

# Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

Вариант 09-02

Шифр

(заполняется секретарём)

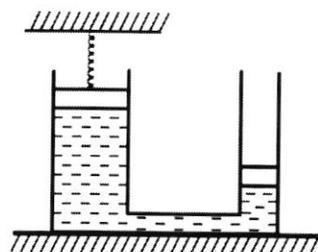
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью  $V_0 = 10$  м/с.

1) Через какое время  $t$  после старта скорость камня будет равна по величине  $V_0/2$ ?

2) На какой высоте  $h$ , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине  $V_0/2$ ?

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности  $\rho$ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости  $k$  с верхней опорой. Деформация пружины равна  $x$ . Площадь сечения левого поршня  $S$ , правого  $S/3$ . Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения  $g$ .



1) Найдите разность  $h$  уровней жидкости в сосудах.

2) Найдите массу  $m$  груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.

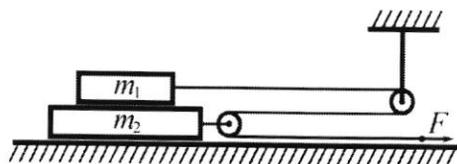
3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты  $h = R$ , здесь  $R$  – радиус планеты.

Плотность планеты  $\rho$ . Гравитационная постоянная  $G$ . Объём шара  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ .

1) Найдите ускорение  $g$  свободного падения на расстоянии  $3R$  от центра планеты.

2) Найдите период  $T$  обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков  $m_1 = 3m$ ,  $m_2 = 5m$ . Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен  $\mu$ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



1) Найдите величину  $F_0$  горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.

2) Найдите минимальную силу  $F$ , при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

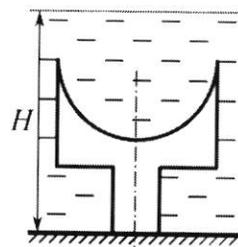
5. Ко дну бассейна глубиной  $H=3$  м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции  $V = 5$  дм<sup>3</sup>, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей

$S = 10$  см<sup>2</sup>. Плотность воды  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>, атмосферное давление  $P_0 = 100$  кПа. Ускорение

свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

1) Найдите давление  $P_1$  вблизи дна.

2) Найдите величину  $F$  силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.

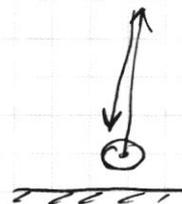


## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Через время  $t$  после старта скорость камня:

$$V = V_0 - g t$$



Если скорость по величине  $\frac{V_0}{2}$ , есть 2 случая: когда она направлена вверх (т.е.  $\frac{V_0}{2}$ ), или вниз (т.е.  $-\frac{V_0}{2}$ )

Пусть это будет через времена  $t_1$  и  $t_2$  соотв.-но.

Тогда:  $\frac{V_0}{2} = V_0 - g t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{V_0}{2g} = 0,5 \text{ сек}$

$$-\frac{V_0}{2} = V_0 - g t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{3V_0}{2g} = 1,5 \text{ сек}$$

В это время  $h = V_0 t - \frac{g t^2}{2}$

Тогда в I случае:  $h_1 = V_0 t_1 - \frac{g t_1^2}{2} = \frac{V_0^2}{2g} - \frac{V_0^2}{8g} = \frac{3V_0^2}{8g} = 3,75 \text{ м}$

А во II случае:  $h_2 = V_0 t_2 - \frac{g t_2^2}{2} = \frac{3V_0^2}{2g} - \frac{9V_0^2}{8g} = \frac{3V_0^2}{8g} = 3,75 \text{ м}$

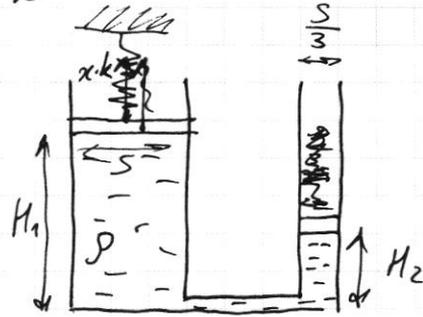
Т.е.  $h$  одинаково в обоих случаях, и  $h = 3,75 \text{ м}$

Ответ: 1)  $t = 0,5 \text{ сек}$  или  $1,5 \text{ сек}$

2)  $h = 3,75 \text{ м}$

№ 2

П.ч. в левой сосуде уровень жидкости больше (пусть  $H_1$ ), чем ~~во~~ в правой (пусть  $H_2$ ), то пружина толкает левый

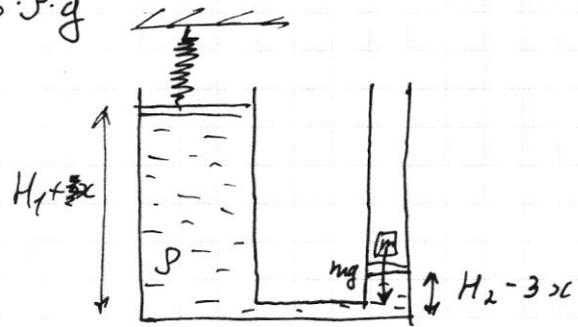


поршень вверх, и сила, действующая на поршень жидкости вверх. Запишем рав-во давлений на уровне осед. трубки:

$$\rho g H_1 - \frac{x \cdot k}{S} = \rho g H_2$$

Тогда  $h = H_1 - H_2 = \frac{x \cdot k}{S \cdot \rho \cdot g}$

Если в правой сосуде пружина была растянута, то сейчас уровень жидкости в левой сосуде будет на



$x$  больше или в правой на  $x$ , т.е. ~~прежде~~ <sup>левый</sup> ~~в~~ <sup>в</sup> ~~сосуде~~ <sup>сосуде</sup>  $x \cdot 3S = 3x \cdot S$  ~~жидкости~~  $\Rightarrow$  уровень в правой колоне понижится на  $3x$ .

Запишем рав-во давлений на уровне осед. трубки:

$$\rho g \cdot (H_1 + x) = \frac{mg}{\frac{S}{3}} + \rho g \cdot (H_2 - 3x)$$

$$\rho g \cdot (H_1 - H_2) + \rho g \cdot 4x = \frac{3mg}{S} \quad \left\{ H_1 - H_2 = h \right\}$$

$$m = \frac{\rho g \cdot (h + 4x) \cdot S}{3g} = \frac{\rho g \cdot S \cdot \left( \frac{x \cdot k}{S \cdot \rho g} + 4x \right)}{3g} = \frac{x \cdot k + 4x \cdot \rho g \cdot S}{3g}$$

Ответ:  $h = \frac{kx}{S \cdot \rho \cdot g}$  ;  $m = \frac{x \cdot (k + 4 \rho g S)}{3g}$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3

Если тело массой  $m$  находится на расст.  $z$

от ~~центра~~ центра планеты массой  $M$ , то



$$m g_0 = \frac{m M G}{z^2} ; \quad g_0 = \frac{M G}{z^2}$$

( $g_0$  - ускорение  
своб. падения)

В нашем случае  $z = 3R$  и пусть  $M_{пл}$  - масса планеты

$$\begin{aligned} \text{Тогда} \quad g &= \frac{M_{пл} \cdot G}{(3R)^2} = \frac{\rho \cdot V_{пл} \cdot G}{(3R)^2} = \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot G}{(3R)^2} = \\ &= \frac{4 \rho \pi R G}{27} \end{aligned}$$

Во втором случае (пусть  $g_2$  - ускорение своб. падения)

$$g_2 = \frac{M_{пл} \cdot G}{(R+R)^2} = \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot G}{(2R)^2} = \frac{\frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \rho \cdot G}{4R^2} =$$

$$= \frac{\pi \cdot R \cdot \rho \cdot G}{3} ; \quad \text{а также } g_2 = \frac{v^2}{R}$$

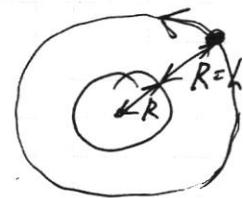
$$\text{И.е.} \quad \frac{\pi \cdot R \cdot \rho \cdot G}{3} = \frac{v^2}{R} ; \quad v^2 = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot \rho \cdot G}{3} ;$$

$$v = \sqrt{\frac{\pi \cdot \rho \cdot G}{3}} \cdot R$$

$$\text{Тогда} \quad T = \frac{2\pi \cdot 2R}{v} = \frac{4\pi R}{\sqrt{\frac{\pi \cdot \rho \cdot G}{3}} \cdot R} =$$

$$= \frac{4\pi \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{\pi \cdot \rho \cdot G}} = 4 \sqrt{\frac{3\pi}{\rho \cdot G}}$$

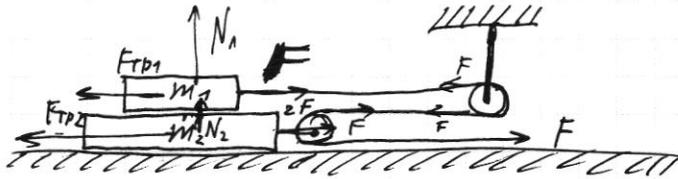
$$\text{Ответ:} \quad g = \frac{4 \rho \cdot \pi \cdot R \cdot G}{27} ; \quad T = 4 \sqrt{\frac{3\pi}{\rho \cdot G}}$$



$$m_1 = 3m$$

$$m_2 = 5m$$

Если тянуть кисть с силой  $F'$ , то на нижний брусок действует сила  $2F'$ , а на верхний —  $F'$



- 1) Сила трения скольжения пропорциона силе максимальной опоры, которая не равна 0, а следовательно  $F_{тр}$  скольж.  $\neq 0$ . Значит, верхний брусок покоится. (Пусть сила трения, ~~являясь~~ скольжения, действующая на бруски массой  $m_1$  и  $m_2$  равна  $F_{тр1}$  и  $F_{тр2}$  соотв-но.) А значит,  $F_{тр1} = F_0$ .  $F_{тр1} = \mu \cdot N_1$ ;  $N_1 = m_1 g = 3mg$ ;  $\Rightarrow F_0 = 3\mu mg$   
Тогда  $F_{тр2} = \mu \cdot N_2 = \mu \cdot m_2 g = 5\mu mg$  будет  $< 2F_0 = 6\mu mg$ .  $2F_0 > F_{тр2}$ . Значит, нижний брусок будет двигаться по столу равноускоренно, а верхний брусок будет покоиться.

- 2) Чтобы ~~верхний~~ верхний брусок двигался влево относительно нижнего, его ускорение  $(a_1 = \frac{F - F_{тр1}}{m_1})$  должно быть меньше ускорения нижнего бруска  $(a_2 = \frac{2F - F_{тр2}}{m_2})$
- $$a_1 = \frac{F - 3\mu mg}{3m}; \quad a_2 = \frac{2F - 5\mu mg}{5m}$$

$a_1 < a_2$ , чтобы  $F$  было минимальным, пусть  $a_1 = a_2$ .

$$\text{Тогда} \quad \frac{F - 3\mu mg}{3m} = \frac{2F - 5\mu mg}{5m}$$

$$\frac{F}{3m} = \frac{2F}{5m}; \quad F = 0.$$

Ответ:

1)  $F_0 = 3\mu mg$

2)  $F = 0$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

СИ

$$H = 3 \text{ м}$$

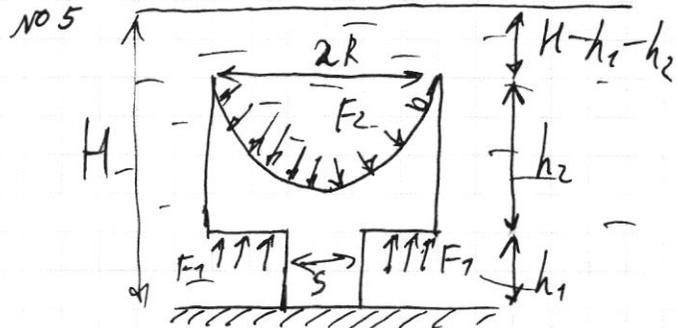
$$V = 5 \text{ дм}^3 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$S = 10 \text{ см}^2 = 10^{-3} \text{ м}^2$$

$$\rho = 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$P_0 = 100 \text{ кПа} = 10^5 \text{ Па}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$



1)  $P_1 = P_0 + \rho g H = 100\,000 \text{ Па} + 30\,000 \text{ Па} = 130\,000 \text{ Па} = 130 \text{ кПа}$

2) И.к. клей застыл, (т.е. приклеивание к ст.) сила давления на конструкцию не действует, надо считать разность сил гидростатических давлений, чтобы вычислить силу, с которой вода действует на конструкцию. Сила  $F$  направлена вверх.

$F = F_2 - F_1$  ( $F_2$  — сила давления вниз в полушарии;  $F_1$  — сила давления вверх на края)

Пусть  $h_1$  — высота табачки,  $h_2$  — высота широкой части,  $R$  — радиус полушария.

Тогда  $F_1 = \rho \cdot g \cdot (H - h_1) \cdot (\pi R^2 - S)$

Давление на полушарии меняется от  $(H - h_1 - h_2) \rho \cdot g$  до  $(H - h_1 - h_2 + R) \rho \cdot g$ , значит, (площадь сферы  $4\pi R^2$ , значит, полушария —  $2\pi R^2$ )

$$F_2 = 2\pi R^2 \cdot \rho \cdot g \cdot \left( H - h_1 - h_2 + \frac{R}{2} \right)$$

$$F = F_2 - F_1 = \pi R^2 \cdot \rho \cdot g \cdot 2 \left( H - h_1 - h_2 + \frac{R}{2} \right) - \rho \cdot g \cdot (H - h_1) \cdot (\pi R^2 - S) =$$

$$= \rho \cdot g \cdot \left( (\pi R^2 + S) \cdot (H - h_1) + \pi R^2 \cdot \left( \frac{R}{2} - h_2 \right) \right)$$

№ 5 (продолжить)

~~Выразим объем V через введенные и известные величины~~

$$V = h_1 S + h_2 \cdot 2R - \frac{2}{3} \pi R^3; \quad V_{\text{ж}} = \frac{2}{3} \pi R^3 - h_2 \cdot 2R$$
$$F = \rho \cdot g \cdot \left( S \cdot (H - h_1) + \pi R^2 \left( H - h_1 - h_2 + \frac{R}{2} \right) \right) =$$
$$= \rho \cdot g \cdot \left( S \cdot H - S \cdot h_1 + \pi R^2 \cdot H - \pi R^2 \cdot (h_1 + h_2) + \frac{\pi R^3}{2} \right) =$$

2) Если бы было подтеkanie, то вода действовала бы вверх с силой Архимеда  $F_{\text{арк}} = V \cdot \rho \cdot g$ . Но, т.к. подтеkania нет, то ~~на часть~~ на прикрепленную "пошку" сосуда не действует выталкивающая сила давления, а значит мы из значения  $F_{\text{арк}}$  должны вычесть значение сил давления воды для "пошки";

$$F = F_{\text{арк}} - P_1 \cdot S = V \cdot \rho \cdot g - (P_0 + \rho g H) \cdot S =$$
$$= 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}} - 130000 \text{ Па} \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 =$$
$$= 50 \text{ Н} - 130 \text{ Н} = -80 \text{ Н}.$$

Мы предположили, что сила  $F$  направлена туда же, куда и  $F_{\text{арк}}$ , то т.е. вверх. Но модуль получился отриц. Значит,  $F$  направл. вниз и равна по модулю 80 Н.

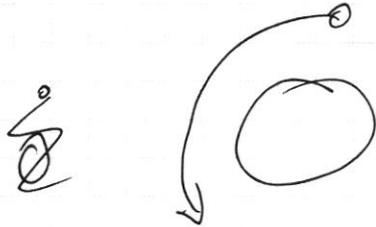
Ответ: 1)  $P_1 = 130000 \text{ Па} = 130 \text{ кПа}$

2)  $F = 80 \text{ Н}$ , направлена вниз

$$\frac{M_1 M_2 G}{R^2} = M_1 g$$

$$g = \frac{M_2 G}{R^2}$$

$$g = \frac{M_{\text{ш}} \cdot G}{(3R)^2} = \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot G}{9R^2} = \frac{4}{27} \rho \cdot \pi \cdot R \cdot G$$



$$a = \frac{v^2}{R}$$

$$g_2 = \frac{M_{\text{ш}} \cdot G}{(2R)^2} = \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot G}{4R^2} =$$

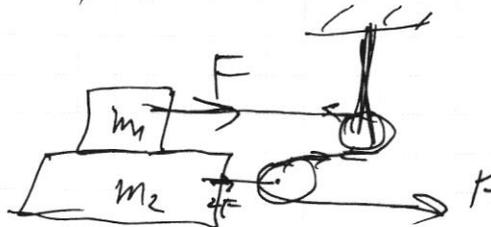
$$g_2 = \frac{v^2}{R} \quad \theta^2 = \frac{\rho \cdot \pi \cdot G \cdot R^2}{3} = \frac{\rho \cdot \pi \cdot G \cdot R}{3}$$

$$v = \sqrt{\frac{\rho \cdot \pi \cdot G \cdot R^2}{3}}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{4\pi R}{R \cdot \sqrt{\frac{\rho \cdot \pi \cdot G}{3}}} = \frac{4\pi \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{\rho \cdot \pi \cdot G}}$$

$$= \frac{4 \cdot \sqrt{\pi} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{\rho \cdot G}} = 4 \sqrt{\frac{3\pi}{\rho \cdot G}}$$

мч



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

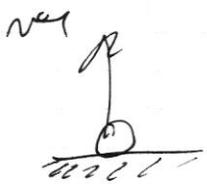
$$V = V_0 - g t$$

$$\frac{V_0}{2} = V_0 - g t$$

$$t_1 = \frac{V_0}{2g} = 0,5 \text{ сек}$$

$$-\frac{V_0}{2} = V_0 - g t$$

$$t_2 = \frac{3V_0}{2g} = 1,5 \text{ сек}$$



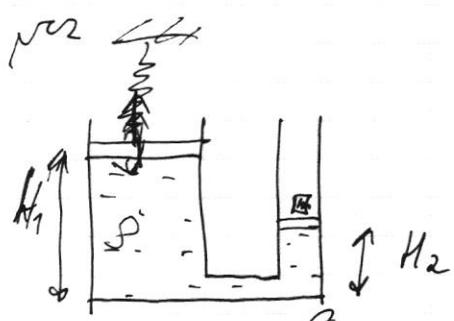
$\times 1,25$   
9  
11,25

$$h_1 = V_0 t_1 - \frac{g t_1^2}{2} = 5 \text{ м} - 1,25 \text{ м} = 3,75 \text{ м}$$

$$h_2 = V_0 t_2 - \frac{g t_2^2}{2} = 15 \text{ м} - 11,25 = 3,75 \text{ м}$$

$$\rho g H_1 + \frac{kx}{S} = \rho g H_2$$

$$h = H_1 - H_2 = \frac{kx}{S \cdot \rho g}$$



$$\rho \cdot g \cdot (H_1 + x) = \frac{mg}{\frac{S}{3}} + \rho \cdot g \cdot (H_2 - 3x)$$

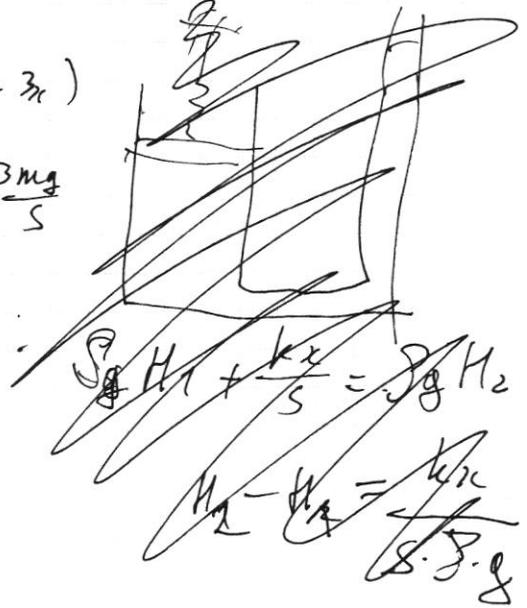
$$m = \frac{\rho \cdot g \cdot (h + 4x) \cdot S}{3g} \quad \rho \cdot g \cdot (H_1 - H_2) + \rho \cdot g \cdot 4x = \frac{3mg}{S}$$

$$\frac{V_1}{\frac{H_1}{2}} = \frac{V_2}{\frac{H_2}{2}}$$

$$\frac{H_1 \cdot S}{\frac{H_1}{2}} = \frac{H_2 \cdot S}{\frac{H_2}{2}}$$

$$2 H_1 = 2 H_2$$

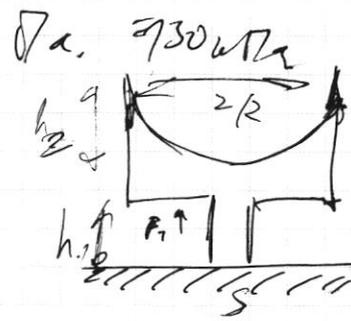
$$H_1 = H_2$$



### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\rho_1 = \rho_2 = \rho \cdot g \cdot H = 130000 \text{ Па}$

$V = S \cdot h_1 + h_2 \cdot \pi R^2 - \frac{2}{3} \pi R^3$



$F_1 = \rho \cdot g \cdot (H - h_2) \cdot (\pi R^2 - S)$

$F_2 =$

$S \cdot g \cdot (H - h_2)$

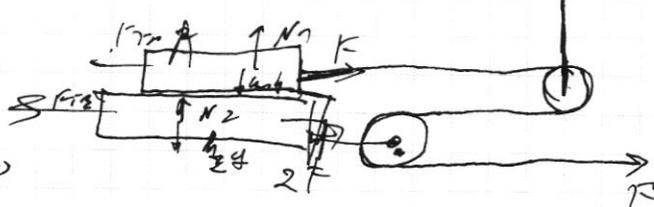
$F_{TP1} = \mu \cdot N_1$

$F_{TP2} = \mu \cdot N_2$

$F_0 = F_{TP} = \mu \cdot 2mg = 3\mu \cdot mg$

$F_0 = 3\mu \cdot mg$

$F = \mu \cdot 2 \cdot 5 \cdot mg$



$a_1 = \frac{F - F_{TP1}}{m_1}$

$2F > F_{TP2}$  and  $F_{TP1} > F$

$a_2 = \frac{2F - F_{TP2}}{m_2}$

$2F > \mu \cdot 5mg$  and  $F < \mu \cdot 3mg$

$\mu \cdot 2.5mg < F < \mu \cdot 3mg$

$a_1 < a_2$

$F < \mu \cdot 2.5mg$

$F = F_{TP2}$

$\frac{F - F_{TP1}}{m_1} < \frac{2F - F_{TP2}}{m_2}$   
 $F \cdot m_1 > 0$

$F \cdot 5mg - F_{TP1} \cdot 5mg < 2F \cdot 5mg$

$$S \cdot h_1 + 2R \cdot h_2 - \frac{4}{3}\pi R^3 = V$$

or  $H - h_1 - h_2$  go  $H - h_1 - h_2 + R$

$$F_2 = 2\pi R^2 \rho \cdot g \cdot \left( H - h_1 - h_2 + \frac{R}{2} \right)$$

$$F_2 - F_1 =$$

$$F_1 = \rho \cdot g \cdot (H - h_1) \cdot (\pi R^2 - S)$$

$$F_2 - F_1 = \rho \cdot g \cdot 2\pi R^2 \cdot \left( H - h_1 - h_2 + \frac{R}{2} \right) - \rho \cdot g \cdot (H - h_1) \cdot (\pi R^2 - S)$$

$$F = \rho \cdot g \cdot \left( (\pi R^2 + S) \cdot (H - h_1) + \pi R^2 \cdot \left( \frac{R}{2} - h_2 \right) \right)$$

$$5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} =$$

$$P_1 - S = 50 \text{ H}$$

$$= 950 \text{ H}$$