Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

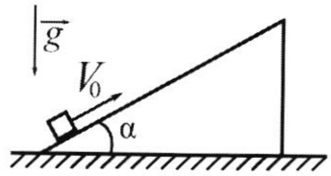
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2. Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^0$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

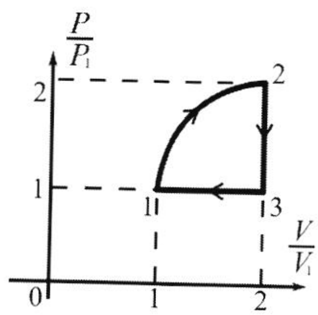
3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \dfrac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$.

Ускорение свободного падения g=10 м/с^2.

4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1–2 –дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1.



1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R.

5. Заряд Q>0 однородно распределен по сфере радиуса R. В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом q>0.

1) Найдите силу F_1, действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R, стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2, с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k. Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

1) В наивысшей точке траектории скорость снаряда равна 0.

$$\frac{m\cdot 0^2}{2}-\frac{mV_0^2}{2}=-mgH \Rightarrow V_0=\sqrt{2gH}=10\sqrt{13}\,(м/с)$$

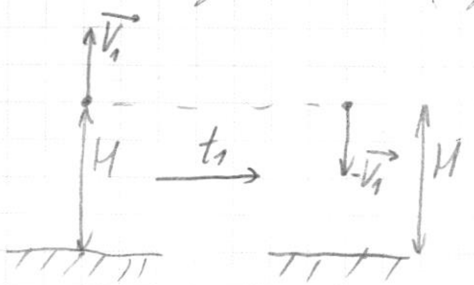
2) ~~$E_к$ – суммарная кин-я энергия всех осколков~~

$E_{кi}$ – кин-я энергия i-го осколка

m_i – масса i-го осколка V_i – скорость i-го осколка

V_1 – скорость осколка, полетевшего вертикально вверх

Осколок, полетевший вертикально вверх упадёт на землю последним т.е. через время τ.



t_1 – время между двумя моментами, когда осколок окажется на высоте H.

t_2 – время падения осколка с высоты H

$$\tau=t_1+t_2=\frac{2V_1}{g}+t_2$$

$$H=V_1t_2+\frac{gt_2^2}{2}\Rightarrow t_2=\frac{\pm\sqrt{4V_1^2+8gH}-2V_1}{2g}\overset{t_2>0}{\Rightarrow} t_2=\frac{\sqrt{4V_1^2+8gH}-2V_1}{2g}$$

$$\tau=\frac{\cancel{2}V_1}{\cancel{g}}+\frac{\sqrt{4V_1^2+8gH}-\cancel{2V_1}}{g}\Rightarrow g\tau=\sqrt{4V_1^2+8gH}\Rightarrow V_1=$$

$$=\sqrt{\frac{g^2\tau^2}{4}-2gH}=10\sqrt{12}\,(м/с)$$

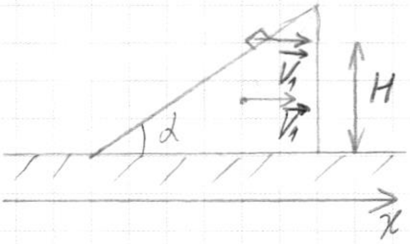
V_i $V_i=V_1$ – по условию

$$K=\cancel{E}_к=\sum E_{кi}=\sum\frac{m_iV_i^2}{2}=\frac{V_1^2}{2}\sum m_i=\frac{mV_1^2}{2}=1200\,(Дж)$$

Ответ: $V_0 = 10\sqrt{13}$ м/с. ; $\overset{K}{\cancel{E_к}} = 1200$ Дж.

№2

1) m – масса шайбы и масса клина. V_1 – скорость шайбы и клина, когда шайба находится на высоте H

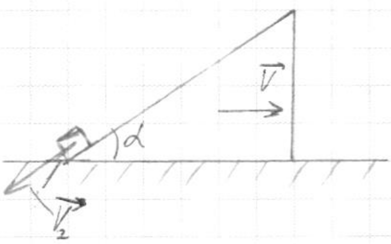


ЗСИ (x): $mV_0\cos\alpha = 2mV_1 \Rightarrow V_1 = \frac{V_0\cos\alpha}{2}$

$$\frac{mV_0^2}{2} = mV_1^2 + mgH \Rightarrow \frac{V_0^2}{2} - \frac{V_0^2\cos^2\alpha}{4} = gH \Rightarrow$$

$$\Rightarrow H = \frac{V_0^2}{g}\left(\frac{1}{2} - \frac{\cos^2\alpha}{4}\right) = \frac{1}{8} \text{ (м)}$$

2)



V_2 – скорость шайбы по возвращению в начальную точку.

$$V_2\cos\alpha = V$$

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_2^2\sin^2\alpha}{2} + \frac{mV_2^2\cos^2\alpha}{2} + \frac{mV^2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_2^2}{2} + \frac{mV_2^2\cos^2\alpha}{2} \Rightarrow V_0^2 = V_2^2(1+\cos^2\alpha) \Rightarrow V_2 = \sqrt{\frac{V_0^2}{1+\cos^2\alpha}} \Rightarrow$$

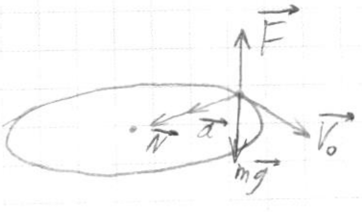
$$\Rightarrow V = \frac{V_0}{\sqrt{1+\cos^2\alpha}}\cdot\cos\alpha = 2\sqrt{\frac{3}{7}} \text{ м/с}$$

Ответ: $H = \frac{1}{8}$ (м); $V = 2\sqrt{\frac{3}{7}}$ м/с.

№3

1) F – сила трения модели о сферу

N – сила реакции опоры сферы.



a – центростремительное ускорение модели

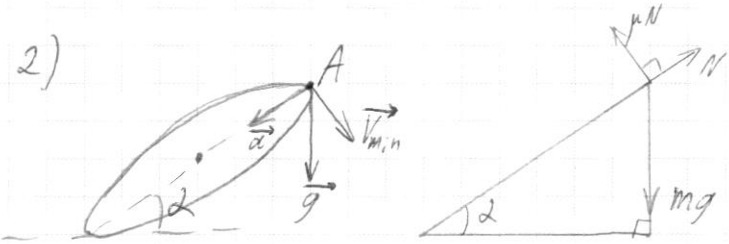
$a = \frac{V_0^2}{R}$ $\quad N = ma = m\frac{V_0^2}{R} = \frac{13{,}69}{3}$ (Н)

$\mu N \approx 4{,}107_{(Н)} > mg = 4_{(Н)} \Rightarrow F = mg = 4_{(Н)}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$P = \sqrt{N^2 + F^2} = \sqrt{16 + \frac{13{,}69^2}{9}} \approx \frac{\sqrt{331{,}4}}{9} \ (H)$$

2)



Если в точке A скорость модели будет меньше V_{min} то она упадёт.

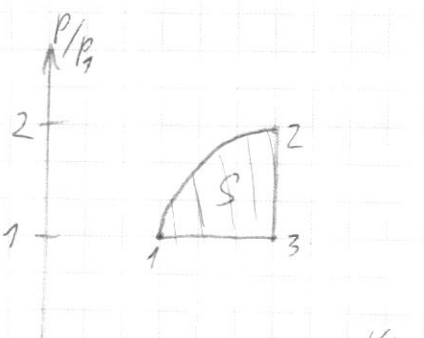
$$\mu N \cos\alpha = mg \Rightarrow N = \frac{mg}{\mu \cos\alpha}$$

$$\frac{V_{min}^2}{R} = a = \frac{N}{m} + g\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

$$V_{min} = \sqrt{R\left(\frac{g}{\mu\cos\alpha} + g\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\right)} = \sqrt{\frac{8\sqrt{3}}{0{,}9} + 6} \ (м/с)$$

Ответ: $P \approx \frac{\sqrt{331{,}4}}{9}$ (Н), $V_{min} = \sqrt{\frac{8\sqrt{3}}{0{,}9} + 6}$ (м/с).

№4



S – площадь сектора круга

ΔU_{i-k}; A_{i-k}, Q_{i-k} – изм-е внутренней энергии газа, его работа и подведённое к нему кол-во теплоты в процессе перехода из состояния под номером i в состояние под номером K; $\Delta U_{ц}$; $A_{ц}$; $Q_{ц}$ – аналогично но за весь цикл.

$\nu = 1$ моль – кол-во газа

$S = \frac{\pi \cdot 1^2}{4} = \frac{\pi}{4}$ $\quad A_{1-2} = (S + 1^2)P_1V_1 = (\frac{\pi}{4}+1)P_1V_1 = (\frac{\pi}{4}+1)\nu R T_1$

$\Delta U_{1-2} = \frac{3}{2}\nu R \cdot \Delta T_{1-2} = \frac{3}{2}(2P_1 \cdot 2V_1 - P_1V_1) = \frac{9}{2}P_1V_1 = \frac{9}{2}\nu R T_1$.

ΔT_{i-k} – изменение температуры

в процесс $i \to k$

$Q = A_{1-2} + \Delta U_{1-2} = (\frac{\pi}{4}+1+\frac{9}{2})\nu R T_1 \overset{\nu=1}{=} \frac{\pi+22}{4} R T_1 (Дж)$

$A = A_{ц} = P_1V_1S = \frac{\pi}{4}P_1V_1 = \frac{\pi}{4}\nu R T_1 \overset{\nu=1}{=} \frac{\pi}{4} R T_1 (Дж)$

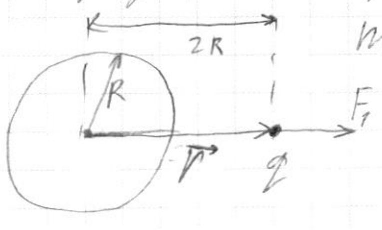
$\eta = \frac{A_{ц}}{Q_{ц}} = \cancel{\frac{A_{ц}}{A_{ц}+\Delta U_{ц}} = \frac{A_{ц}}{A_{ц}+\Delta U_{1-2}+\Delta U_{2-3}+\Delta U_{3-1}} = \frac{A_{ц}}{A_{ц}+}} =$

$= \frac{A_{ц}}{Q} = \frac{\pi/4}{(\pi+22)/4} = \frac{\pi}{\pi+22}$

Ответ: $Q = \frac{\pi+22}{4} R T_1 (Дж)$; $A = \frac{\pi}{4} R T_1 (Дж)$; $\eta = \frac{\pi}{\pi+22}$.

№5

1) $\vec{r}$ – радиус-вектор от центра сферы до данной точки.



Примем шарик за мат. точку $r > R$ значит в этой точке напряжённость поля совпадает с напряжённостью точечного заряда Q если бы он находился в центре сферы.

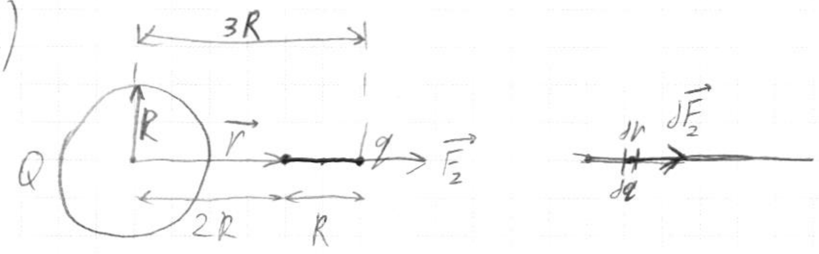
E – напряжённость поля сферы.

$F_1 = Eq = k\frac{Qq}{r^2} = k\frac{Qq}{4R^2}$ (Н)

2)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2)



σ - линейная плотность заряда стержня $\sigma = \frac{q}{R}$

$$dF_2 = k\frac{Q\,dq}{r^2} = kQ\sigma\frac{1}{r^2}dr$$

$$F_2 = \int_{2R}^{3R} kQ\sigma\frac{1}{r^2}dr = \Big|_{2R}^{3R} kQ\sigma\cdot\frac{-1}{r} = \frac{-kQ\sigma}{3R} - \left(\frac{-kQ\sigma}{2R}\right) =$$

$$= kQ\sigma\left(\frac{1}{2R} - \frac{1}{3R}\right) = kQ\sigma\cdot\frac{1}{6R} = k\frac{Qq}{6R^2} (H)$$

Ответ: $F_1 = k\frac{Qq}{4R^2}(H)$, $F_2 = k\frac{Qq}{6R^2}(H)$.

$$\cancel{dF = k\frac{Q}{(r+dr)^2}\cdot\sigma dr = k\frac{Q}{r^2+2rdr}\sigma dr = kQ\sigma\cdot\frac{1}{r^2+2rdr}}$$

$$\cancel{kQ\sigma\cdot\frac{1}{r^2+2rdr}dr = kQ\sigma\cdot\frac{1}{\frac{r^2}{dr}+2r}}$$

$$dF = k\frac{Q}{r^2}\cdot\sigma dr$$

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{6}-\frac{2}{6}=\frac{1}{6}$$

$$-\frac{1}{x} = -x^{-1}$$

$$\left(-\frac{1}{x}\right)' = -1\cdot(-x^{-2}) = x^{-2} = \frac{1}{x^2}$$

$$\frac{\frac{1}{4}+\frac{1}{9}}{2} = \frac{\frac{9}{36}+\frac{4}{36}}{2} = \frac{13}{72} \approx \frac{1}{6}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

окруж $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$

$2V_1=V_2=V_3$, $P_1=\frac{P_2}{2}=P_3$, T_1

1) $P_1V_1=\nu RT_1$

$P_2V_2=\nu RT_2 \Leftrightarrow 2P_1\cdot 2V_1=\nu RT_2$

$\left(\frac{V}{V_1}-2\right)^2+\left(\frac{P}{P_1}-1\right)^2=1$

$\frac{V^2}{V_1^2}-4\frac{V}{V_1}+4+\frac{P^2}{P_1^2}-\frac{2P}{P_1}+1=1$

$1369 \cdot 1369$: 12321, 8214, 4107, 1369, 1874161

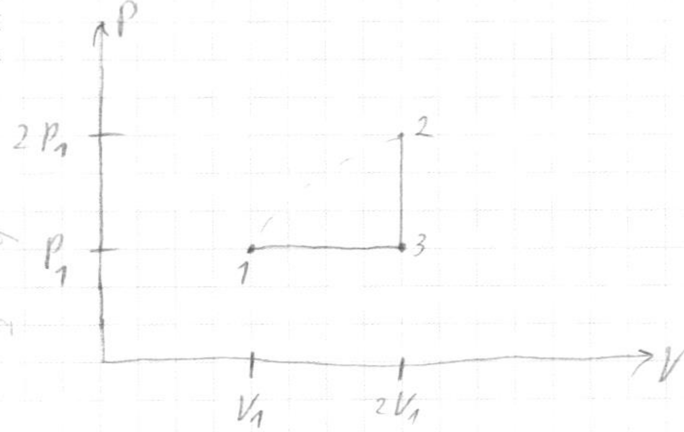
$187,4761+16=203,4761$

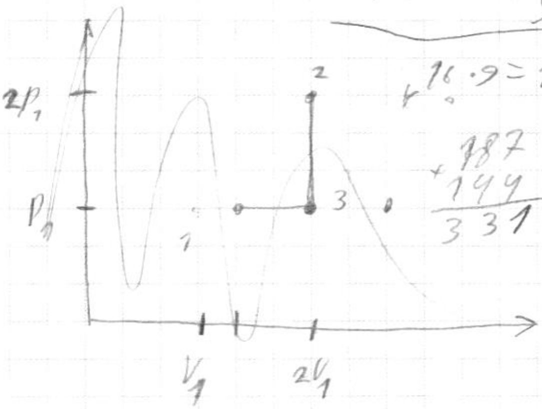
$r=1$

$16+\frac{187,4761}{9}$

$16\cdot 9=144$

$187+144=331$





$P_1V_1=\nu RT_1$

$4P_1V_1=\nu RT_2$

$P_1V_1=\nu RT_1$ $\Rightarrow T_2=4T_1$

$S=\pi r^2/4=\frac{\pi}{4}$ $\boxed{A_ц=S_\Delta P_\Delta V=\frac{\pi P_1V_1}{4}}$ — 2

$A_{1-2}=\frac{\pi P_1V_1}{4}+P_1V_1=\left(\frac{\pi}{4}+1\right)\nu RT_1$

$\Delta U_{1-2}=\frac{i}{2}\nu R\Delta T=\frac32\nu R\cdot 3T_1$

$\Delta U_{1-2}=Q_{1-2}-A$ $Q_{1-2}=A_{1-2}+\Delta U_{1-2}=\left(\frac{\pi}{4}+1+\frac92\right)\nu RT_1=\boxed{\frac{\pi+22}{4}\nu RT_1}$

3) $Q=Q_{1-2}+Q_{2-3}+Q_{3-1}$

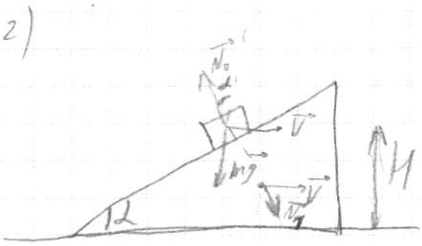
$\frac{4}{10}\left(\frac12-\frac{\left(\frac{\sqrt3}{2}\right)^2}{4}\right)=\frac{4}{10}\left(\frac12-\frac{3}{16}\right)=\frac{4}{10}\cdot\frac{5}{16}=\frac18$

$\frac{2}{\sqrt{1+\frac34}}\cdot\frac{\sqrt3}{2}=\frac{\sqrt3}{\sqrt{1+\frac34}}=\sqrt{\frac{3}{7/4}}=\sqrt{\frac{12}{7}}=2\sqrt{\frac37}$

☑ черновик ☐ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__ (Нумеровать только чистовики)

2)



$N\cos\alpha = mg$

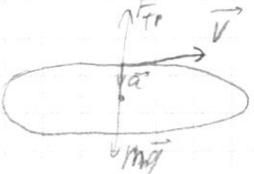
~~$x:\ dP_x = m\,dv = N\sin\alpha\,dt$~~

~~$m\Delta V = N\sin\alpha\, t$~~

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_{2x}^2}{2} + mV_{2y}^2$$

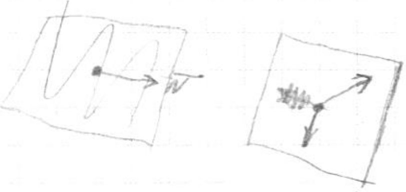
$$\boxed{\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV_2^2\sin^2\alpha}{2} + mV_2^2\cos^2\alpha}$$

№3



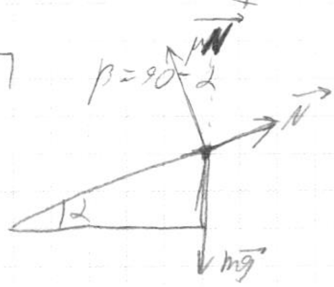
$a = \frac{V^2}{r}$ $\quad ma = N$

$\mu ma = mg$



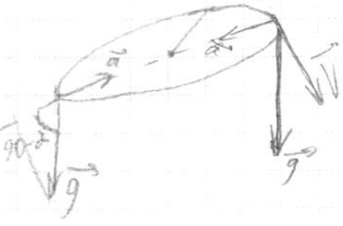
~~$P = N - mg$~~ $\quad P = \sqrt{N^2 + m^2g^2}$

$\beta = 90 - \alpha$



2)

$$\frac{V^2}{r} = \frac{N}{m} + g\cos\beta$$



$\mu N\cos\alpha = mg$

$N = \frac{mg}{\mu\cos\alpha}$

$$\boxed{\frac{V_{min}^2}{r} = \frac{g}{\mu\cos\alpha} + g\cos\beta}$$

37×37: 259, 111, $13{,}69$

$0{,}4 \cdot \frac{3{,}7^2}{1{,}2} = \frac{3{,}7^2}{3}$ $\quad \frac{0{,}4}{1{,}2} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ $= \frac{13{,}69}{3}$ $\quad 1369 \times 3 = 4{,}107$

$\cos 30 = \frac{\sqrt3}{2}$ $\quad \frac{0{,}9 \cdot 13{,}69}{3} = 0{,}3 \cdot 13{,}69 =$

$\cos 60 = \frac{1}{2}$

$$\sqrt{1{,}2\cdot\left(\frac{10}{0{,}9\cdot\frac{\sqrt3}{2}} + 10\cdot\frac{1}{2}\right)} = \sqrt{1{,}2\left(\frac{20}{0{,}9\sqrt3} + 5\right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{8\sqrt3 + 0{,}45}{0{,}9}} \qquad = \sqrt{\frac{24}{0{,}9\sqrt3} + 5} = \sqrt{\frac{8}{0{,}3\sqrt3} + 5} = \sqrt{\frac{8\sqrt3}{0{,}9} + 0{,}5} =$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

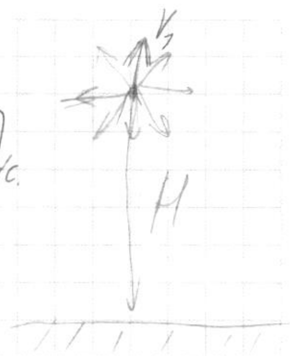
«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1



1) $\frac{mV_0^2}{2} = mgH \quad V_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{1300} = \boxed{10\sqrt{13} \text{ м/с}}$

2) $\cancel{2V_1/g} + \frac{\sqrt{4V_1^2 + 8gH} - 2V_1}{g} = \tau$

$V_1 t_1 + \frac{g t_1^2}{2} = H \quad g t_1^2 + 2V_1 t_1 - 2H = 0$

$t_1 = \frac{\sqrt{4V_1^2 + 8gH} - 2V_1}{2g}$

$g\tau = \sqrt{4V_1^2 + 8gH} \quad g^2\tau^2 - 8gH = 4V_1^2$

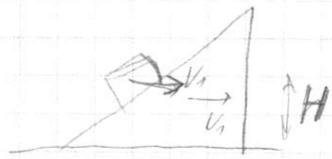
$V_1 = \sqrt{\frac{g^2\tau^2}{4} - 2gH} = \sqrt{\frac{10000}{4} - 1300} = 10\sqrt{25-13} = 10\sqrt{12} \text{ м/с}$

$E_k = \sum_{i=1}^{n} E_{ki} = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i V_i^2}{2} = \frac{V_1^2}{2}\sum_{i=1}^{n} m_i = \frac{mV_1^2}{2} = \frac{2 \cdot 1200}{2} = \boxed{1200 \text{ Дж}}$

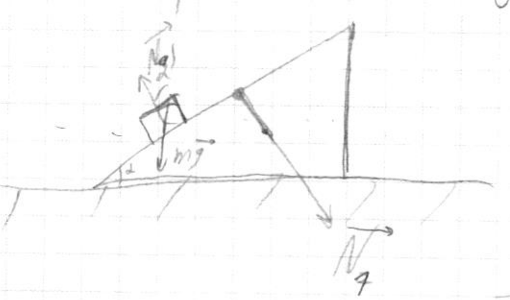
$\forall_i \; V_i^2/2 = V_1^2/2$

№2

1)



$N_0 \cos\alpha = mg \quad N_1 = N_1$



$\boxed{\frac{mV_0^2}{2} = mV_1^2 + mgH}$

$mV_0 \cos\alpha = 2mV_1 \Rightarrow \boxed{V_1 = \frac{V_0 \cos\alpha}{2}}$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)