

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

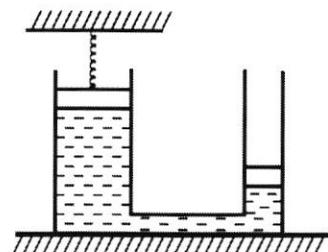
Вариант 09-01

Шифр

(заполняется секретарём)

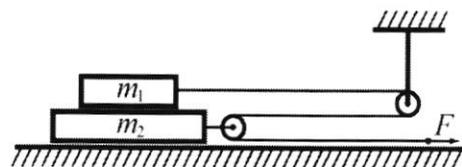
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 12$ м/с.
- 1) Через какое время t после старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?
 - 2) На какой высоте h , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?
- Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности ρ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Разность уровней жидкости в сосудах равна h . Площадь сечения левого поршня S , правого $S/2$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g .



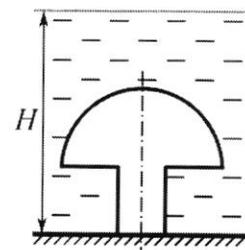
- 1) Найдите деформацию x пружины.
 - 2) Найдите массу m груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.
3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты $h = 0,5R$, здесь R – радиус планеты. Плотность планеты ρ . Гравитационная постоянная G . Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.
- 1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $2R$ от центра планеты.
 - 2) Найдите период T обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков $m_1 = 2m$, $m_2 = 3m$. Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен μ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



- 1) Найдите величину F_0 горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.
- 2) Найдите величину F минимальной силы, при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

5. Ко дну бассейна глубиной $H=2,5$ м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции $V = 8$ дм³, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей $S = 20$ см². Плотность воды $\rho = 1$ г/см³, атмосферное давление $P_0 = 100$ кПа. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



- 1) Найдите давление P_1 вблизи дна.
- 2) Найдите величину F силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

✓ 1 (продолжение на \vec{v}_0 странице 6)

Дано:
 $v_0 = 12 \text{ м/с}$
 $g = 10 \text{ м/с}^2$
 $v_k = \frac{v_0}{3}$
 $t - ?$
 $h - ?$

Решение:

1) $v_k = v_0 - t g$
 $t = \frac{v_0 - v_k}{g} = \frac{v_0 - \frac{v_0}{3}}{g} =$
 $= \frac{2 v_0}{3 g} = \frac{2 \cdot 12}{3 \cdot 10} = 0,8 \text{ (с)}$

2) $h = v_0 t - \frac{g t^2}{2} = 12 \cdot 0,8 - \frac{10 \cdot 0,64}{2} = 9,6 - 3,2 = 6,4 \text{ (м)}$

Ответ: $t = 0,8 \text{ с}$; $h = 6,4 \text{ м}$

✓ 2

Дано:
 S
 h
 S
 $\frac{1}{2} S$
 g
 k
 $x - ?$
 $m - ?$

Решение:

$F_{упр} = k x \quad (1)$

Запишем условие равновесия для точки А (первый срез):

$$- S g h + \frac{F_{упр}}{S} + p_a = P_a$$

где P_a - давление атмосферы

$$F_{упр} = S h S g \quad (2)$$

Подставим (1) в (2):

$$k x = S h S g$$

$$x = \frac{S h S g}{k}$$

Теперь запишем условие равновесия для точки А во втором случае (на правый поршень поставили груз массой m):

$$-3gh + \frac{F_{\text{упр}}}{S} + p_a = +p_a - \frac{mg}{\frac{1}{2}S}$$

(p_a - давление атмосферы)

$$F_{\text{упр}} = kx = k \cdot 0 = 0 \quad (\text{по условию } x=0)$$

$$\frac{2mg}{S} = 3gh$$

$$m = \frac{3hS}{2}$$

~~$$\frac{2mg}{S} = 3gh$$~~

Ответ: 1) $x = \frac{3hSg}{k}$

2) $m = \frac{3hS}{2}$

~~$$\frac{2mg}{S} = 3gh$$~~

№3

Дано:

$$h = 0,5R$$

S

g

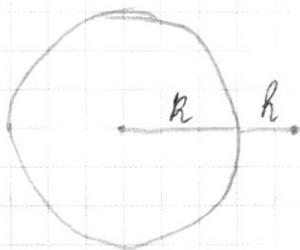
$$(V = \frac{4}{3}\pi R^3)$$

$g - ?$

$T - ?$

Решение:

$$g = G \frac{M}{(2R)^2} = G \frac{3V}{4R^2} = G \frac{3 \cdot \frac{4}{3} \pi R^3}{4R^2} = G \frac{3\pi R}{3}$$



$T = \frac{S}{v}$ (1), где S - длина окружности, по которой движется спутник.

v - скорость спутника.

$$S = 2\pi(R+h) = 3\pi R \quad (\text{подставим } h) \quad (2)$$

$$a_{\text{ц}} = \frac{v^2}{R+h}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{a_{\text{ц}}(R+0,5R)} = \sqrt{1,5 a_{\text{ц}} R} \quad (3)$$

$a_{\text{ц}} = g'$, где g' - ускорение свободного падения на высоте $(R+h) = 1,5R$.

$$a_{\text{ц}} = g' = G \frac{M}{(1,5R)^2} = G \frac{3V}{1,25R^2} = G \frac{3 \cdot \frac{4}{3} \pi R^3}{\frac{9}{4} R^2} = G \frac{16 \cdot 3\pi R}{27} \quad (4)$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

✗ Подставим (4) в (3):

$$v = \sqrt{\frac{g}{2} \cdot g \frac{16 \sqrt{\pi} R}{24} \cdot R} = \frac{2}{3} R \sqrt{2 g \sqrt{\pi}} \quad (5)$$

Подставим (1) и (5) в (1):

$$T = \frac{S}{v} = \frac{g \sqrt{\pi} R}{\frac{2}{3} R \sqrt{2 g \sqrt{\pi}}} = \frac{g \sqrt{\pi}}{2 \sqrt{2 g \sqrt{\pi}}} = 4,5 \sqrt{\frac{\pi}{2 g \sqrt{\pi}}}$$

Ответы $g = g \frac{g \sqrt{\pi} R}{3}$; $T = 4,5 \sqrt{\frac{\pi}{2 g \sqrt{\pi}}}$

н 4

Дано:

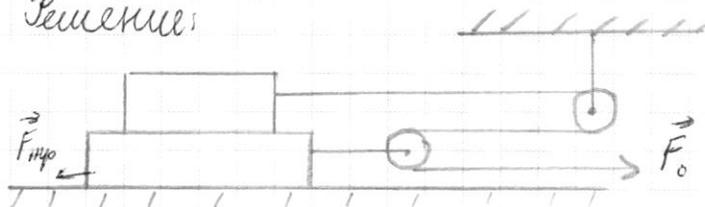
$$m_1 = 2m$$

$$m_2 = 3m$$

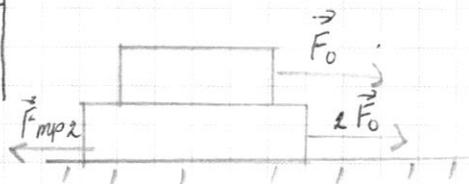
$$\mu_1 = \mu_2 = \mu$$

$$F_0 = ?$$

Решение:



Запишем уравнение на эквивалентную, убрав блоки:



Сила трения между брусками будет равна 0 тогда, когда равнодействующая сил (на каждой брусок своя) будут придавать брускам одинаковое ускорение:

$$\begin{cases} F_0 = m_1 a & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2F_0 - F_{тр2} = m_2 a & (2) \end{cases}$$

Найдём отсюда F_0 :

$$F_{\text{тр}2} = \mu N_2 = \mu m_2 g \quad (3)$$

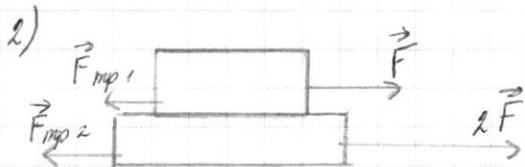
Разделим (2) на (1) и подставим 3:

~~$$\frac{2F_0 - \mu m_2 g}{F_0} =$$~~

$$\frac{2F_0 - \mu(m_1 + m_2)g}{F_0} = \frac{m_2}{m_1}$$

$$2 - \frac{5\mu mg}{F_0} = \frac{3}{2}$$

$$F_0 = 10 \mu mg$$



Пусть a_1 - ускорение верхнего бруска (отн. Земли), a_2 - ускорение нижнего бруска (отн. Земли). Для того, чтобы верхний брусок двигался влево относительно нижнего бруска $a_2 > a_1$. Выразим a_1 и a_2 из второго закона Ньютона:

Верхний брусок: $F - F_{\text{тр}1} = m_1 a_1$

$$a_1 = \frac{F - F_{\text{тр}1}}{m_1} = \frac{F - 2\mu mg}{2m} = \frac{F}{2m} - \mu g \quad (\text{т.к. } F_{\text{тр}1} = \mu mg \text{ и } m_1 = 2m)$$

Нижний брусок: $2F - F_{\text{тр}2} = m_2 a_2$

$$a_2 = \frac{2F - F_{\text{тр}2}}{m_2} = \frac{2F - 5\mu mg}{3m} = \frac{2F}{3m} - \frac{5}{3}\mu g \quad (\text{т.к. } F_{\text{тр}2} = \mu(m_1 + m_2)g; m_1 = 2m \text{ и } m_2 = 3m)$$

$$a_2 > a_1$$

Подставим:

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{2F}{3m} - \frac{5}{3}\mu g > \frac{F}{2m} - \mu g$$

$$\frac{F}{6m} - \frac{2}{3}\mu g > 0$$

~~$$\frac{F}{2m} - \frac{2}{3}\mu g$$~~

$$\frac{F}{2m} > 2\mu g$$

$$F > 4\mu mg$$

$$F_{\min} \approx 4\mu mg$$

Ответ: $F_0 = 10\mu mg$; $F = 4\mu mg$.

н5

Дано:

$$H = 2,5 \text{ м}$$

$$V = 8 \text{ дм}^3$$

$$S = 20 \text{ см}^2$$

$$\rho = 12 / \text{см}^3$$

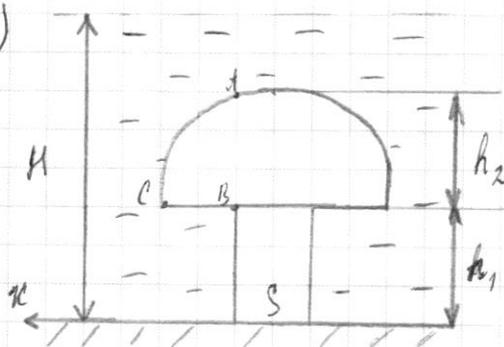
$$P_0 = 100 \text{ кПа}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

Решение:

$$1) P_1 = P_0 + \rho g H = 100 \cdot 10^3 + 10^3 \cdot 10 \cdot 2,5 = 10^3 (100 + 25) = 125 \cdot 10^3 \text{ (Па)}$$

2)



$$V = h_1 S + \frac{2}{3} \pi R^3 \quad (\text{т.к. } h_2 = R)$$

$$P_1 - ?$$

$$F - ?$$

сила
Вода действует на конструкцию со всех сторон, но давление, оказываемая „под углом“ в проекции на ось Ox в сумме даст 0. Поэтому будем рассматривать силы, действующие перпендикулярно оси Ox .

↑ Силы вверх на конструкцию действует сила, равная:

$F_1 = (P_0 + \rho g (H - h_1)) (\pi h_2^2 - S)$; $(\pi h_2^2 - S)$ - площадь контакта нижней части полусферы с водой.

$P_0 + \rho g (H - h_1)$ - давление на высоте $H - h_1$.

Предположим, что верхняя часть полусферы представляет из себя "лентку".

Тогда разность между силами, действующими вдоль прямой АВ ($AB \perp Ox$): $F_B - F_A = (\rho g (H - h_1) - \rho g (H - h_1 - h_2)) S' = \rho g h_2 \cdot S'$

(Будем считать, что "вертушка" полусферы в плоскости S' плоская).

При смещении прямой АВ к т.С разность стремится к нулю.

Поэтому сумма разностей приблизительно равна:

$$\frac{\rho g h_2}{2} \cdot (\pi h_2^2 - S)$$

Добавим к этой сумме ~~давление~~ силу, оказываемую водой на "плоский" участок полусферы. Это и будет искомой силой

$$F = \frac{\rho g h_2}{2} \cdot (\pi h_2^2 - S) + (\rho g h_2 + P_A) S = \frac{\rho g h_2}{2} \cdot (\pi h_2^2 - S) + (\rho g (H - h_1 - h_2) + P_A) S =$$

=

Ответ: 1) 125 кПа; 2) сила направлена вертикально вниз.

и 1 (продолжение)

Рассмотрим случай, когда камень достиг наивысшей точки и начал набирать скорость: (t_1 - время для того, чтобы достичь наивысшей

точки; t_2 - время разгона до скорости v_0)

$$t = t_1 + t_2 = \frac{v_0}{g} + \frac{v_k}{g} = \frac{v_0}{g} + \frac{v_0}{3g} = \frac{4v_0}{3g} = \frac{4 \cdot 12}{3 \cdot 10} = 1,6 \text{ (с)}$$

$$h = v_0 t - \frac{g t^2}{2} = t (v_0 - g \frac{t}{2}) = 1,6 (12 - 10 \cdot 0,8) = 1,6 \cdot 4 = 6,4 \text{ (м)}$$

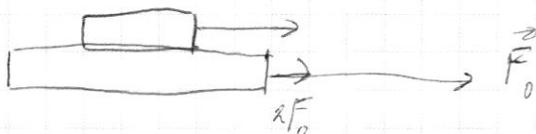
Ответ (добавлено): $t = 0,8 \text{ с}$
 $t = 1,6 \text{ с}$; $h = 6,4 \text{ м}$

$$\frac{3\pi R \cdot 3}{2R\sqrt{2Gg\pi}} = \frac{9\pi}{2\sqrt{2Gg\pi}} = \frac{9\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2Gg}}$$

$$2 \cdot \frac{3}{2} = \frac{1}{2} = \frac{5\mu mg}{F_0}$$

$$F_0 = 10\mu mg$$

$$\begin{array}{l} m_1 = 2m \\ m_2 = 3m \\ \mu = \mu \\ F_0 = ? \end{array}$$



$$\begin{aligned} F - F_{mp1} &= 2ma_1 \\ 2F - F_{mp2} &= 3ma_2 \end{aligned}$$

$$F_0 = 2ma$$

$$2F_0 - F_{mp} = \dots$$

$$F_{mp1} = \mu m_1 g$$

$$F_{mp2} = \mu(m_1 + m_2)g$$

$$a_{1,2} = \frac{F - \mu \cdot 2mg}{2m} = \frac{F}{2m} - \mu g$$

$$a_2 = \frac{2F - 5\mu mg}{3m} = \frac{2F}{3m} - \frac{5\mu g}{3}$$

$$\frac{2}{3m}F - \frac{5}{3}\mu g > \frac{1}{2m}F - \mu g$$

$$\frac{F}{m} \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \right) - \mu g \left(\frac{5}{3} - 1 \right) > 0$$

$$-\frac{5}{3}\mu g + \mu g$$

$$-\mu g \left(\frac{5}{3} - 1 \right) > 0$$

$$\frac{1}{6} \frac{F}{m} - \frac{2}{3}\mu g > 0$$

$$\frac{F}{2m} - 2\mu g > 0$$

$$\frac{F}{2m} > 2\mu g$$

$$F > 4\mu mg$$

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} = 0$$

$$Sg(H - h_1) \cdot S \quad (\text{см})$$

$$Sg(H - h_1) \cdot Sg h_2 = h_2 \cdot$$

$$\left(Sg \frac{h_1 + h_2}{2} \right) S^u$$

$$\frac{Sg h_1^3 \pi}{2} - \frac{Sg h_2^3}{2} + Sg h_2 S + Sg HS - Sg h_1 S - Sg h_2 S + P_A S =$$

$$Sg \left(\frac{h_1^3 \pi}{2} - \frac{S h_2}{2} + HS - h_1 S - h_2 S \right) + P_A S$$

$$\frac{v_0}{3} = 62g$$

$$g \cdot t_2 = \frac{v_2}{g}$$

$$H = 2,5 \text{ м}$$

$$V = 8 \text{ г/см}^3$$

$$S = 20 \text{ см}^2$$

$$\rho = 1 \text{ г/см}^3$$

$$P_0 = 100 \text{ кПа}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

$$v_0 = 12 \text{ м/с}$$

$$\frac{v_0}{3} = 4 \text{ м/с}$$

$$t - ?$$

$$h - ?$$



$$\frac{v_0}{3} = v_0 - tg$$

$$t = \frac{v_0 - \frac{v_0}{3}}{g} = \frac{12 - \frac{12}{3}}{10} = 0,8 \text{ (с)}$$

$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2} = 12 \cdot 0,8 - \frac{10 \cdot 0,64}{2} = 9,6 - 3,2 = 6,4 \text{ (м)}$$

$$t = \frac{\frac{2}{3} v_0}{g} = \frac{2 v_0}{3g}$$

$$= \frac{2 \cdot 12}{3 \cdot 10} = 0,8$$

$$S -$$

$$h -$$

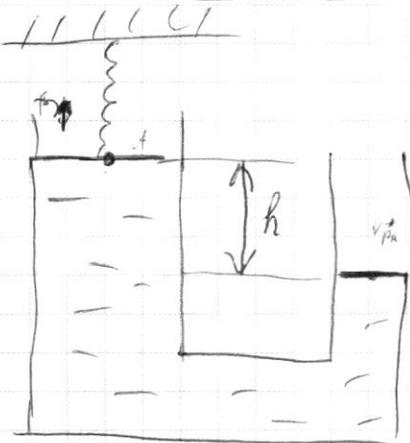
$$\frac{1}{2} S_n = S_n$$

$$g -$$

$$h -$$

$$\kappa - ?$$

$$m - ?$$



$$F_{\text{упр}} = kx$$

$$\frac{2}{3} R \sqrt{g S \pi} 2$$

$$- \rho g h + \frac{F_{\text{упр}}}{S} + p_a = p_a$$

$$\frac{F_{\text{упр}}}{S} = \rho g h$$

$$kx = \rho g h S$$

$$\kappa = \frac{\rho g h S}{h}$$

$$- \rho g h + \frac{F_{\text{упр}}}{S} = \frac{mg}{2}$$

$$\frac{2mg}{S} = \rho g h$$

$$m = \frac{\rho g h S}{2g} = \frac{\rho h S}{2}$$

$$= \frac{\text{кг/м}^3 \cdot \text{м} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{м}}{\text{м}^2} = \text{кг}$$

$$= \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}^3 \cdot \text{м}}{\text{м}^3 \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м}} = \text{кг}$$

$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{R^2} = G \frac{m m}{R^2}$$

$$h = 0,5R$$

$$S$$

$$g$$

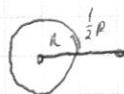
$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$g - ?$$

$$T - ?$$

$$g = G \frac{m}{4R^2} = G \frac{S V}{4R^2} =$$

$$= G \frac{S \frac{4}{3} \pi R^3}{4R^2} = G \frac{S \pi R}{3}$$



$$a_y = \frac{v^2}{R}$$

$$a_y = g$$

$$v = \sqrt{1,5 R a_y}$$

$$T = \frac{S}{v} = \frac{2 \pi \cdot 1,5 R}{1,5 R}$$

$$\frac{\frac{4}{3} R^3}{\frac{g}{4} R^2} = \frac{4 \cdot 4 R^3}{3 \cdot g R^2} =$$

$$= \frac{16}{3g} R$$



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР (заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

--	--

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)