

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

Вариант 09-03

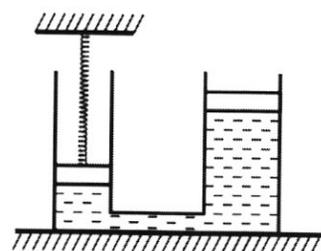
Шифр

(заполняется секретарём)

1. С высокой башни экспериментатор бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 10$ м/с. После достижения максимальной высоты камень пролетает рядом с экспериментатором и падает вниз на землю.

- 1) Через какое время t после броска величина скорости камня будет равна $2V_0$?
- 2) Найдите путь S , пройденный камнем от момента броска до момента достижения камнем скорости $2V_0$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которые налита жидкость плотности ρ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Разность уровней жидкости в сосудах равна h . Площадь сечения левого поршня S , правого $1,5S$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g .

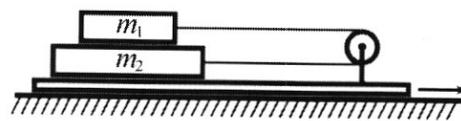


- 1) Найдите деформацию x пружины.
- 2) На правый поршень положили груз массой m . Найдите массу M груза, который следует положить на левый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.

3. У двух планет Альфа-1 и Альфа-2 одинаковые радиусы R , а плотности планет равны, соответственно, $\rho_1 = \rho$ и $\rho_2 = 2\rho$. Гравитационная постоянная G . Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

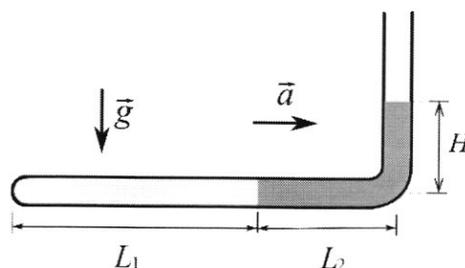
- 1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $4R$ от центра планеты Альфа-1.
- 2) Найдите отношение T_2/T_1 периодов обращения спутников, которые движутся по круговым орбитам вокруг данных планет. Высоты орбит спутников равны, соответственно $h_1 = 0,5R$ и $h_2 = 1,5R$.

4. На горизонтальном столе находится доска, на которой укреплен неподвижный блок, а также бруски, соединённые нитью. Массы брусков $m_1 = m$, $m_2 = 2m$. Коэффициент трения скольжения верхнего бруска по нижнему равен μ , трение между доской и нижним бруском отсутствует. Доску приводят в движение с постоянным ускорением, направленным вправо. Массой нити и блока, а также трением в оси блока можно пренебречь.



- 1) Найдите максимальное ускорение a_0 доски, при котором бруски не будут проскальзывать относительно друг друга.
- 2) Найдите силу T натяжения нити, если доска движется с ускорением $a > a_0$.

5. Тонкая изогнутая трубка состоит из горизонтального участка, запаянного с одного конца, и вертикального участка, открытого в атмосферу. Трубка заполнена двумя несмешивающимися жидкостями: плотности ρ_1 в горизонтальном участке, и плотности ρ_2 в горизонтальном и вертикальном участках (см. рис.). Трубка движется с ускорением $a = g/8$, направленным горизонтально. Геометрические размеры указаны на рисунке, $H = L$, $L_1 = 3L$, $L_2 = 2L$. Атмосферное давление P_0 .



- 1) Найдите давление P_1 в жидкости в месте изгиба трубки.
- 2) Найдите давление P_2 в жидкости у запаянного конца трубки.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1

Вспользуемся формулой скорости для равноускоренного движения:

$$V = V_0 + at$$

Найдём время, через которое скорость станет равной $2V_0$, подставив данные в формулу. Т.е. ускорение свободного падения направлено вниз, то скорость $2V_0$ будет направлена тоже вниз. Ось направим вверх

$$-2V_0 = V_0 - gt$$

$$-3V_0 = -gt$$

$$3V_0 = gt$$

$$3 \cdot 10 \frac{м}{с} = 10 \frac{м}{с^2} \cdot t$$

$$3с = t$$

$$t = 3с$$

Теперь найдём путь камня до этого момента. Он будет состоять из ~~двух~~ двух участков: полёт вверх и полёт вниз.

Найдём время t_0 , до которого он летел вверх:

(Продолжение на стр. 2)

Продолжение задачи 1)

В момент времени t_0 скорость камня равняется 0. Найдем это время из формулы скорости для равноускоренного движения:

$$V = V_0 + at$$

$$0 = 10 \frac{м}{с} - 10 \frac{м}{с^2} \cdot t_0$$

$$-10 \frac{м}{с} = -10 \frac{м}{с^2} \cdot t_0$$

$$t_0 = 1 с$$

Теперь найдем перемещение вверх за это время, для этого ср. скорость на время движения t_0 . Ср. скорость будет $\frac{V_0}{2}$, т.к. она изменяется линейно от V_0 до 0.

Пусть y_0 — ~~скорость~~ ^{перемещ.} в момент t_0

$$y_0 = \frac{V_0}{2} \cdot t_0$$

$$y_0 = \frac{10 \frac{м}{с}}{2} \cdot 1 с$$

$$y_0 = 5 м$$

Далее ~~скорость~~ ^{перемещ.} скорость линейно изменяется от

0 до $2V_0$, а значит ср. скорость равна V_0 .

До момента t камень движется $t - t_0 = 2 с$

Значит, перемещ. будет равно

$$k_p \cdot t = V_0 \cdot 2 с = 10 \frac{м}{с} \cdot 2 с = 20 м$$

(Продолжение на стр. 3)

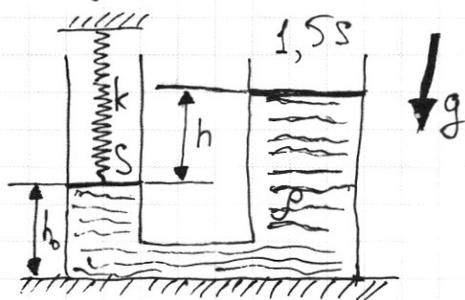
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(Продолжение задачи 1)

Тогда весь путь камня равен сумме
этих перемещений и равен $5\text{ м} + 20\text{ м} = \boxed{25\text{ м}}$

Ответ: 1) $t = 3\text{ с}$
2) 25 м

Задача 2



Давление на дне левого и правого сосудов должно быть равно, т.к. сосуды сообщаются. Обозначим высоту левого поршня над дном за h_0 .

Запишем равенство давлений:

$P_0 + \rho g h_0 = \rho g (h + h_0)$, где P_0 — давление со стороны поршня на жидкость в левом сосуде.

$P_0 = \frac{F_n}{S}$, где F_n — сила растяжения пружины

$$P_0 = \frac{F_n}{S} = \frac{kx}{S}$$

$$\frac{kx}{S} + \rho g h_0 = \rho g (h + h_0)$$

$$\frac{kx}{S} = \rho g h$$

выразим x :

$$\frac{kx}{S} = \rho g h$$

$$kx = \rho g h S$$

~~$$x = \frac{\rho g h S}{k}$$~~

$$x = \frac{\rho g h S}{k}$$

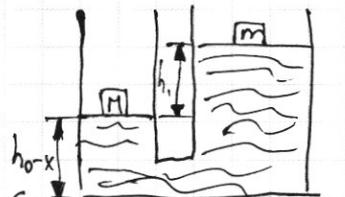
Теперь ~~запишем~~ ~~давление~~ ~~на~~ ~~уровне~~ ~~нижнего~~ ~~поршня~~ ~~в~~ ~~оба~~ сосуда с грузами, приняв деформацию $x = 0$.

(Продолжение на стр 5)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(Продолжение задачи 2)

~~$$P_1 + \rho g h_0 = P_2 + \rho g (h_0 + h)$$~~



(т.к. пружина не оказывает силы, ее легко опустить)

Пусть разность высот поршней равна

h_1 . Тогда

$P_1 = P_2 + \rho g h_1$, где P_1 и P_2 - давления со стороны поршней

$$\frac{Mg}{S} = \frac{mg}{1,5S} + \rho g h_1$$

Заметим, что для того, чтобы вырвать M не хватает только высоты h_1 . Найдём её

Заметим, что если зилка пружины увеличилась на x , и она изначально была сжата, то она удлинилась на x . Значит, высота левого поршня над дном уменьшилась на x и стала $h_0 - x$. Значит, в ~~левой~~ ^{правый} сосуд перешло $x \cdot S$ жидкости, значит ~~левый~~ ^{правый} поршень поднимется на $\frac{x \cdot S}{1,5S} = \frac{x}{1,5} = \frac{2}{3}x$.

Значит, $h_1 = h + x + \frac{2}{3}x = h + 1\frac{2}{3}x$

Подставим и выразим M :

$$\frac{Mg}{S} = \frac{mg}{1,5S} + \rho g (h + 1\frac{2}{3}x)$$

(Продолжение на стр. 6)

(Продолжение задачи 2)

$$\frac{M}{S} = \frac{m}{1,5S} + \rho \left(h + \frac{2}{3}x \right)$$

$$M = \frac{m}{1,5} + \rho \left(h + \frac{2}{3}x \right) \cdot S$$

Ответ: 1) $x = \frac{\rho g h S}{k}$

2) $M = \frac{m}{1,5} + \rho \left(h + \frac{2}{3}x \right) \cdot S$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3

Запишем формулу ускорения свободного падения и
подставим данные:

~~$g = G \frac{M}{R+r}$, где M — масса Земли, R и r —
и радиусы (или расстояния) — можно пропустить~~

$g = G \frac{M}{R}$, где M — масса Земли, R —
расстояние $\frac{M}{R}$ — расстояние $\frac{M}{R}$ —
центрами

$$g = G \cdot \frac{V \cdot \rho}{4R} = \frac{G \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \rho}{4R} = G \cdot \frac{1}{3} \pi R^2 \rho = \boxed{G \cdot \frac{\pi R^3 \rho}{3}}$$

Найдём ускорения для спутников.

$$g_1 = G \cdot \frac{V \cdot \rho}{R+0,5R} = \frac{G \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \rho}{1,5R} = G \cdot \pi \cdot \rho \cdot R^2 \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{1,5} = G \pi R^2 \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{3} =$$

$$= \frac{8G \pi R^2 \rho}{9}$$

$$g_2 = \frac{G \cdot V \cdot \rho}{R+1,5R} = \frac{G \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \rho}{2,5R} = G \pi R^2 \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2,5} = G \pi R^2 \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{5} =$$

$$= 2 \frac{8G \pi R^2 \rho}{15} = \frac{16G \pi R^2 \rho}{15}$$

(Продолжение на стр 8)

~~$$g = G \cdot \frac{1}{r}$$~~

$$F = G$$

~~$$g = G \cdot \frac{1}{r+R}$$~~

$$v = \omega R$$

$$T = \frac{1}{\omega}$$

~~$$\omega = \frac{v}{R}$$~~

$$\omega = \frac{v}{R}$$

$$V =$$

$$\frac{u}{c} = \frac{u}{c^2} \cdot c$$

$$v = a \cdot T$$

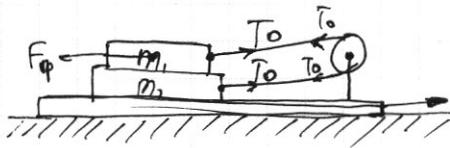
$$v = \frac{a}{\omega}$$

$$a \cdot T = \omega R$$

$$\Rightarrow T = \frac{1}{\omega} \cdot \frac{R}{a}$$

$$T^2 = \frac{R}{a}$$

Задача 4



В случае когда ускорение максимальное, сила трения равна μN , то есть μmg .

~~Вверхний брусок не движется от доски, как и нижний. Бруски неподвижны отн. доски~~

Запишем ур-е сил для верхнего бруска:

$$-F_{тр} + T_0 = m a_0 \quad , \text{ где } F_{тр} - \text{сила трения, } T_0 -$$

сила натяжения нити

$$-\mu mg + T_0 = m a_0$$

$$T_0 = m(a_0 + \mu g)$$

Запишем ур-е сил для нижнего бруска:

$$F_{тр} + T_0 = 2m a_0$$

$$T_0 = m(2a_0 - \mu g)$$

$$m(2a_0 - \mu g) = m(a_0 + \mu g)$$

$$2a_0 - \mu g = a_0 + \mu g$$

$$\boxed{a_0 = 2\mu g}$$

Если ускорение доски $a > a_0$, то бруски движутся отн. доски, и их ускорения отн. доске равны по модулю т.к. нить не рвется

(Продолжение на стр. 10)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(Продолжение задачи 3)

$$T = \frac{1}{\omega}$$

$$V = \omega R$$

$$a = \frac{V^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R$$

$$a = \omega^2 R$$

$$a = \frac{1}{T^2} R$$

$$\frac{1}{T^2} = \frac{R}{a}$$

$$T^2 = \frac{a}{R}$$

вычислим T_2 и T_1 :

$$T_2^2 = \frac{g_2}{R_2} = \frac{16}{15} \frac{G \pi R^2}{2,5R} =$$

$$= \frac{16 \cdot 2}{15 \cdot 5} G \pi R^2 =$$

$$= \frac{32}{75} G \pi R^2 = \frac{32}{75} G \pi R$$

$$T_1^2 = \frac{g_1}{R_1} = \frac{8}{9} \frac{G \pi R^2}{1,5R} =$$

$$= \frac{8 \cdot 2}{9 \cdot 3} G \pi R = \frac{16}{27} G \pi R$$

$$T_2^2$$

$$\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{\frac{32}{75} G \pi R}{\frac{16}{27} G \pi R} =$$

$$= \frac{32}{75} =$$

$$= \frac{32 \cdot 27}{75 \cdot 16} = \frac{18}{25}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\sqrt{18}}{5}$$

Ответ: 1) $g = G \frac{\pi R^2 \rho}{3}$

2) $\frac{T_2}{T_1} = \frac{\sqrt{18}}{5}$

Задача 5

~~То, что трубка движется с гориз. ускорением $a = \frac{g}{8}$ эквив. тому, что трубка неподвижна под наклонной и $g \neq g$. Найдём это g_1 :~~

$$g_1^2 = g^2 + a^2 = g^2 + \frac{g^2}{64} = \frac{65}{64} g^2$$

~~$$g_1 = \frac{\sqrt{65}}{8} g$$~~

В месте изгиба трубки давление будет только вертикаль. часть горизонталь и атмосфер. давление. Запишем:
 ~~$P_{изг}$ - давление в месте изгиба)~~

~~$$P_{изг} = P_0 + \rho g h = P_0 + \rho_2 \cdot g \cdot H = P_0 + \rho_2 \cdot g \cdot L$$

$$P_1 = P_0 + \rho_2 g L$$~~

Трубка изгибается, и в месте изгиба давление по вертикали превр. в давление по горизонтали. Запишем P_2 :

$$P_2 = P_1 + \rho_2 \cdot a \cdot 2L + \rho_1 \cdot a \cdot 3L =$$

$$= P_0 + \rho_2 g L + \rho_2 a 2L + \rho_1 a 3L =$$

$$= \boxed{P_0 + \rho_2 (g L + 2a L) + 3 \rho_1 a L}$$

- Ответ: 1) $P_1 = P_0 + \rho_2 g L$
 2) $P_2 = P_0 + \rho_2 (g L + 2a L) + 3 \rho_1 a L$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

(Продолжение задачи 4)

Запишем ур-я сил для I_2 ~~и I_1~~

Услов:

$$-F_{тр} + T = ma.$$

$$-\mu mg + T = ma$$

$$\boxed{T = ma + \mu mg}$$

Ответ: 1) $a_0 = 2\mu g$

2) $T = ma + \mu mg$