

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

Вариант 09-01

Шифр

(заполняется секретарём)

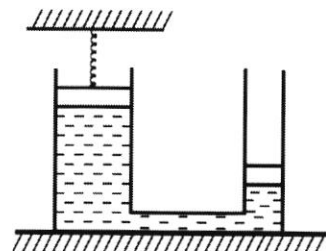
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 12$ м/с.

1) Через какое время t после старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?

2) На какой высоте h , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности ρ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Разность уровней жидкости в сосудах равна h . Площадь сечения левого поршня S , правого $S/2$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g .



1) Найдите деформацию x пружины.

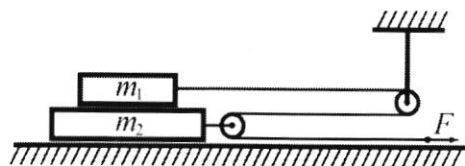
2) Найдите массу m груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.

3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты $h = 0,5R$, здесь R – радиус планеты. Плотность планеты ρ . Гравитационная постоянная G . Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $2R$ от центра планеты.

2) Найдите период T обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков $m_1 = 2m$, $m_2 = 3m$. Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен μ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



1) Найдите величину F_0 горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.

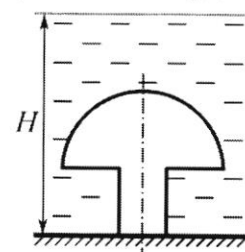
2) Найдите величину F минимальной силы, при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

5. Ко дну бассейна глубиной $H=2,5$ м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции $V = 8$ дм³, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей $S = 20$ см². Плотность воды $\rho = 1$ г/см³, атмосферное давление $P_0 = 100$ кПа.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

1) Найдите давление P_1 вблизи дна.

2) Найдите величину F силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. Дано:

$$v_{0y} = 12 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$|v_1| = \frac{1}{3} v_0$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Найти:

t, h

Решение: v_{1y} — проекция скорости камня на ось Y; по величине равна $\frac{v_0}{3}$

$$1) v_{1y} = v_{0y} - gt \rightarrow gt = v_{0y} - v_{1y} \rightarrow t = \frac{v_{0y} - v_{1y}}{g}$$

$$v_{1y} = +\frac{1}{3} v_{0y}$$

$$t = \frac{v_{0y} - \frac{1}{3} v_{0y}}{g} = \frac{2}{3} \cdot \frac{v_{0y}}{g} \rightarrow t = \frac{2}{3} \cdot \frac{12 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 0,8 \text{ с}$$

$$v_{1y} = -\frac{1}{3} v_{0y}$$

$$t = \frac{v_{0y} + \frac{1}{3} v_{0y}}{g} = \frac{4}{3} \cdot \frac{v_{0y}}{g} \rightarrow t = \frac{4}{3} \cdot \frac{12 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 1,6 \text{ с}$$

2) пусть при старте камень имеет нулевую потенциальную энергию

$$\text{тогда } \frac{m v_0^2}{2} \text{ (в момент старта)} = \frac{m \left(\frac{v_0}{3}\right)^2}{2} + mgh$$

$$2gh = \frac{8}{9} v_0^2 \rightarrow h = \frac{4 v_0^2}{9g} \rightarrow h = \frac{4 \cdot 12^2 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}}{9 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = \frac{4^3 \text{ м}}{10} = 6,4 \text{ м}$$

Ответ: 1) $t = 0,8 \text{ с}$ или $t = 1,6 \text{ с}$; 2) $h = 6,4 \text{ м}$.

2. Дано:

ρ, k, h, S, g

Найти:

x, m

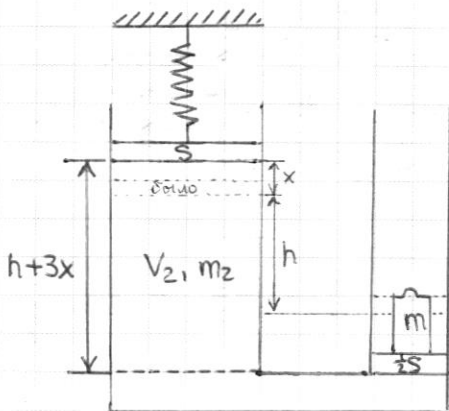
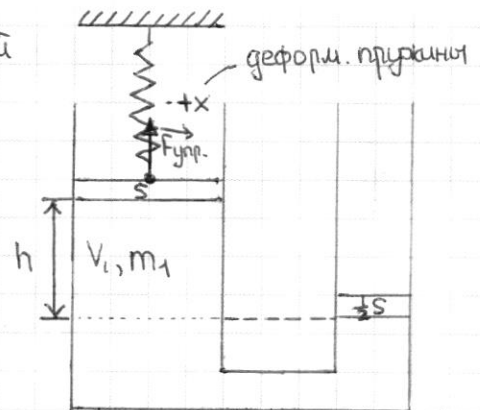
Решение:

Без пружины уровень воды в левой части понизился бы \rightarrow пружина растянута.

Пружина удерживает с помощью силы упругости слой воды высотой h и массой $m_1 \rightarrow kx = m_1 g; m_1 = \rho V_1 = \rho h S$

$$kx = \rho h S g \rightarrow x = h \frac{\rho g S}{k}$$

Если пружина станет недеформированной, уровень воды в левой части поднимется на x ; соответственно, справа уровень опустится на $2x$ (т.к. объём воды неизменен, а правый сосуд имеет вдвое меньшую площадь, чем левый).



Разность уровней воды в сосудах вырастет на $3x$.

Пружина не деформирована \rightarrow сила упругости равна нулю \rightarrow всю "лишнюю" воду слева держит груз.

$$m_1 g = m_2 g \quad m = m_2$$

Давление груза равно давлению столба воды высотой $h+3x$.

$$\frac{2}{S} m g = \rho g (h+3x) \rightarrow m = \rho \frac{S}{2} (h+3x) \rightarrow m = \rho \frac{S}{2} h \left(1 + 3 \frac{\rho g S}{k}\right)$$

Ответ: $x = h \frac{\rho g S}{k}, m = \rho \frac{S}{2} h \left(1 + 3 \frac{\rho g S}{k}\right)$.

3. Дано:
 R, ρ, G
 $h = 0,5R$

Решение:

1) $\begin{cases} \text{сила тяготения} = m \cdot g_{2R} & (m - \text{масса тела}) \\ \text{сила тяготения} = G \cdot \frac{mM}{(2R)^2} & (M - \text{масса планеты}) \end{cases}$

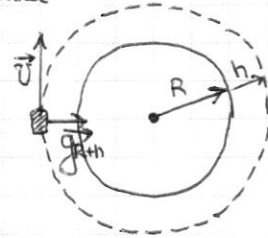
Найти:
 g_{2R}, T

$$m g_{2R} = G \frac{mM}{(2R)^2} \rightarrow g_{2R} = \frac{GM}{4R^2} = \frac{\rho G V}{4R^2} = \frac{\rho G \cdot \frac{4}{3}\pi R^3}{4R^2} = \frac{\pi}{3} \rho G R$$

2) Ускорение свободного падения для спутника является центростремительным.

$$g_{R+h} = a_{ц} \rightarrow \frac{GM}{(R+h)^2} = \frac{v^2}{R+h} = \frac{(\frac{c}{T})^2}{R+h}$$

(c - длина орбиты спутника)



$$\frac{c^2}{T^2} = \frac{GM}{R+h} \rightarrow T^2 = \frac{c^2(R+h)}{GM} = \frac{(2\pi(R+h))^2}{G\rho V} = \frac{4\pi^2 \cdot (1,5R)^3}{G\rho \frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{81\pi}{8\rho G} \rightarrow T = 9\sqrt{\frac{\pi}{8\rho G}}$$

Ответ: $g_{2R} = \frac{\pi}{3} \rho G R, T = 9\sqrt{\frac{\pi}{8\rho G}}$.

4. Дано:

m, μ
 $m_1 = 2m$
 $m_2 = 3m$

1) $F_{тр.1} = 0$
 2) $a_1 < a_2$

Найти:

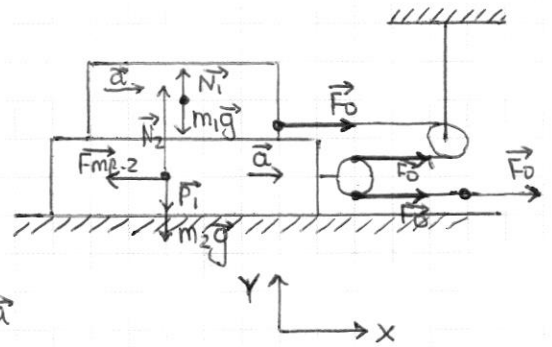
1) F_0
 2) F

Решение:

1) Сила трения равна между брусками равна нулю \rightarrow они дв. с равными ускорениями.

$$\begin{cases} m_1 \vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{F}_0 = m_1 \vec{a} \\ m_2 \vec{g} + \vec{P}_1 + \vec{N}_2 + 2\vec{F}_0 + \vec{F}_{тр.2} = m_2 \vec{a} \end{cases}$$

$F_{тр.2} = \mu N_2; P_1 = N_1$

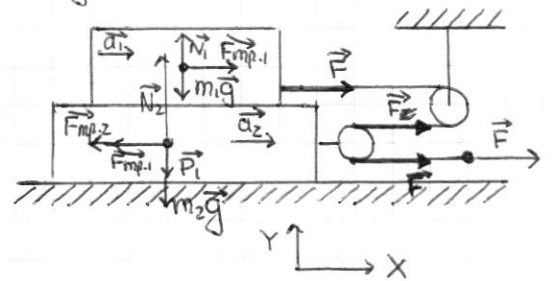


$$\begin{cases} (x) F_0 = m_1 a \\ (y) N_1 - m_1 g = 0 \rightarrow N_1 = m_1 g \rightarrow P_1 = m_1 g = 2mg \\ (x) 2F_0 - \mu N_2 = m_2 a \\ (y) N_2 - P_1 - m_2 g = 0 \rightarrow N_2 = P_1 + m_2 g \rightarrow N_2 = (m_1 + m_2)g = 5mg \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_0 = 2ma \\ 2F_0 - 5\mu mg = 3ma \end{cases} \quad \begin{cases} 3F_0 = 6ma \\ 4F_0 - 10\mu mg = 6ma \end{cases} \quad 3F_0 = 4F_0 - 10\mu mg \rightarrow F_0 = 10\mu mg$$

2) Верхний брусок дв. влево относительно нижнего \rightarrow для него сила трения направлена вправо.

$$\begin{cases} \vec{N}_1 + m_1 \vec{g} + \vec{F}_{тр.1} + \vec{F} = m_1 \vec{a}_1 \\ \vec{N}_2 + \vec{P}_1 + m_2 \vec{g} + \vec{F}_{тр.1} + \vec{F}_{тр.2} + 2\vec{F} = m_2 \vec{a}_2 \end{cases} \quad a_1 < a_2$$



$$\begin{cases} (x) \mu m_1 g + F = m_1 a_1 \\ (x) 2F - \mu m_1 g - \mu(m_1 + m_2)g = m_2 a_2 \end{cases} \quad a_1 < a_2$$

$$\frac{F}{m_1 + \mu mg} < \begin{cases} 2\mu mg + F = 2ma_1 \\ 2F - 7\mu mg = 3ma_2 \end{cases} \quad \frac{F}{2m} + 2\mu g < \frac{2F}{3m} - \frac{7}{3}\mu g \quad \frac{10}{3}\mu g < \frac{1}{6}\frac{F}{m} \quad F > 20\mu mg$$

Ответ: 1) $F_0 = 10\mu mg$; 2) $\min F = 20\mu mg$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5. Дано:

$$H = 2,5 \text{ м}$$

$$V = 8 \text{ дм}^3 \quad | \quad 8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$S = 20 \text{ см}^2 \quad | \quad 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$$

$$\rho = 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \quad | \quad 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$P_0 = 100 \text{ кПа}$$

Решение:

$$P_1 = P_0 + \rho g H$$

$$P_1 = 100 \text{ кПа} + 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}} \cdot 2,5 \text{ м} =$$

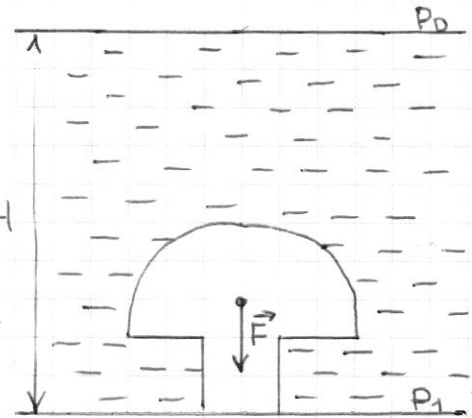
$$= 100 \text{ кПа} + 10^3 \cdot 25 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} =$$

$$= 125 \text{ кПа}$$

Найти:

$$P_1, F$$

Если бы конструкция не была прикреплена ко дну, на неё бы действовала сила Архимеда $F_{\text{Арх}}$, направленная вверх.



$$F_{\text{Арх.}} = \rho g V \rightarrow F_{\text{Арх.}} = 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}} \cdot 8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 80 \text{ Н}$$

Из-за клея вода не может попасть под конструкцию и оказать часть давления вверх. Поэтому теряется сила, равная $P_1 \cdot S = 125 \cdot 10^3 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 = 250 \text{ Н}$.

Тогда сила F равна $80 \text{ Н} - 250 \text{ Н} = -170 \text{ Н}$. Знак «минус» означает, что эта сила направлена вниз.

Ответ: $P_1 = 125 \text{ кПа}$, $F = 170 \text{ Н}$, направлена вниз.



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

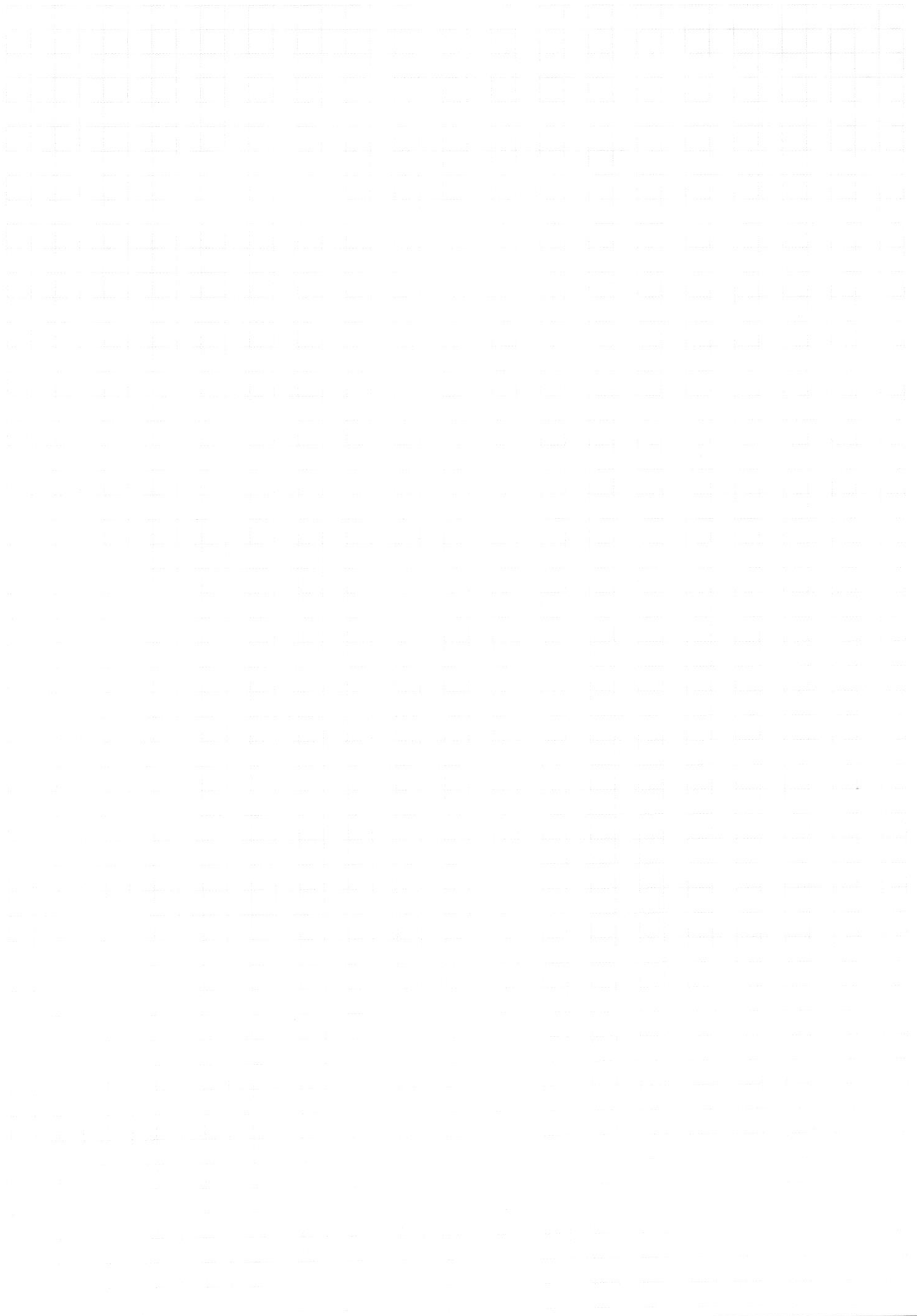
ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)





ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

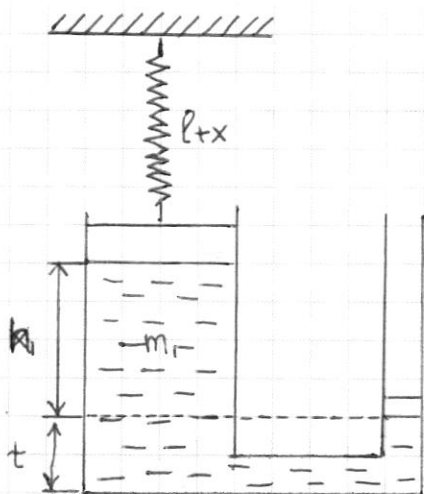
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.

$$1) \begin{cases} \Delta v = -\frac{2}{3}v_0 & t = -\frac{2}{3} \cdot \frac{v_0}{-g} = \frac{2v_0}{3g} & t = \frac{2 \cdot 12 \frac{m}{s}}{3 \cdot 10 \frac{m}{s^2}} = 0,8 \text{ c} \\ \Delta v = -\frac{4}{3}v_0 & t = -\frac{4}{3} \cdot \frac{v_0}{-g} = \frac{4v_0}{3g} & t = \frac{4 \cdot 12 \frac{m}{s}}{3 \cdot 10 \frac{m}{s^2}} = 1,6 \text{ c} \end{cases}$$

$$2) mgh + \frac{1}{2}m\left(\frac{v_0}{3}\right)^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 \quad 2gh = \frac{8}{9}v_0^2 \quad h = \frac{4v_0^2}{9g} \quad h = \frac{4 \cdot 12^2 \frac{m^2}{s^2}}{9 \cdot 10 \frac{m}{s^2}} = \frac{4^3 \cdot 12}{9 \cdot 10} = 6,4 \text{ м}$$

2.



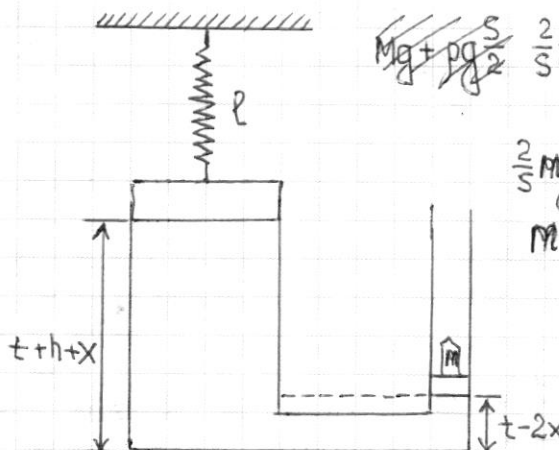
$$kx = m, g = \rho V_1 g = \rho S x g$$

$$x = h \frac{\rho S g}{k}$$

$$[G \frac{mM}{R^2}] = H = \frac{\mu \cdot k^2}{c^2}$$

$$[GmM] = H \cdot \mu^2 = \frac{k^2 \cdot \mu^3}{c^2}$$

$$[G] = \frac{\mu^3}{k^2 \cdot c^2} \quad [pG] = \frac{1}{c^2}$$



$$Mg + \rho g \frac{S}{2} \cdot \frac{2}{3}Mg + \rho(t-2x) = \rho(t+h+x)$$

$$\frac{2}{3}Mg = \rho(h+3x)$$

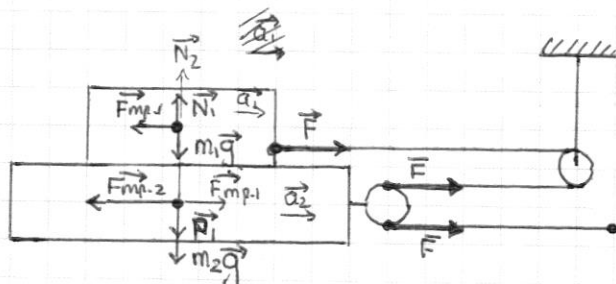
$$M = \frac{S}{2}(h+3x) \frac{\rho}{g}$$

$$3. mg = G \frac{mM}{(2R)^2} \rightarrow g_{2R} = \frac{GM}{4R^2} = \frac{G\rho V}{4R^2} = \frac{G\rho \frac{4}{3}\pi R^3}{4R^2} = \frac{\pi}{3} \rho GR$$

$$\frac{GM}{(1,5R)^2} = \frac{v^2}{R} = \frac{c^2}{T^2 R} = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2 R} = 4\pi^2 \frac{R^2}{T^2}$$

$$T = 4\pi^2 R^2 \cdot \frac{(1,5R)^2}{GM} = 9\pi^2 R^4 \cdot \frac{1}{G\rho \frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{27\pi}{4} \frac{R}{\rho G}$$

4.



$$\begin{aligned} \bar{N}_1 + m_1 \bar{g} &= \bar{0} & N_1 &= m_1 g = 2mg \\ \bar{N}_2 + \bar{P}_1 + m_2 \bar{g} &= \bar{0} & P_1 &= N_1 = 2mg \\ N_1 &= P_1 & N_2 &= 2mg + 3mg = 5mg \end{aligned}$$

$$m_1 \bar{a}_1 = \bar{F} + \bar{F}_{mp.1} \rightarrow a_1 = \frac{F - F_{mp.1}}{2m} = \frac{F}{2m} - \mu g$$

$$m_2 \bar{a}_2 = 2\bar{F} + \bar{F}_{mp.2} \rightarrow a_2 = \frac{2F - F_{mp.2}}{3m} = \frac{2F}{3m} - \frac{5}{3}\mu g$$

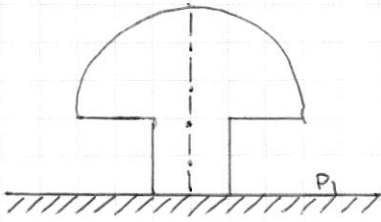
1) $a_1 = a_2$ $\frac{F}{2m} - \mu g = \frac{2F}{3m} - \frac{5}{3}\mu g \rightarrow \frac{F}{6m} = \frac{5}{3}\mu g \rightarrow F = 10\mu mg$

2) $a_1 < a_2$ $\frac{F}{2m} + \mu g < \frac{2}{3}\frac{F}{m} - \frac{5}{3}\mu g - \mu g \rightarrow \frac{1}{6}\frac{F}{m} > \frac{11}{3}\mu g \rightarrow F > 22\mu mg$ $\min F = 22\mu mg$

P_0

$$P_1 = P_0 + \rho g H$$

$$P_1 = 10^5 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} + 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}} \cdot 2,5 \text{ м} = 10^3 \cdot 125 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = 125 \text{ кПа}$$

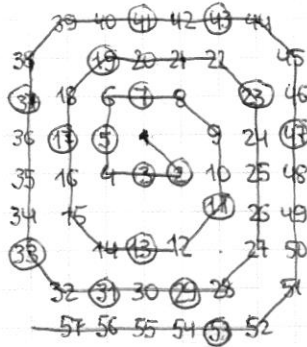
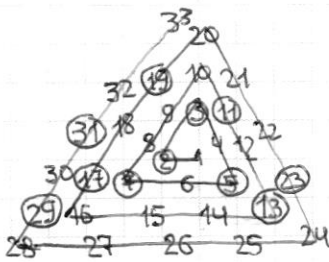
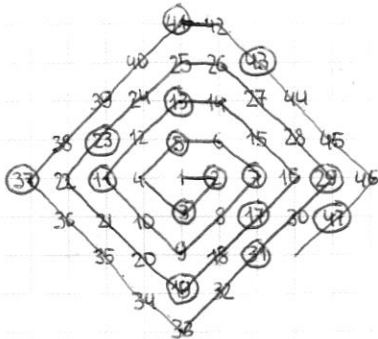


обычная архимедова сила $F_a = \rho g V$

$$F_a = 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}} \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 80 \text{ Н}$$

вычитаем то, что пошло из-за прикл. ко дну

$$F_{\text{вз}} = F_a - P_1 \cdot S = 80 \text{ Н} - 1,25 \cdot 10^5 \cdot 20 \cdot 10^{-4} \text{ Н} = 80 \text{ Н} - 125 \cdot 20 \text{ Н} = -130 \text{ Н}$$



ГМТ простых чисел по ф-ции $f(n: N) \leftrightarrow \mathbb{R}^2$

