cdot 0,32 = 9,6 - 3,2 = 6,4$$

$$v(t) = v_0 - gt$$

$$v(t) = \pm 4 \text{ м/с}$$

$$4 = 12 - 10t$$

$$10t = 8$$

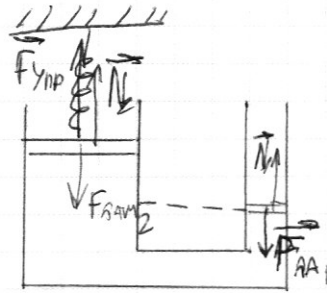
$$t = 0,8$$

$$mgh = \Delta E_{\text{кин}} = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{mv^2}{2}$$

$$10 \cdot 1,2 = 1,2$$

$$h = v_0 \cdot t - \frac{gt^2}{2} = 0,8 \cdot 12 - \frac{10 \cdot 0,8^2}{2} = 9,6 - 3,2 = 6,4$$

$$h = 1,8 \cdot 12 - \frac{10 \cdot 1,8^2}{2} = 21,6 - 16,2 = 5,4$$



$$N_1 = \frac{P_{ATM} S}{2} + mg$$

$$N_2 = P_{ATM} S$$

$$F_{гидр} + N_2 - F_{ATM2} = 0$$

$$F_{ATM2} = P_{ATM} S$$

$$N_1 - F_{ATM1} = 0$$

$$F_{ATM1} = P_{ATM} \cdot \frac{S}{2}$$

$$V_0 = x \cdot S = y \cdot \frac{S}{2} \quad x \cdot k + N_2 - P_{ATM} S = 0 \quad N_1 = \frac{P_{ATM} S}{2}$$

$$y = 2x$$

$$N_2 = P_{ATM} S - xk$$

$$h = 3x$$

$$P_{гидр} = N_1 / \frac{S}{2} = P_{ATM}$$

$$P_1 = \frac{N_2}{S} + \rho g h = \frac{P_{ATM} S - xk}{S} + \rho g h$$

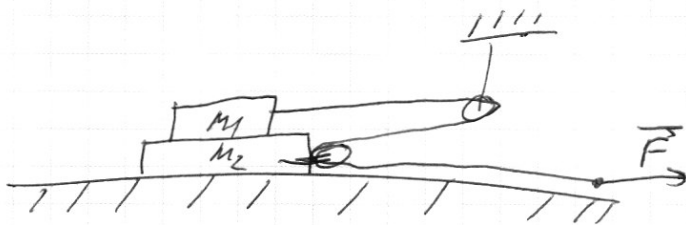
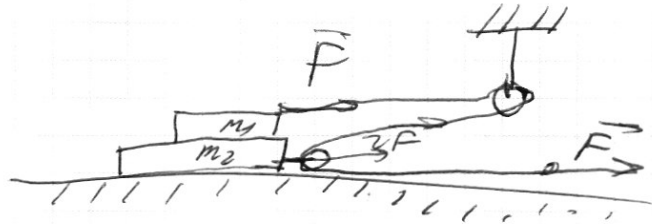
$$P_{ATM} = \frac{P_{ATM} S - xk}{S} + \rho g h$$

$$P_{ATM} = P_{ATM} - \frac{xk}{S} + \rho g h$$

$$\rho g h = \frac{xk}{S}$$

$$k = \frac{\rho g h S}{x} \quad x = \frac{\rho g h S}{k}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



~~$F = ma$~~
 ~~$2F = 2ma$~~
 $F = 2ma$
 ~~$2F = 3ma$~~

$F - 2\mu mg = 2ma_1$
 $2F - 5\mu mg = 3ma_2$

$2F - \mu 5mg = 3ma$

$a_1 = \frac{F}{2m} - \mu g$

$a_2 = \frac{2F}{3m} - \frac{5\mu g}{3}$

$a_1 < a_2$

$\frac{F}{2m} - \mu g < \frac{2F}{3m} - \frac{5\mu g}{3}$

$\frac{5\mu g}{3} - \mu g < \frac{2F}{3m} - \frac{F}{2m}$

$\frac{2\mu g}{3} < \frac{4F - 3F}{6m}$

~~$\frac{2F - \mu 5mg}{F} = \frac{3}{2}$~~

~~$2 - \frac{5\mu mg}{F} = \frac{3}{2}$~~

$\frac{5\mu mg}{F} = \frac{1}{2}$

~~$F > \frac{12\mu mg}{3} = 4\mu mg$~~

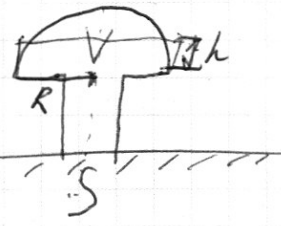
$\frac{2\mu g}{3} < \frac{F}{6m}$

$$= P_{ATM} S + \rho g h_1 S + \rho g \Delta h (S - \pi R^2) =$$

$$= P_{ATM} S + \rho g h_1 S + \frac{3 \rho g \Delta h (V - S(H - h_1))}{2R}$$

$$= P_{ATM} S + \rho g h_1 S - \rho g (V - S(H - h_1)) =$$

$$V_{COEP61} = \frac{2}{3} \pi R^3$$



~~$P_{ATM} S + \rho g h$~~

$$V_g = V_{COEP61} = \frac{2}{3} \pi R^3$$

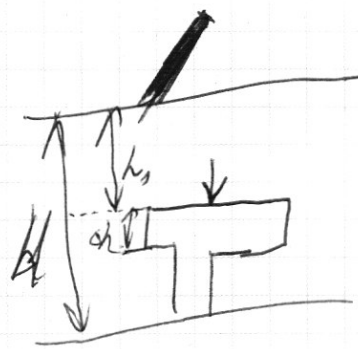
$$= P_{ATM} S + \rho g (h_1 S - V + S(H - h_1)) =$$

$$h = \frac{2}{3} R$$

$8 \text{ m}^3 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$

$$= P_{ATM} S + \rho g (h_1 S - V + S(H - h_1))$$

$$V = SH - Sh_1 - S\Delta h + \frac{2}{3} \pi R^3$$



$$V = SH - Sh_1 - \frac{2}{3} S R + \frac{2}{3} \pi R^3 =$$

$$= S(H - h_1) + \frac{2}{3} R (\pi R^2 - S) \quad \underline{F_0} = (P_{ATM} + \rho g h_1) \cdot \pi R^2$$

$$\frac{3(V - S(H - h_1))}{2R} = \pi R^2 - S \quad \underline{F_H} = (P_{ATM} + \rho g (h_1 + \Delta h)) \cdot (\pi R^2 - S)$$

$$V = S(H - (h_1 + \Delta h)) + \frac{2}{3} \pi R^3$$

$$\Delta h = \frac{2}{3} R$$

$$F_0 - F_H = (P_{ATM} + \rho g h_1) \pi R^2 - (P_{ATM} + \rho g (h_1 + \Delta h)) (\pi R^2 - S) =$$

$$= \cancel{P_{ATM} \pi R^2} + \rho g h_1 \pi R^2 - \cancel{P_{ATM} \pi R^2} - \rho g (h_1 + \Delta h) \cdot \pi R^2 +$$

$$+ P_{ATM} S + \rho g (h_1 + \Delta h) S = \rho g h_1 \pi R^2 - \rho g h_1 \pi R^2 - \rho g \Delta h \pi R^2 +$$

$$+ P_{ATM} S + \rho g h_1 S + \rho g \Delta h S = (P_{ATM} S) + \rho g h_1 S + \rho g \Delta h S - \rho g \Delta h \pi R^2 =$$