Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

Вариант 09-01

Шифр

(заполняется секретарём)

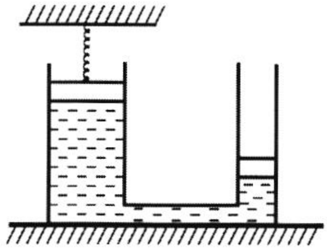
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 12$ м/с.

1) Через какое время t после старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?

2) На какой высоте h, отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности ρ. На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Разность уровней жидкости в сосудах равна h. Площадь сечения левого поршня S, правого $S/2$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g.



1) Найдите деформацию x пружины.

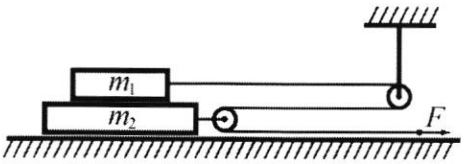
2) Найдите массу m груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.

3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты $h = 0{,}5R$, здесь R – радиус планеты. Плотность планеты ρ. Гравитационная постоянная G. Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $2R$ от центра планеты.

2) Найдите период T обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков $m_1 = 2m$, $m_2 = 3m$. Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен μ. Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



1) Найдите величину F_0 горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.

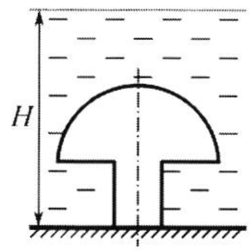
2) Найдите величину F минимальной силы, при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

5. Ко дну бассейна глубиной H=2,5 м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объем конструкции $V = 8$ дм^3, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей $S = 20$ см^2. Плотность воды $\rho = 1$ г/см^3, атмосферное давление $P_0 = 100$ кПа.

Ускорение свободного падения g =10 м/с^2.

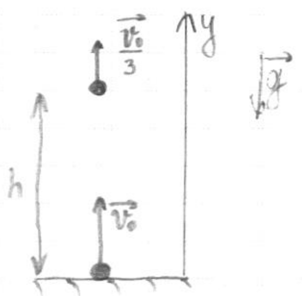
1) Найдите давление P_1 вблизи дна.

2) Найдите величину F силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1



1) $v_y = v_{0y} + g_y t$, $g_y = -g$; $v_{0y} = v_0$; $v_y = \frac{v_0}{3}$

$$\frac{v_0}{3} = v_0 - gt$$

$$gt = \frac{2}{3} v_0$$

$$t = \frac{2v_0}{3g}$$

$$t = \frac{2 \cdot 12}{3 \cdot 10} = 0,8 \ (c)$$

2) $y = y_0 + v_{0y} t + \frac{g_y t^2}{2}$, $y = h$; $y_0 = 0$; $v_{0y} = v_0$; $g_y = -g$

$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

~~$h = t$~~ $\quad h = \frac{2v_0^2}{3g} - \frac{g \cdot 4v_0^2}{2 \cdot 9g^2}$

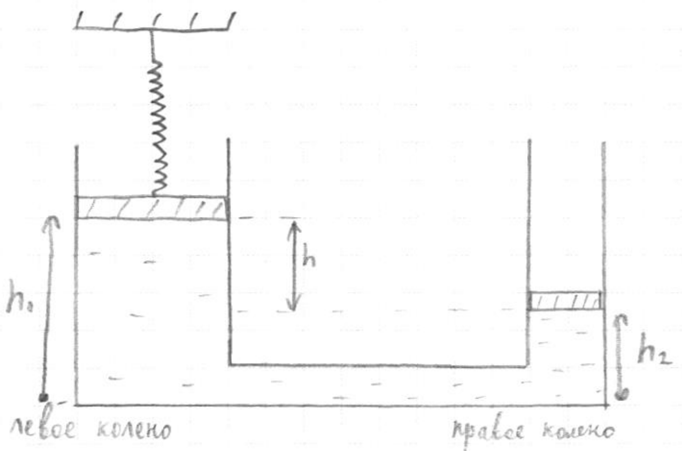
$$h = \frac{2v_0^2}{3g} - \frac{2v_0^2}{9g}$$

$$h = \frac{4v_0^2}{9g}$$

$$h = \frac{4 \cdot 12^2}{9 \cdot 10} = 6,4 \text{ (м)}$$

Ответ: $t = 0,8$ с; $h = 6,4$ м.

№2



1) $p_{л.к.} = p_{п.к.}$

$p_{л.к.} = p_{в.л.к.} - p_{пруж.}$, $p_{в.л.к.} = \rho g h_1$

$p_{пруж.} = \frac{F_{пруж.}}{S}$

$p_{п.к.} = p_{в.п.к.} = \rho g h_2$

$\rho g h_1 - \frac{F_{пр}}{S} = \rho g h_2$

$F_{пр.} = \rho g S (h_1 - h_2)$, $h_1 - h_2 = \Delta h$

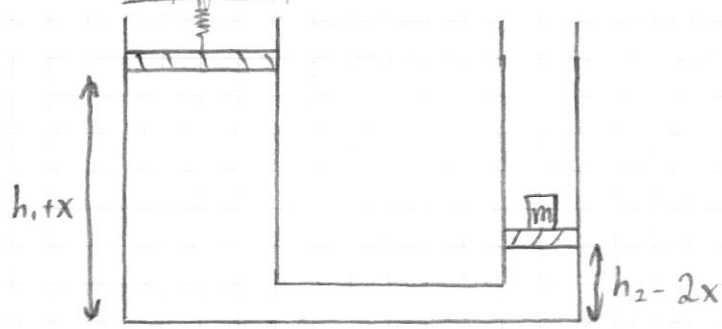
$F_{пр} = \rho g \Delta h S$, $F_{пр} = kx$

$kx = \rho g \Delta h S$

$x = \frac{\rho g \Delta h S}{k}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) Если на правом поршне лежит груз и пружина не деформирована:



Т.к. площадь попер. сеч. лев. колена в 2 раза меньше, чем правого, то изменение уровня воды в нём, относительно изначального, будет в два раза больше.

Т.е., если в л.к. вода поднимется на x м, то в п.к. — ~~опуст~~ опустится на $2x$ м.

$$p_{л.к.} = \rho g(h_1+x)$$

$$p_{п.к.} = \rho g(h_2-2x) + \frac{mg}{0{,}5S}$$

$$\rho g(h_1+x) = \rho g(h_2-2x) + \frac{2mg}{S}$$

$$S\rho g(h_1+x-h_2+2x) = 2mg$$

$$2mg = \rho g S(\Delta h+3x)$$

$$m = \frac{\rho S(\Delta h+3x)}{2}, \quad x = \frac{\rho g \Delta h S}{k}$$

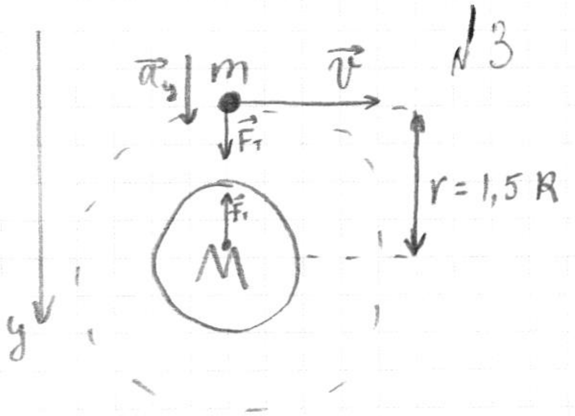
$$m = \frac{\rho S\left(\Delta h + \frac{3\rho g \Delta h S}{k}\right)}{2}$$

$$m = \frac{\rho S \Delta h\,(3\rho g \cancel{\Delta h} S + k)}{2k}$$

$$m = \frac{\rho S \Delta h (3\rho g S + k)}{2k}$$

Ответ: $x = \frac{\rho g \Delta h S}{k}$; $m = \frac{\rho S \Delta h (3\rho g S + k)}{2k}$

№3



m – масса спутника

M – масса планеты

L – длина орбиты

1) По II з. Ньютона:

$\vec{F}_T = m\vec{a}_y$

oy: $F_T = ma_y$

$a_y = \frac{F_T}{m}$, $F_T = G\frac{m \cdot M}{r^2}$

$a_y = \frac{GM}{r^2}$

$a_y = \frac{v^2}{r}$

$\frac{GM}{r^2} = \frac{v^2}{r}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \;; \quad v = \sqrt{\frac{GM}{1,5R}}$$

$$T = \frac{L}{v}, \quad L = 2\pi r = 3\pi R$$

$$T = \frac{3\pi R}{\sqrt{\frac{GM}{1,5R}}}$$

$$T = \sqrt{\frac{9\pi^2 R^2 \cdot 1,5R}{GM}}$$

$$T = \sqrt{\frac{12\pi^2 R^3}{GM}} \;; \quad M = \rho V = \frac{4\pi R^3 \rho}{3} \;; \quad T = \sqrt{\frac{12\pi^2 R^3 \cdot 3}{G \cdot 4\pi R^3 \rho}} = 3\sqrt{\frac{\pi}{G\rho}}$$

2) Если тело массой m находится на расст. 2R от поверх. планеты, то:

$$F_т' = mg$$

$$F_т' = G\frac{m \cdot M}{3^2 R^2} = \frac{G m \cdot M}{9R^2}$$

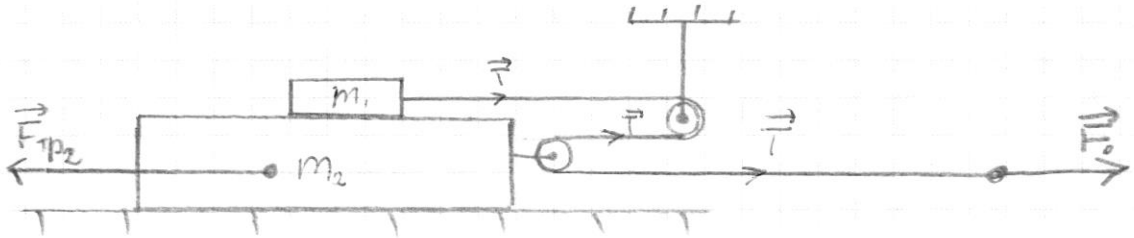
$$\frac{G m \cdot M}{9R^2} = mg$$

$$g = \frac{GM}{9R^2} = \frac{G \cdot 4\pi R^3 \rho}{3 \cdot 9R^2} = \frac{4 G\rho R\pi}{27}$$

Ответ: $\cancel{T = \sqrt{\frac{12\pi^2 R^2}{GM}}}$; $\cancel{g = \frac{GM}{9R^2}}$ $T = 3\sqrt{\frac{\pi}{G\rho}}$; $g = \frac{4G\rho R\pi}{27}$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

№4



1) Сила F_2, дейст. на 2-й брус, складывается из 2-х T – сил натяж. нити.

$F_2 = 2T$

F_1 (на 1-й брус) $= T$

Т.о., если $F_{тр_2}$ — сила трения, дейст. на 2-й брус, отсутствует, то на систему будет действовать только $F_{тр_1} = m_1 \mu = 3\mu m$.
Но $F_{тр_2} = 0$ только в том случае, если 2-й брус будет двигаться вместе с первым, т.е. $a_1 = a_2$, где

$\vec{a}_1 = \frac{\vec{T}_r}{m_1}$

$\vec{a}_2 = \frac{2\vec{T} + \vec{F}_{тр_1}}{m_2}$

$a_1 = \frac{T}{m_1}$

$a_2 = \frac{2T - 3\mu m_1}{m_2}$

$\frac{T}{m_1} = \frac{2T - 3\mu m_1}{m_2}$

$\frac{T}{2m} = \frac{2T - 3\mu \cdot 2m}{3m}$

$\frac{T}{2m} = \frac{2T - 6\mu m}{m}$

$T = 4T - 12\mu m$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

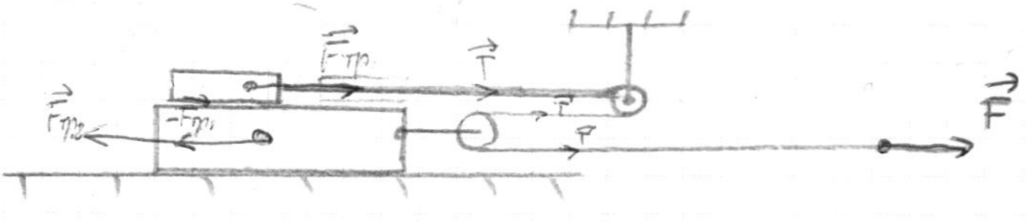
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$3T = 12\mu m$

$T = 4\mu m$, $T = \frac{1}{3}F$ (т.к. $F = F_1 + F_2$, где $F_2 = 2T$ и $F_1 = T$)

$F_0 = 12\mu m$

2) Для того, чтобы 1-й брусок двигался влево относительно 2-го, нужно, чтобы $a_1 < a_2$. В таком случае:



На 1-й брус действует $\vec{F}_{тр}$, направл. вправо. Тогда, по III з. Ньютона, на 2-й брус будет действовать $-\vec{F}_{тр_1}$ и $\vec{F}_{тр_2}$.

$$\vec{a}_1 = \frac{\vec{F}_{тр_1} + \vec{T}}{m_1}$$

$$\vec{a}_2 = \frac{-\vec{F}_{тр_1} + \vec{F}_{тр_2} + 2\vec{T}}{m_2}$$

$$a_1 = \frac{\mu m_1 + T}{m_1}$$

$$a_2 = \frac{-\mu m_2 - \mu m_1 + 2T}{m_2}$$

$$a_1 = \frac{2\mu m + T}{2\mu m}$$

$$a_2 = \frac{2T - 3\mu m - 2\mu m}{3m} = \frac{2T - 5\mu m}{3m}$$

$$\frac{2T-5\mu mg}{3m} > \frac{2\mu mg+T}{2m} \quad \Big| \times 6m$$

$4T - 10\mu mg > 6\mu mg + 3T$

$T > 16\mu mg$

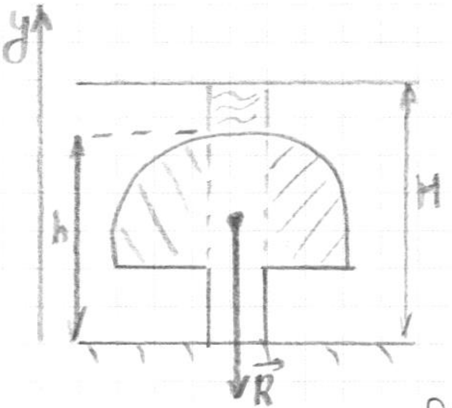
А т.к. ~~F~~ $\Rightarrow$ $F = 3T$, то

$F > 48\mu mg$

~~От~~ Значит, при $F \to 48\mu mg$ нижний брусок скользит по столу, а верхний двигается влево относ. ниж.

Ответ: $F_0 = 12\mu mg$; F стремится к $48\mu mg$, где $F > 48\mu mg$.

№5



1) $p_1 = p_0 + p_в, \quad p_в = \rho g H$

$p_1 = \rho g H + p_0$

$p_1 = 10^3 \cdot 10 \cdot 2{,}5 + 100 \cdot 10^3 = 125$ (кПа)

2) $F_{Арх.}$ действует только на те части тела, погруж. в воду, под которыми находится вода. Т.е. только на заштрихованные на рисунке области. При этом на незаштрих. часть сверху действует сила давления воды, помеченной волнистой линией и p_0.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$F_{Арх} = \rho g V'$, где V' — объём заштрих. области

$V' = V - hS$

$F_{Арх} = \rho g (V - hS)$

Сила, с которой давит вода на незаштрих. область:

$\cancel{R}$ $F_в = \rho g (H - h) S$

Сила, с которой давит атмосфера на незаштрих. область:

$F_0 = P_0 S$.

oy: $-R = F_{Арх} - F_в - F_0$, ~~где R — равнодействующая (со стороны воды на конструкцию) сила.~~

$-R = \rho g (V - hS) - \rho g S (H - h) - P_0 S$

$-R = \rho g V - \rho g h S - \rho g H S + \rho g h S - p_0 S$

$-R = \rho g V - \rho g H S - p_0 S$

$-R = \rho g (V - HS) - p_0 S$

~~$R = 10^3 \cdot 10 (20 \cdot 10^{-4} - 2{,}5 \cdot$~~

~~$R = 10^3 \cdot 10 (8 \cdot 10^{-3} - 2{,}5 \cdot 20 \cdot 10^{-4}) - 100 \cdot 10^3 \cdot 20 \cdot 10^{-4} = 10^4 (8 \cdot 10^{-3} - 5 \cdot 10^{-3}) - 200 = 30 - 200 = -170$ (Н)~~

~~Значит, $\vec{R}$ направлена против оси oy, вниз, и $|\vec{R}| = 170$ Н~~

$F = p_0 S - \rho g (V - HS)$

$F = 100 \cdot 10^3 \cdot 20 \cdot 10^{-4} - 10^3 \cdot 10 (8 \cdot 10^{-3} - 2{,}5 \cdot 20 \cdot 10^{-4}) = 200 - 30 = 170 (Н)$

Значит, $\vec{F}$ действительно направлена против оси oy, вниз, и $|\vec{F}| = 170Н$.

Ответ: $\vec{F}$ направлена вниз, $F = 170Н$; $P_1 = 125$ кПа.

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$m = \frac{\rho S(nh+3x)}{?}$$

$$F_B = \rho g S(H-h) + p_0 S$$

$$V' = V - hS$$

$$F_A = \rho g V'$$

$$\rho g (V - hS) - \rho g S(H-h) + p_0 S$$

$$\frac{Н \cdot м^2 \cdot кг}{кг^2 \cdot м^2}$$

$$\frac{Н \cdot м^2 \cdot кг}{кг^2 \cdot м^3} = \frac{Н}{кг\,м}$$

$$m = \frac{\rho S\,(nh(k+3\rho g S))}{2}$$

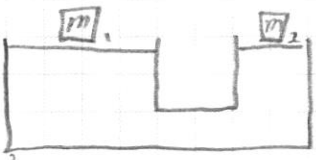
$$m = \frac{\rho S\left(\frac{knh + 3\rho g n h S}{k}\right)}{2}$$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)



$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{S_1}{S_2}$$

$$\frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2\cdot\text{кг}}{\text{кг}^2\cdot\text{м}} = \frac{\text{Нм}}{\text{кг}}$$

$$F_2 = \frac{F_1 S_2}{S_1}$$

$$\frac{\text{м}^3}{\frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2\cdot\cancel{\text{кг}}}{\text{кг}^2}} = \frac{\text{м}^3\cdot\text{кг}}{\text{Н}}$$

$$= \frac{\text{м}\cdot\text{с}}{\text{м}}$$

$$p_1 = p_2$$

$$\rho g h_1 - F/S = \rho g h_2$$

$$\frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2\cdot\text{кг}}{\text{кг}^2\cdot\text{м}^2}$$

$$\cancel{F = \frac{\rho g(h_1 - h_2)}{S}}$$

$$\frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2\cdot\cancel{\text{кг}}}{\text{кг}^2\cdot\cancel{\text{м}}} = \frac{\text{м}^3}{\frac{\text{Н}\cdot\cancel{\text{м}^2}\cdot\cancel{\text{кг}}}{\text{кг}^2}} = \frac{\text{м}\cdot\text{кг}}{\text{Н}}$$

$$\frac{\text{м}^3\cdot\text{кг}}{\text{с}\cdot\text{кг}\cdot\text{м}}$$

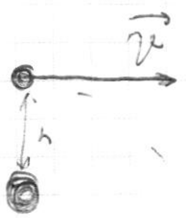
$$F = \rho g S \Delta h$$

$$\frac{GM}{R} = \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2\cdot\cancel{\text{кг}}}{\text{кг}^2\,\text{м}\cdot\cancel{\text{м}}} = \frac{\text{Нм}}{\text{кг}} =$$

$$\frac{\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}\cdot\text{м}^2\cdot\text{м}\left(\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}\cdot\frac{\text{Н}}{\text{кг}}\cdot\text{м}\cdot\text{м}^2\right)}{}$$

$$\frac{GM}{R} = \frac{\text{м}^3\cdot\text{кг}}{\text{с}\cdot\text{кг}\cdot\text{м}}$$

№3



$$G = \frac{Fr^2}{M\cdot m} = \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{кг}^2} = \frac{\text{м}^3}{\text{с}\cdot\text{кг}}$$

$\cancel{F = m \cdot M}$ $\quad F = G\,\frac{M\cdot m}{r^2}$, $\cancel{r = 1{,}5R}$

$$\frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2\cdot\text{кг}}{\text{кг}^2\cdot\text{м}^2}$$

$$a_y = \frac{F}{m} = \frac{GM}{r^2} = \frac{v^2}{R}$$

$$v^2 = \frac{GM}{r}$$

$$\frac{\text{м}^3}{\frac{\text{м}^3}{\text{с}\cdot\cancel{\text{кг}}}\cdot\cancel{\text{кг}}} = \text{с}$$

☐ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)