Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

Вариант 09-01

Шифр

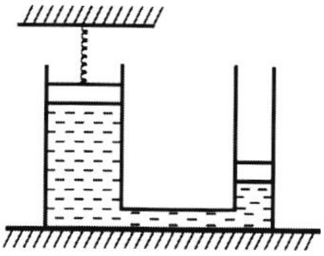
(заполняется секретарём)

1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 12$ м/с.

1) Через какое время t после старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?
2) На какой высоте h, отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности ρ. На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Разность уровней жидкости в сосудах равна h. Площадь сечения левого поршня S, правого $S/2$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g.

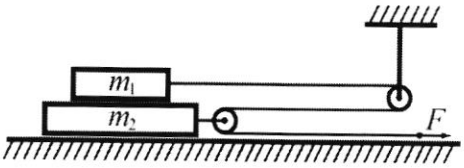


1) Найдите деформацию x пружины.
2) Найдите массу m груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.

3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты $h = 0{,}5R$, здесь R – радиус планеты. Плотность планеты ρ. Гравитационная постоянная G. Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $2R$ от центра планеты.
2) Найдите период T обращения спутника.

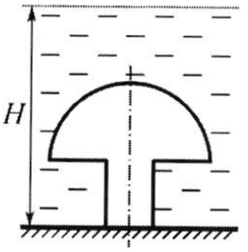
4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков $m_1 = 2m$, $m_2 = 3m$. Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен μ. Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



1) Найдите величину F_0 горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.
2) Найдите величину F минимальной силы, при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

5. Ко дну бассейна глубиной H=2,5 м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объем конструкции $V = 8$ дм^3, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей $S = 20$ см^2. Плотность воды $\rho = 1$ г/см^3, атмосферное давление $P_0 = 100$ кПа.

Ускорение свободного падения g =10 м/с^2.



1) Найдите давление P_1 вблизи дна.
2) Найдите величину F силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

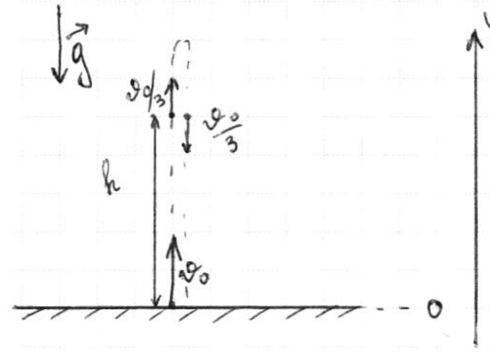
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.



1) Заметим, за весь полёт будет два момента, когда тело имеет скорость, по величине равную $v_0/3$. Один из них – до момента, когда оно поднимется на максимальную высоту, а другой – после, причём две точки траектории, в которых тело имеет скорость $\frac{v_0}{3}$, находятся на одной и той же высоте h, это следует из ЗСЭ. ~~Пусть время подъёма на максимальную высоту – τ тогда (т.к. в наивысшей точке скорость тела равна нулю) $\tau = \frac{v_0}{g}$~~, Пусть время от момента броска до первого момента, когда скорость равна $\frac{v_0}{3}$, равно t_1, тогда: I) $v_0 - gt_1 = \frac{v_0}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{2}{3}\frac{v_0}{g}$.

Когда тело падает, знак проекции $\frac{v_0}{3}$ меняется на отрицательный, и, если от момента броска до II момента, когда скорость по величине равна $\frac{v_0}{3}$, прошло t_2, то II) $v_0 - gt_2 = -\frac{v_0}{3} \Rightarrow t_2 = \frac{4}{3}\frac{v_0}{g}$

2) $h = \frac{v_0^2 - \left(\frac{v_0}{3}\right)^2}{2g} = \frac{v_0^2 - \frac{1}{9}v_0^2}{2g} = \frac{4}{9}\frac{v_0^2}{g}$

Подставим численные значения:

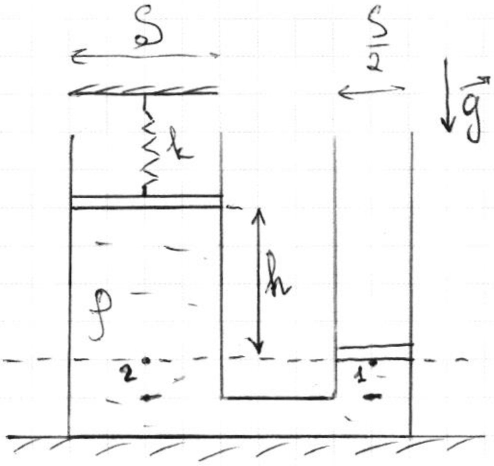
$t_1 = \frac{2}{3}\frac{v_0}{g} = \frac{2}{3}\cdot\frac{12\,\frac{м}{с}}{10\,\frac{м}{с^2}} = 0{,}8\text{ с}$

$t_2 = \frac{4}{3}\frac{v_0}{g} = \frac{4}{3}\cdot\frac{12\,\frac{м}{с}}{10\,\frac{м}{с^2}} = 1{,}6\text{ с}$

$h = \frac{4}{9}\cdot\frac{\left(12\,\frac{м}{с}\right)^2}{10\,\frac{м}{с^2}} = 6{,}4\text{ м}$

Ответ: 1) 0,8 с и 1,6 с 2) 6,4 м

№2.



Рассмотрим точки 1 и 2, находящиеся на уровне поршня. Т.к. они находятся на одном уровне в одной и той же жидкости в сообщающихся сосудах, то давления в них равны.
(Атмосферное давление рассматривать не будем, его действие скомпенсировано) Запишем равенство давлений в точках 1 и 2:

$$p_1 = p_2$$

$$\cancel{g}\,0 = \rho g h - \frac{kx}{S} \Rightarrow x = \frac{\rho g h S}{k}$$

Когда пружина станет недеформированной, левый поршень поднимется на x, значит, объём жидкости в левом сосуде увеличится на xS, а в правом — уменьшится на ту же самую величину $\Rightarrow$ правый поршень опустится на $\frac{xS}{\frac{S}{2}} = 2x$. Таким образом, разность уровней жидкости в сосудах станет равной $h + x + 2x = h + 3x$. Вновь выберем две точки, находящиеся на уровне правого поршня и запишем равенство давлений в них, учитывая, что пружина недеформирована, а на правом поршне — груз массой m:

$$p_л = p_п$$

($p_л$ — давл. в левой т., $p_п$ — давл. в прав. точке)

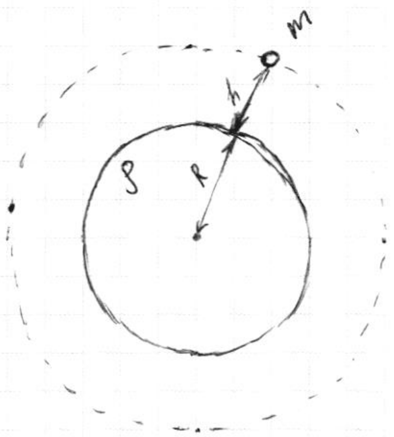
$$\rho g(h+3x) = \frac{2mg}{S} \Rightarrow m = \frac{1}{2}\rho(h+3x)S = \frac{1}{2}\rho\left(h+3\frac{\rho g h S}{k}\right)S =$$

$$= \frac{1}{2}\rho h S\left(1+3\frac{\rho S g}{k}\right)$$

Ответ: 1) $x = \frac{\rho g h S}{k}$ 2) $m = \frac{1}{2}\rho h S\left(1+3\frac{\rho S g}{k}\right)$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.



Пусть масса спутника m, масса планеты - M.

$M = \rho V = \frac{4}{3}\rho\pi R^3$

1) $g = G\frac{M}{(2R)^2} = G\frac{M}{4R^2} = \frac{1}{3}G\rho\pi R$

(Из з-на всемирного тяготения)

2) Пусть центростремительное ускорение спутника равно a. Тогда:

$F_{прит} = ma = G\frac{Mm}{(R+h)^2} = G\frac{Mm}{(1,5R)^2} = G\frac{Mm}{2,25R^2} = \frac{4}{9}G\frac{Mm}{R^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow a = \frac{4}{9}G\frac{M}{R^2} = \frac{4}{9}G\cdot\frac{4}{3}\rho\pi R = \frac{16}{27}G\rho\pi R$

Из того, что спутник вращается по окружности: (ω - угловая скорость вращения)

$a = \omega^2(R+h) = 1,5\omega^2 R \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2}{3}\frac{a}{R}}$

$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{2}{3}\frac{a}{R}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{2}{3}\cdot\frac{16}{27}G\rho\pi}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{32}{81}G\rho\pi}} = \frac{9}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2G\rho}}$

Ответ: 1) $\frac{1}{3}G\rho\pi R$ 2) $\frac{9}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2G\rho}}$

№5.

1) $P_1 = P_{гидростат} + P_{атмосф.} = \rho g H + P_0 = 1000 \frac{кг}{м^3} \cdot 10 \frac{Н}{кг} \cdot 2{,}5 м + 100 кПа = 25 кПа + 100 кПа = 125 кПа$

2) Мысленно заменим тело в бассейне ~~то~~ водой, так, чтобы она заняла весь объём, занимаемый тело. Система окажется в равновесии, ведь просто весь бассейн будет занят водой. Рассмотрим силы, действующие на мысленно введённый объём воды: на него действует сила Архимеда со стороны окружающей его жидкости, равная $\rho g V$ и направленная вверх, и сила тяжести, равная $\rho V g$ и ~~д~~ направленная противоположно силе Архимеда – вниз. Значит, ~~его~~ на конструкцию, погружённую в воду, также действует та же „сила Архимеда" ~~...~~ $\rho V g$ за вычетом $p_1 S$ – ведь ~~в~~ конструкция ~~ти~~ приклеена ко дну и вода под неё не подтекает.

Итак, $F = \rho V g - p_1 S = 1000 \frac{кг}{м^3} \cdot 8 \cdot 10^{-3} м^3 \cdot 10 \frac{Н}{кг} - 125 кПа \cdot 20 \cdot 10^{-4} м^2 = 80 Н - 250 Н = -170 Н$

– знак „–" $\Rightarrow$ сила F направлена „вниз", ведь за положительное направление мы взяли направление действия силы Архимеда, а она направлена вертикально вверх.

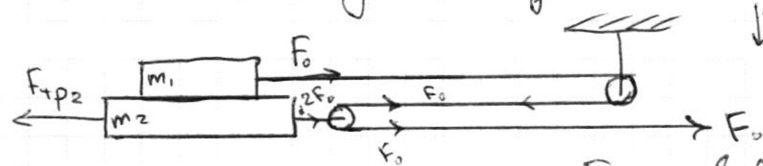
Ответ: 1) 125 кПа 2) $F = -170 Н$

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4.

1) Чтобы между брусками не было трения, ~~необх~~ а нижний при этом скользил по столу, необходимо, чтобы их ускорение в СО, связанной со столом, были равны: ~~а во~~



Тогда*: $\begin{cases} F_0 = m_1 a \\ 2F_0 - F_{тр2} = m_2 a \end{cases}$

*a – ускорение каждого из брусков в СО „стол"

$$\begin{cases} F_0 = 2ma \\ 2F_0 = 3ma + \cancel{8}(m_1+m_2)\mu g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_0 = 2ma \\ 2F_0 = 3ma + 5m\mu g \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow ma = 5m\mu g \Rightarrow F_0 = 10m\mu g$$

2) Чтобы верхний брусок двигался влево относительно нижнего, необходимо, чтобы его ускорение a_1, в СО стола направленное вправо, было меньше a_2 – ускорения нижнего бруска, в СО стола также направленного вправо.

$$a_1 = \frac{F - 2m\mu g}{2m} = \frac{1}{2}\frac{F}{m} - \mu g$$

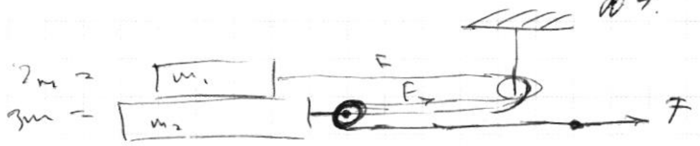
$$a_2 = \frac{2F - 5m\mu g}{3m} = \frac{2}{3}\frac{F}{m} - \frac{5}{3}\mu g$$

$$a_1 < a_2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\frac{F}{m} - \mu g < \frac{2}{3}\frac{F}{m} - \frac{5}{3}\mu g \Rightarrow \frac{1}{6}\frac{F}{m} > \frac{2}{3}\mu g$$

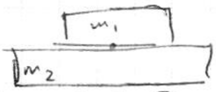
$F > 4m\mu g \Rightarrow$ min сила F – $4m\mu g$

Ответ: 1) $10m\mu g$ 2) $4m\mu g$.

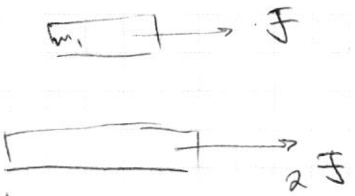
№4.



μ



$F_{тр.} = 0$ если бруски относ. др. др. неподвижны — силы равны.



$F = m_1 a_1$

$2F = (m_2 + m_1) a_2$

$a_1 = a_2$?

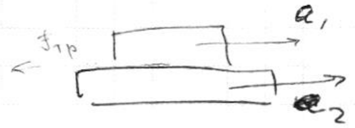
$$\begin{cases} m_1 a_1 = F - F_{тр1} \\ (m_2+m_1) a_2 = 2F - F_{тр2} \end{cases}$$

$2ma_1 = F - 2\mu mg$

$5ma_2 = 2F - 5\mu mg$

$a_1 = \frac{F - 2\mu mg}{2m}$

$a_2 = \frac{2F - 5\mu mg}{5m}$



$F = 2ma_1$

$2F - 5\mu mg = 5ma_2$

$a_1 = a_2 = a$

$3\mu mg = ma$

$2F = 4ma$

$2F = 5ma +$

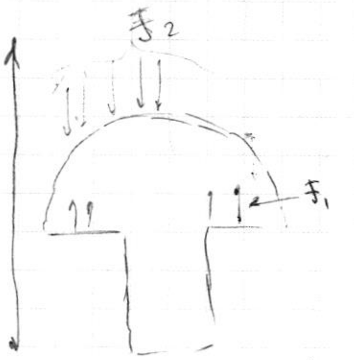
$\frac{2}{3} \cdot \frac{16}{27} = \frac{32}{81}$

$$\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{32}{81} G\rho\pi}} = \frac{2\pi}{\frac{4}{9}\sqrt{2G\rho\pi}} = \frac{18\pi}{4\sqrt{2G\rho\pi}} = \frac{9}{2}\frac{\pi}{\sqrt{2G\rho\pi}} = \frac{9}{2}\sqrt{\frac{\pi^2}{2G\rho\pi}} = \frac{9}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2G\rho}}$$

$32 = 2^4 \cdot 2$

$Н \cdot \frac{м^3}{кг^2} \cdot \frac{кг}{м^2} = кг \cdot \frac{м}{с^2} \cdot \frac{м^3}{кг^2} \cdot \frac{кг}{м^2} = \frac{1}{с^2}$

№5



$p_1 = \rho g H$

$F_1 =$

$F_{Арх} = \rho g V$

$Mg = \rho g V$

$F_a = \rho g V$

$\rho g V - p_1 S$

$\boxed{Атм}$?

$p_1 = \rho g H + P_0$

~~Действ. сил. ... сосуда~~

$\rho g V + (p_1 S)$

$F = pS \quad \frac{Н}{м^2}$

$10000 \cdot 2{,}5 = 250000$

$1000 \cdot 8 \cdot 10^{-3} \cdot 10$

$125000 \cdot 10^{-4} \cdot 20$

$125 \cdot 2 = 2$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

I) $v_0 - gt = \frac{v_0}{3}$

II) gt

$1{,}5 \times 1{,}5 = 2{,}225$

$2{,}25 = 2\frac{1}{4} = \frac{9}{4}$

Время подъёма τ на max h: $\tau = \frac{v_0}{g}$

I) $v_0 - gt = \frac{v_0}{3}$ I) $\frac{2}{3}v_0 = gt \Rightarrow t = \frac{2}{3}\frac{v_0}{g}$

II) $gt_1 = \frac{v_0}{3} \Rightarrow v_0 + tg = \frac{v_0}{3}$

$t_1 + \tau = t_2 = \frac{1}{3}\frac{v_0}{g} + \frac{v_0}{g} = \frac{4}{3}\frac{v_0}{g}$

$\frac{4}{9} \cdot \frac{144}{10}$ $576 : 90 = 6{,}4$

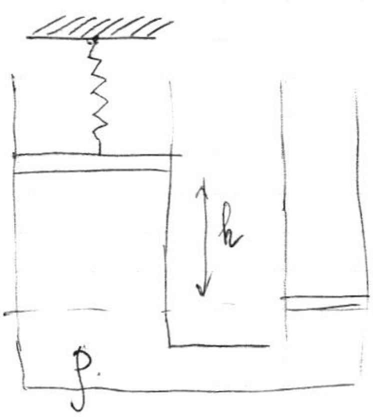
$h = v_0 gt - \frac{gt^2}{2}$

I) $h = v_0 \cdot \frac{2}{3}\frac{v_0}{g} - \frac{4v_0^2}{2 \cdot 9 \cdot g} = \frac{v_0^2}{g}\left(\frac{2}{3} - \frac{2}{9}\right)$

II) $h = \frac{v_0^2 + v_0^2/3}{2g}$

$h = v_0 \cdot \frac{4}{3}\frac{v_0}{g} - \frac{16 v_0^2}{2 \cdot 9 g} = \frac{v_0^2}{g}\left(\frac{4}{3} - \frac{8}{9}\right) = \frac{12-8}{9} = \frac{4}{9}$

№2.



1) Пр. раст. (из 2 вопр.)

$a = \frac{\omega^2}{R} R$

ρg

$p_1 = \rho g x + \rho g h - k\Delta x$

$p_2 = \rho g x$

$\rho g h = k\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{\rho g h}{k}$

$\Delta x \cdot S = (2\Delta x)\frac{S}{2}$

$H \frac{м^2}{кг^2} \cdot \frac{кг}{м^3} \cdot м$

$\rho g \Delta x + \rho g h = 2\rho g \Delta x$

№3.

$mg = G\frac{Mm}{R^2}$

$M = \rho V = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$

$g = G\frac{M}{R^2}$

$T = \frac{2\pi}{\omega}$

$F = G\frac{m_1 m_2}{r_{12}} = G\frac{Mm_2}{r_{12}}$ $\omega^2 = \sqrt{\frac{2}{3}\frac{a}{R}}$

$mg = G\frac{m_1 m_2}{r_{12}} \Rightarrow g = \frac{GM}{r_{12}} = \frac{GM}{2R}$

$F = ma = G\frac{Mm}{R+h} = G\frac{Mm}{\frac{3}{2}R} \Rightarrow a = G\frac{M}{\frac{3}{2}R} = G\frac{\frac{4}{3}\pi R^3\rho}{\frac{3}{2}R} =$

$= G\frac{4}{3}\cdot\frac{3}{2} R^2 \pi\rho = 2\pi G R^2 \rho$

$a = \frac{\omega^2}{R} R$, $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{a}{R}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{2\pi G R^2 \rho}}$

$\omega = \sqrt{\frac{a}{R}}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

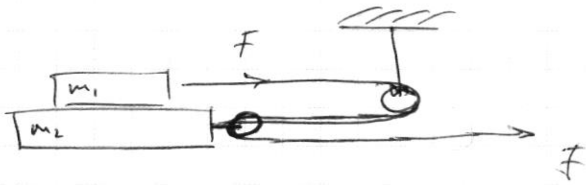
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

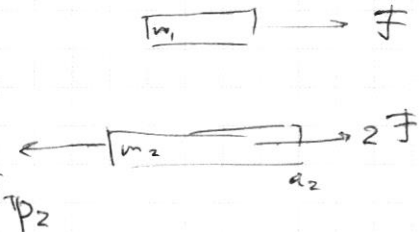
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

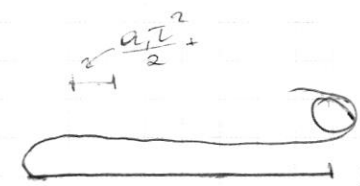
$|a_1 = a_2| \rightarrow F_{тр} \rightarrow 0$





$F_{тр_2} = (m_1 + m_2) g \cdot \mu = 5\mu m g$

$2F_0 =$



$a_2 \quad \frac{a_2\tau^2}{2} \quad \frac{a_2\tau^2}{4}$

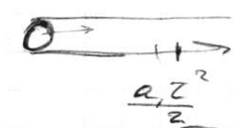
$2 \cdot \frac{a_2\tau^2}{2} + \frac{a_1\tau^2}{2}$

$m_1 - a_1$

$m_2 - a_2$

$F = m_1 a_1 \quad - 2ma_1$

$-5m\mu g + 2F = 5m a_2$



$a_1 = \frac{F}{m_1} + a_2$

$3m a_2 = 2F - 5m\mu g$

$a_2 = \frac{2}{5}\frac{F}{m_2} - \frac{\mu m g}{m_2}$

$F_{тр} \to 0 \rightarrow$ 1 тогда 2 не едет

$a_1 m_1 = F$

$a_2 m_2 = 2F - F_{тр_2} = 2F - ?$

$\mu m_1 g - F = 0$

$F = \mu m_1 g = 2m\mu g$

$\mu m_1 g > F$

$2\mu m g > F$

$\mu(5m) g = 2F \Rightarrow F =$

$2F \geq 5m\mu g$

$\mu m_1 g + 2F = 5\mu m g$

$F \geq 2{,}5 m\mu g$

$F = a_1 m_1 \quad - a_2 \cdot 2F - 5\mu m g \quad (2am) = F$

$\cancel{2am} \quad \cancel{3am}$

$3am = F - 5\mu m g$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$2F = 4ma \Rightarrow ma = 5$

~~$2ma_1 = F$~~

$2F - \mu m_1 g - \mu(m_1+m_2)g = m_2 a_2$

$2F - 2m\mu g - 5m\mu g = 3ma_2$

$F \geq 3{,}5 m\mu g$ ~~$+3ma_2$~~

$\frac{F - 2m\mu g}{2m} < \frac{2F - 5m\mu g}{3m}$

$\frac{F}{2m} - \mu g < \frac{2}{3}\frac{F}{m} - \frac{5}{3}\mu g$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)