

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

Вариант 09-02

Шифр

(заполняется секретарём)

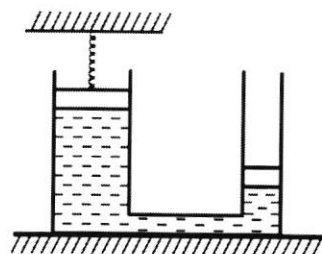
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 10$ м/с.

1) Через какое время t после старта скорость камня будет равна по величине $V_0/2$?

2) На какой высоте h , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине $V_0/2$?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности ρ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Деформация пружины равна x . Площадь сечения левого поршня S , правого $S/3$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g .



1) Найдите разность h уровней жидкости в сосудах.

2) Найдите массу m груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.

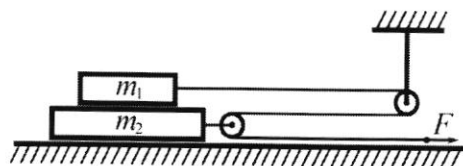
3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты $h = R$, здесь R – радиус планеты.

Плотность планеты ρ . Гравитационная постоянная G . Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $3R$ от центра планеты.

2) Найдите период T обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков $m_1 = 3m$, $m_2 = 5m$. Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен μ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



1) Найдите величину F_0 горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.

2) Найдите минимальную силу F , при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

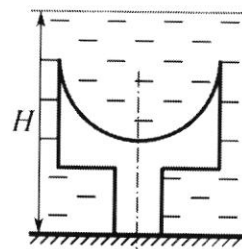
5. Ко дну бассейна глубиной $H=3$ м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции $V = 5$ дм³, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей

$S = 10$ см². Плотность воды $\rho = 1$ г/см³, атмосферное давление $P_0 = 100$ кПа. Ускорение

свободного падения $g = 10$ м/с².

1) Найдите давление P_1 вблизи дна.

2) Найдите величину F силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.

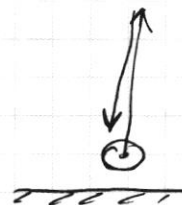


ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Через время t после старта скорость камня:

$$V = V_0 - g t$$



Если скорость по величине $\frac{V_0}{2}$, есть 2 случая: когда она направлена вверх (т.е. $\frac{V_0}{2}$), или вниз (т.е. $-\frac{V_0}{2}$)

Пусть это будет через времена t_1 и t_2 соотв-но.

Тогда: $\frac{V_0}{2} = V_0 - g t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{V_0}{2g} = 0,5 \text{ сек}$

$$-\frac{V_0}{2} = V_0 - g t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{3V_0}{2g} = 1,5 \text{ сек}$$

В это время $h = V_0 t - \frac{g t^2}{2}$

Тогда в I случае: $h_1 = V_0 t_1 - \frac{g t_1^2}{2} = \frac{V_0^2}{2g} - \frac{V_0^2}{8g} = \frac{3V_0^2}{8g} = 3,75 \text{ м}$

А во II случае: $h_2 = V_0 t_2 - \frac{g t_2^2}{2} = \frac{3V_0^2}{2g} - \frac{9V_0^2}{8g} = \frac{3V_0^2}{8g} = 3,75 \text{ м}$

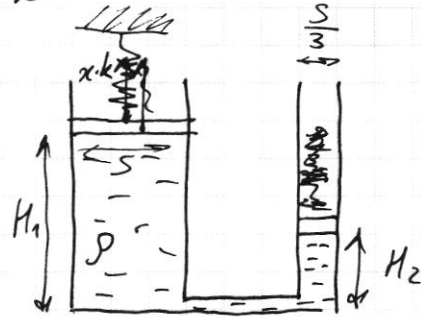
Т.е. h одинаково в обоих случаях, и $h = 3,75 \text{ м}$

Ответ: 1) $t = 0,5 \text{ сек}$ или $1,5 \text{ сек}$

2) $h = 3,75 \text{ м}$

№ 2

П.ч. в левой сосуде уровень
жидкости больше (пусть H_1),
чем ~~во~~ ~~в~~ правой (пусть H_2),
то пружина толкает левый



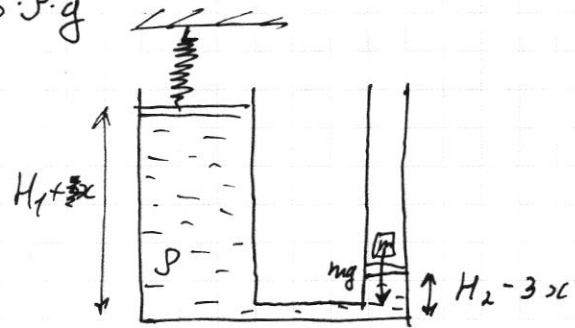
поршень вверх, и сила, действующая на поршень жид-
кости вверх. Запишем рав-во давлений на уровне

соед. трубки:

$$\rho g H_1 - \frac{x \cdot k}{S} = \rho \cdot g \cdot H_2$$

тогда $h = H_1 - H_2 = \frac{x \cdot k}{S \cdot \rho \cdot g}$

Если в правой сосуде
пружина была растянута,
то сейчас уровень жид-
кости в левой сосуде будет на



x больше чем в правой трубе, т.е. ~~прежде~~ ^{левый} ~~в~~ ^в ~~сосуде~~ ^{сосуде}
 $x \cdot 3S = 3x \cdot S$ ~~жидкости~~ \Rightarrow уровень в правой
части понижается на $3x$.

Запишем рав-во давлений на уровне соедин.
трубки:

$$\rho \cdot g \cdot (H_1 + x) = \frac{mg}{\frac{S}{3}} + \rho \cdot g \cdot (H_2 - 3x)$$

$$\rho \cdot g \cdot (H_1 - H_2) + \rho \cdot g \cdot 4x = \frac{3mg}{S} \quad \{ H_1 - H_2 = h \}$$

$$m = \frac{\rho \cdot g \cdot (h + 4x) \cdot S}{3g} = \frac{\rho \cdot g \cdot S \cdot (\frac{x \cdot k}{S \cdot \rho \cdot g} + 4x)}{3g} =$$

$$= \frac{x \cdot k + 4x \cdot \rho \cdot g \cdot S}{3g}$$


Ответ: $h = \frac{kx}{S \cdot \rho \cdot g}$; $m = \frac{x \cdot (k + 4 \rho g S)}{3g}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3

Если тело массой m находится на расст. z

от ~~центра~~ центра планеты массой M , то



$$m g_0 = \frac{m M G}{z^2} ; \quad g_0 = \frac{M G}{z^2} \quad (g_0 - \text{ускорение свод. планеты})$$

В нашем случае $z = 3R$ и пусть $M_{\text{пл.}}$ - масса ~~планеты~~

Тогда

$$g = \frac{M_{\text{пл.}} \cdot G}{(3R)^2} = \frac{\rho \cdot V_{\text{пл.}} \cdot G}{(3R)^2} = \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot G}{(3R)^2} =$$

$$= \frac{4 \rho \pi R G}{27}$$

Во втором случае (пусть g_2 - ускорение свод. планеты)

$$g_2 = \frac{M_{\text{пл.}} \cdot G}{(R+R)^2} = \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot G}{(2R)^2} = \frac{\frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \rho \cdot G}{4R^2} =$$

$$= \frac{\pi \cdot R \cdot \rho \cdot G}{3} ; \quad \text{а также } g_2 = \frac{v^2}{R}$$

$$\text{И.е. } \frac{\pi \cdot R \cdot \rho \cdot G}{3} = \frac{v^2}{R} ; \quad v^2 = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot \rho \cdot G}{3} ;$$

$$v = \sqrt{\frac{\pi \cdot \rho \cdot G}{3}} \cdot R$$

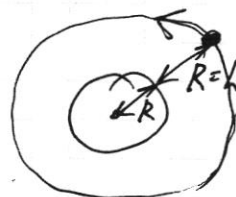
Тогда

$$T = \frac{2\pi \cdot 2R}{v} = \frac{4\pi R}{\sqrt{\frac{\pi \cdot \rho \cdot G}{3}} \cdot R} =$$

$$= \frac{4\pi \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{\pi \cdot \rho \cdot G}} = 4 \sqrt{\frac{3\pi}{\rho \cdot G}}$$

Ответ:

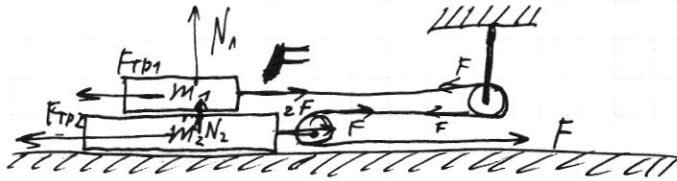
$$g = \frac{4 \rho \cdot \pi \cdot R \cdot G}{27} ; \quad T = 4 \sqrt{\frac{3\pi}{\rho \cdot G}}$$



$$m_1 = 3m$$

$$m_2 = 5m$$

Если тянуть кисть с силой F' , то на нижний брусок действует сила $2F'$, а на верхний — F'



- 1) Сила трения скольжения пропорциона силе нормальной опоры, которая не равна 0, а следовательно $F_{тр}$ скольз. $\neq 0$. Значит, верхний брусок покоится. (Пусть сила трения, ~~являясь~~ скольжения, действующая на бруски массой m_1 и m_2 равна $F_{тр1}$ и $F_{тр2}$ соотв-но.) А значит, $F_{тр1} = F_0$. $F_{тр1} = \mu \cdot N_1$; $N_1 = m_1 g = 3mg$; $\Rightarrow F_0 = 3\mu mg$
Тогда $F_{тр2} = \mu \cdot N_2 = \mu \cdot m_2 g = 5\mu mg$ будет $< 2F_0 = 6\mu mg$. $2F_0 > F_{тр2}$. Значит, нижний брусок будет двигаться по столу равноускоренно, а верхний брусок будет покоиться.

- 2) Чтобы ~~верхний~~ верхний брусок двигался влево относительно нижнего, его ускорение $(a_1 = \frac{F - F_{тр1}}{m_1})$ должно быть меньше ускорения нижнего бруска $(a_2 = \frac{2F - F_{тр2}}{m_2})$
- $$a_1 = \frac{F - 3\mu mg}{3m}; \quad a_2 = \frac{2F - 5\mu mg}{5m}$$

$a_1 < a_2$, чтобы F было минимальным, пусть $a_1 = a_2$.

$$\text{Тогда } \frac{F - 3\mu mg}{3m} = \frac{2F - 5\mu mg}{5m}$$

$$\frac{F}{3m} = \frac{2F}{5m}; \quad F = 0.$$

Ответ:

1) $F_0 = 3\mu mg$

2) $F = 0$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

СИ

$$H = 3 \text{ м}$$

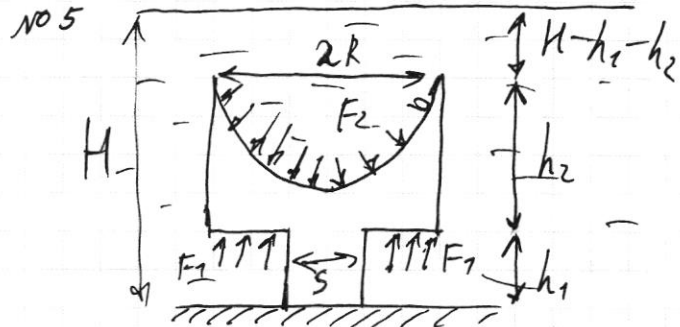
$$V = 5 \text{ м}^3 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$S = 10 \text{ см}^2 = 10^{-3} \text{ м}^2$$

$$\rho = 1 \frac{\text{т}}{\text{см}^3} = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$P_0 = 100 \text{ кПа} = 10^5 \text{ Па}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$



1) $P_1 = P_0 + \rho g H = 100\,000 \text{ Па} + 30\,000 \text{ Па} = 130\,000 \text{ Па} = 130 \text{ кПа}$

2) И.к. клей застыл, (т.е. приклеивание не), сила прилипания на конструкцию не действует, надо считать разность сил гидростатических давлений, чтобы вычислить силу, с которой вода действует на конструкцию. Сила F направлена вверх.

$F = F_2 - F_1$ (F_2 - сила давления вниз в полушару;
 F_1 - сила давления вверх на края)

Пусть h_1 - высота табачки, h_2 - высота широкой части, R - радиус полушара. Тогда $F_1 = \rho \cdot g \cdot (H - h_1) \cdot (\pi R^2 - S)$

Давление на полушару меняется от $(H - h_1 - h_2) \rho \cdot g$ до $(H - h_1 - h_2 + R) \rho \cdot g$, значит, (площадь сферы $4\pi R^2$ значит, полушарок - $2\pi R^2$)

$$F_2 = 2\pi R^2 \cdot \rho \cdot g \cdot \left(H - h_1 - h_2 + \frac{R}{2} \right)$$

$$F = F_2 - F_1 = \pi R^2 \cdot \rho \cdot g \cdot 2 \left(H - h_1 - h_2 + \frac{R}{2} \right) - \rho \cdot g \cdot (H - h_1) \cdot (\pi R^2 - S) =$$

$$= \rho \cdot g \cdot \left((\pi R^2 + S) \cdot (H - h_1) + \pi R^2 \cdot \left(\frac{R}{2} - h_2 \right) \right)$$

№ 5 (продолжить)

~~Выразим объем V через введенные и известные величины~~

$$V = h_1 S + h_2 \cdot 2R - \frac{2}{3} \pi R^3; \quad V_{\text{ж}} = \frac{2}{3} \pi R^3 - h_2 \cdot 2R$$
$$F = \rho \cdot g \cdot \left(S \cdot (H - h_1) + \pi R^2 \left(H - h_1 - h_2 + \frac{R}{2} \right) \right) =$$
$$= \rho \cdot g \cdot \left(S \cdot H - S \cdot h_1 + \pi R^2 \cdot H - \pi R^2 \cdot (h_1 + h_2) + \frac{\pi R^3}{2} \right) =$$

2) Если бы было подтеkanie, то вода действовала бы вверх с силой Архимеда $F_{\text{арк}} = V \cdot \rho \cdot g$. Но, т.к. подтеkania нет, то ~~на часть~~ на прикрепленную "пошку" сосуда не действует выталкивающая сила давления, а значит мы из значения $F_{\text{арк}}$ должны вычесть значение сил давления воды на пошку;

$$F = F_{\text{арк}} - P_1 \cdot S = V \cdot \rho \cdot g - (P_0 + \rho g H) \cdot S =$$
$$= 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}} - 130000 \text{ Па} \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 =$$
$$= 50 \text{ Н} - 130 \text{ Н} = -80 \text{ Н}.$$

Мы предположили, что сила F направлена туда же, куда и $F_{\text{арк}}$, то т.е. вверх. Но модуль получился отриц. Значит, F направл. вниз и равна по модулю 80 Н.

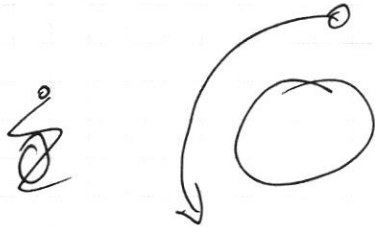
Ответ: 1) $P_1 = 130000 \text{ Па} = 130 \text{ кПа}$

2) $F = 80 \text{ Н}$, направлена вниз

$$\frac{M_1 M_2 G}{R^2} = M_1 g$$

$$g = \frac{M_2 G}{R^2}$$

$$g = \frac{M_{\text{ш}} \cdot G}{(3R)^2} = \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot G}{9R^2} = \frac{4}{27} \rho \cdot \pi \cdot R \cdot G$$



$$a = \frac{v^2}{R}$$

$$g_2 = \frac{M_{\text{ш}} \cdot G}{(2R)^2} = \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot G}{4R^2} =$$

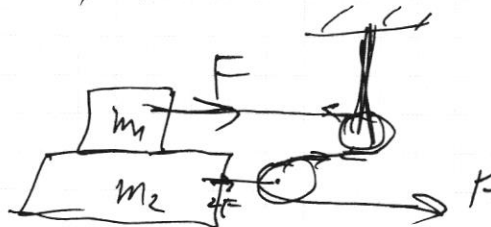
$$g_2 = \frac{v^2}{R} \quad \theta^2 = \frac{\rho \cdot \pi \cdot G \cdot R^3}{3} = \frac{\rho \cdot \pi \cdot G \cdot R}{3}$$

$$v = \sqrt{\frac{\rho \cdot \pi \cdot G \cdot R^2}{3}}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{4\pi R}{R \cdot \sqrt{\frac{\rho \cdot \pi \cdot G}{3}}} = \frac{4\pi \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{\rho \cdot \pi \cdot G}}$$


$$= \frac{4 \cdot \sqrt{\pi} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{\rho \cdot G}} = 4 \sqrt{\frac{3\pi}{\rho \cdot G}}$$

мч



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$V = V_0 - g t$$

$$\left[\begin{aligned} \frac{V_0}{2} &= V_0 - g t \\ t_1 &= \frac{V_0}{2g} = 0,5 \text{ сек} \\ -\frac{V_0}{2} &= V_0 - g t \\ t_2 &= \frac{3V_0}{2g} = 1,5 \text{ сек} \end{aligned} \right.$$


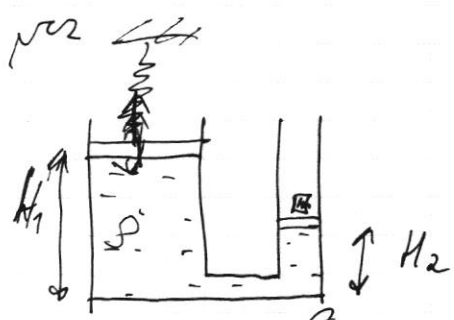
$$\begin{array}{r} \times 1,25 \\ \hline 11,25 \end{array}$$

$$h_1 = V_0 t_1 - \frac{g t_1^2}{2} = 5 \text{ м} - 1,25 \text{ м} = 3,75 \text{ м}$$

$$h_2 = V_0 t_2 - \frac{g t_2^2}{2} = 15 \text{ м} - 11,25 = 3,75 \text{ м}$$

$$\rho g H_1 + \frac{kx}{S} = \rho g H_2$$

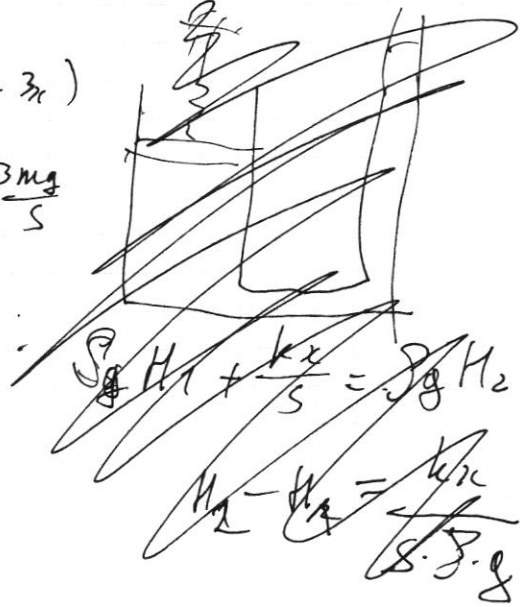
$$h = H_1 - H_2 = \frac{kx}{S \cdot \rho g}$$



$$\rho \cdot g \cdot (H_1 + x) = \frac{mg}{S} + \rho \cdot g \cdot (H_2 - 3x)$$

$$m = \frac{\rho \cdot g \cdot (h + 4x) \cdot S}{3g} \quad \rho \cdot g \cdot (H_1 - H_2) + \rho \cdot g \cdot 4x = \frac{3mg}{S}$$

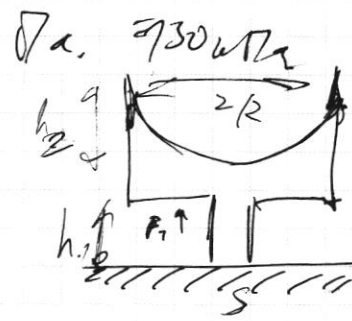
$$\frac{V_1}{h_1} = \frac{H_1 \cdot S + \frac{H_2 \cdot S}{3}}{3 \cdot S \cdot (H_1 + \frac{H_2}{2})} = \frac{S \cdot (H_1 + \frac{H_2}{3})}{4S} = \frac{3H_1 + H_2}{4}$$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\rho = 130000 \text{ кг/м}^3$

$V = S \cdot h_1 + h_2 \cdot \pi R^2 - \frac{2}{3} \pi R^3$



$F_1 = \rho \cdot g \cdot (H - h_2) \cdot (\pi R^2 - S)$

$F_2 =$

$S \cdot g \cdot (H - h_2)$

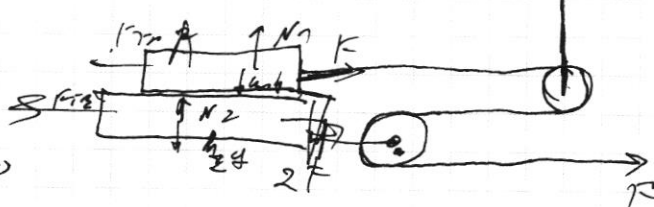
$F_{TP1} = \mu \cdot N_1$

$F_{TP2} = \mu \cdot N_2$

$F_0 = F_{TP} = \mu \cdot 3mg = 3\mu \cdot mg$

$F_0 = 3\mu \cdot mg$

$F = \mu \cdot 2 \cdot 5 \cdot mg$



$a_1 = \frac{F - F_{TP1}}{m_1}$

$2F > F_{TP2}$ and $F_{TP1} > F$

$a_2 = \frac{2F - F_{TP2}}{m_2}$

$2F > \mu \cdot 5mg$ and $F < \mu \cdot 3mg$

$\mu \cdot 2.5mg < F < \mu \cdot 3mg$

$a_1 < a_2$

$F < \mu \cdot 2.5mg$

$F < F_{TP2}$

$\frac{F - F_{TP1}}{m_1} < \frac{2F - F_{TP2}}{m_2}$
 $F \cdot m_1 > 0$

$F \cdot 5mg - F_{TP1} \cdot 5mg < 2F \cdot 5mg$

$$S \cdot h_1 + 2R \cdot h_2 - \frac{4}{3}\pi R^3 = V$$

or $H - h_1 - h_2$ go $H - h_1 - h_2 + R$

~~$$F_2 = 2\pi R^2 \rho \cdot g \cdot (H - h_1 - h_2 + \frac{R}{2})$$~~

~~$$F_2 - F_1 =$$~~

$$F_1 = \rho \cdot g \cdot (H - h_1) \cdot (\pi R^2 - S)$$

$$F_2 - F_1 = \rho \cdot g \cdot 2\pi R^2 \cdot (H - h_1 - h_2 + \frac{R}{2}) - \rho \cdot g \cdot (H - h_1) \cdot (\pi R^2 - S)$$

$$F = \rho \cdot g \cdot \left((\pi R^2 + S) \cdot (H - h_1) + \pi R^2 \cdot \left(\frac{R}{2} - h_2\right) \right)$$

$$5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} =$$

$$P_1 - S = 50 \text{ H}$$

$$= 950 \text{ H}$$