

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

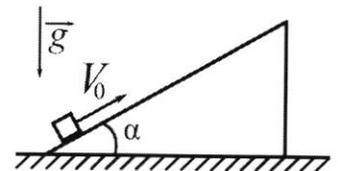
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разрывается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого

равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

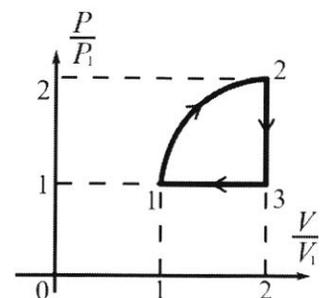
4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R .



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача №1

Дано:

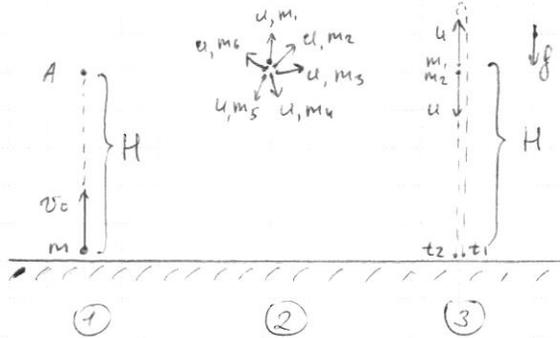
$$m = 2 \text{ кг}$$

$$H = 65 \text{ м}$$

$$\tau = 10 \text{ с}$$

$$v_0 = ?$$

$$K = ?$$



По условию точка А - высшая точка траектории \Rightarrow скорость Фейерверка в момент разрыва равна нулю, тогда:

$$0^2 - v_0^2 = -2gH$$

$$v_0 = \sqrt{2gH} = 10\sqrt{13} \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 36 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

2. Фейерверк разорвался, получили n осколков, тогда:

$$K = \sum_i E_{ki} = \sum_i \frac{m_i u_i^2}{2} = \frac{u^2}{2} \sum_i m_i = \frac{m u^2}{2}$$

3. ~~Найдём u из формулы кинематической:~~

τ - время, в течение которого падает осколок, т.е. разница времён падения 2-х осколков с рисунка ③

$$H = u t_2 + \frac{g t_2^2}{2}$$

$$H = -u t_1 + \frac{g t_1^2}{2}$$

$$D_2 = u^2 + 2gH$$

$$D_1 = u^2 + 2gH$$

$$t_2 = \frac{-u \pm \sqrt{u^2 + 2gH}}{g}$$

$$t_1 = \frac{u \pm \sqrt{u^2 + 2gH}}{g}$$

$$\tau = t_1 - t_2 = \frac{g}{g} (u + \sqrt{u^2 + 2gH} + u - \sqrt{u^2 + 2gH})$$

$$\tau = \frac{2u}{g} \Rightarrow u = \frac{g\tau}{2}$$

время всегда неотрицательное, поэтому перед дискриминантом ставим отрицательный знак

t_1 - время падения осколка m_1
 t_2 - время падения осколка m_2
 u - скорость осколков

$$K = \frac{m}{2} u^2 = \frac{m}{2} \cdot \frac{g^2 \tau^2}{4} = \frac{g^2 m \tau^2}{8} = 2500 \text{ Дж}$$

Ответ: 1) $v_0 \approx 36 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
2) $K = 2500 \text{ Дж}$

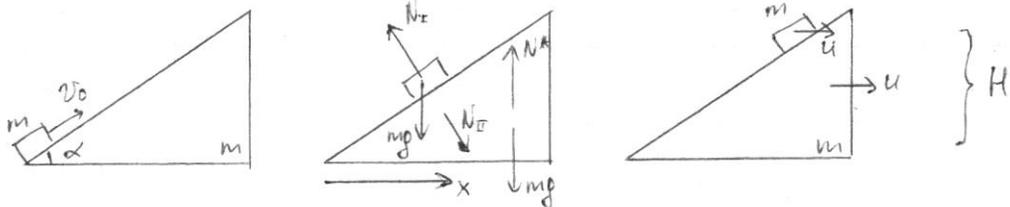
Задача №2

Дано:

$$\alpha = 30^\circ$$

$$v_0 = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$



$$H = ?$$

$$v = ?$$

1) N_I и N_{II} - внутренние силы для системы «блок + шарики»
а mg и N^* - вертикальные силы $\Rightarrow R_{внеш} = 0 \Rightarrow \Delta r_{внеш} = 0$
 \Rightarrow решим $x = \text{const}$. ЗСИ для оси Ox :

$$m v_0 \cdot \cos \alpha = 2 m u \Rightarrow u = \frac{1}{2} v_0 \cdot \cos \alpha$$

2. Определено для шайбы или клина ЗСЭ работать не будет, т.к. $A_{N1} \neq 0$ и $A_{N2} \neq 0$, поскольку $N1$ не перпендикулярна скорости шайбы из-за движения клина и $N2$ не перпендикулярна горизонтальной скорости клина. Но поскольку шайба движется по клину без отрыва, то $A_{N1} + A_{N2} = 0$. Для системы будет верен ЗСЭ в отсутствие работы некот. сил ($\vec{N}_{\text{нет}} \perp \vec{u} \Rightarrow A_{\text{нет}} = 0$)

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mu^2}{2} + mgH + \frac{mu^2}{2}$$

$$gH = \frac{v_0^2 - 2u^2}{2} \Rightarrow H = \frac{v_0^2 - 2u^2}{2g} \quad (\text{из п.1 } u = \frac{1}{2} v_0 \cdot \cos \alpha)$$

$$H = \frac{v_0^2 - 2 \cdot \frac{1}{4} v_0^2 \cos^2 \alpha}{2g} = \frac{2v_0^2 - v_0^2 \cos^2 \alpha}{4g} = \frac{v_0^2 (2 - \cos^2 \alpha)}{4g} \quad \left. \begin{array}{l} 2 - \cos^2 \alpha = 1 + \\ + 1 - \cos^2 \alpha = 1 + \\ + \sin^2 \alpha \end{array} \right\}$$

$$H = \frac{v_0^2}{4g} (1 + \sin^2 \alpha) = \frac{1}{8} m = 0,125 \text{ м}$$

3. Для спуска шайбы по клину для системы "шайба + клин" всё так же верны ЗСН по Ox и ЗСЭ:

$$\text{ЗСН: } mv_0 \cdot \cos \alpha = mv - mv^* \cos \alpha, \quad \text{где } v^* - \text{ скорость шайбы в самом конце спуска отн-но земли}$$

$$v^* \cos \alpha = v - v_0 \cdot \cos \alpha$$

Допустим, что $v^* < 0$

$$\text{ЗСЭ: } \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^{*2}}{2} + \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v_0^2 = v^{*2} + v^2 \Rightarrow v^{*2} = v_0^2 - v^2$$

Получаем систему:

$$\begin{cases} v^* \cos \alpha = v - v_0 \cdot \cos \alpha \\ v^{*2} = v_0^2 - v^2 \end{cases} \quad \begin{aligned} (v_0^2 - v^2) \cos^2 \alpha &= (v - v_0 \cdot \cos \alpha)^2 \\ v_0^2 \cos^2 \alpha - v^2 \cos^2 \alpha &= v^2 - 2v v_0 \cos \alpha + v_0^2 \cos^2 \alpha \\ v^2 + v^2 \cos^2 \alpha - 2v v_0 \cos \alpha &= 0 \\ (1 + \cos^2 \alpha) v^2 - (2 \cdot v_0 \cos \alpha) \cdot v &= 0 \quad | : v, v \neq 0 \end{aligned}$$

$$v = \frac{2v_0 \cos \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} \approx 1,98 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Р.8. ко 2-му пункту и рисункам:
Шайба будет на максимальной высоте, когда её отн-ная скорости спуска равной нулю, а тогда из ЗС $\vec{v}_{\text{шайб}} = \vec{v}_{\text{отн}} + \vec{v}_{\text{пер}}$
 $\vec{v}_{\text{шайб}} = \vec{v}_{\text{пер}} = \vec{u}$

Ответ: 1) $H = 0,125 \text{ м}$
2) $v \approx 1,98 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

Задача N4

Дано:

$$v = 1 \text{ м/с}$$

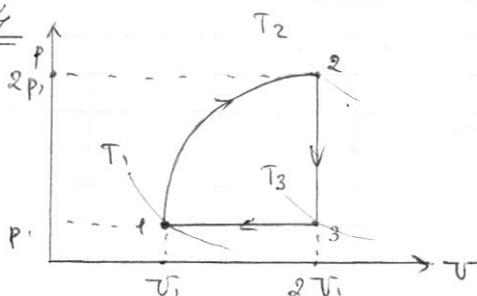
$$i = 3$$

$$T_1$$

$$Q - ?$$

$$A - ?$$

$$\eta - ?$$



$$1) m_1 \quad p_1 V_1 = \nu R T_1$$

$$m_2 \quad 4p_1 V_1 = \nu R T_2 \Rightarrow T_2 = 4T_1$$

$$m_3 \quad 2p_1 V_1 = \nu R T_3 \Rightarrow T_3 = 2T_1$$

3-й Менделеева-Клапейрона для 3-х точек

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

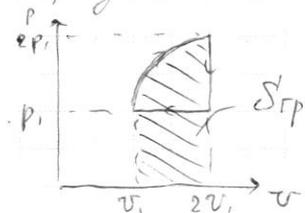
2) $Q = Q_{12} = \nu U_{12} + A_{12}$ (первое начало термодинамики)

$$Q = \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + \Delta S_{гр}$$

$$Q = \frac{3}{2} \nu R \cdot 3T_1 + \nu R T_1 \left(\frac{4+\pi}{4} \right)$$

$$Q = \nu R T_1 \left(\frac{9}{2} + \frac{4+\pi}{4} \right)$$

$$\boxed{Q = \nu R T_1 \left(\frac{22+\pi}{4} \right)} = 6,285 \nu R T_1$$



$S_{гр}$ - сумма площадей
прямоугольника
и четверти эллипса

$$S_{гр} = p_1 \nu_1 + \frac{1}{4} \pi p_1 \nu_1$$

$$S_{гр} = p_1 \nu_1 \left(1 + \frac{\pi}{4} \right) = \nu R T_1 \left(\frac{4+\pi}{4} \right)$$

т.к. цикл идёт по часовой стрелке, то газ расширяется, $A_{12} = + S_{гр}$

3) $A = A_{\Sigma} =$ площадь фигуры, ограниченной циклом (площадь эллипса)

$$\boxed{A = \frac{\pi}{4} p_1 \nu_1 = \frac{\pi}{4} \nu R T_1}$$

т.к. цикл идёт по часовой стрелке, то $A = + S_{\Sigma}$

$$A = 0,785 \nu R T_1$$

4) Чтобы вычислить η найдём $Q_{н}$, для этого найдём Q_{12}, Q_{23}, Q_{31}

$$Q_{12} = Q, \quad Q_{12} > 0$$

$$Q_{23} = \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_2) + p_2 \nu_2 = -3 \nu R T_1, \quad Q_{23} < 0$$

$$Q_{31} = \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_1) - p_1 \nu_1 = \frac{1}{2} \nu R T_1, \quad Q_{31} > 0$$

$$Q_{12} > 0$$

$$Q_{23} < 0$$

$$Q_{31} > 0$$

$$\Rightarrow Q_{н} = Q_{12} + Q_{23}$$

$Q_{н}$ - сумма проверённых методов

$$Q_{н} = Q_{12} + Q_{23} = Q + \frac{1}{2} \nu R T_1 = 6,785 \nu R T_1$$

(подставили Q_{12} из п. 2)

$$\boxed{\eta = \frac{A_{\Sigma}}{Q_{н}} = \frac{A}{Q_{н}} = \frac{0,785 \nu R T_1}{6,785 \nu R T_1} \approx 0,116 \Rightarrow \eta \approx 11,6\%}$$

Ответ: 1) $Q = 6,285 \nu R T_1$

2) $A = 0,785 \nu R T_1$

3) $\eta \approx 11,6\%$

Задача № 5

Дано:

$$Q, Q > 0$$

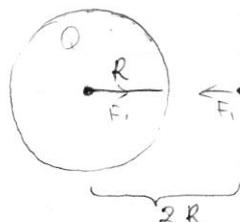
$$R$$

$$q, q > 0$$

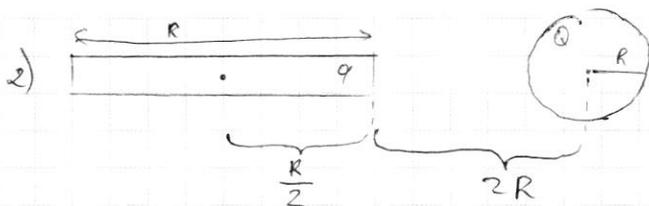
$$F_1 - ?$$

$$F_2 - ?$$

1)



$$\boxed{F_1 = \frac{k Q q}{4 R^2}}$$



$$F_2 = \frac{kQq}{\frac{25}{4}R^2} = \frac{4kQq}{25R^2}$$

Ответ: 1) $F_1 = \frac{kqQ}{4R^2}$

2) $F_2 = \frac{4kqQ}{25R^2}$

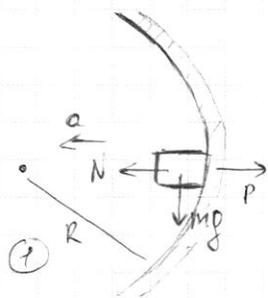
Задача №3

Дано:

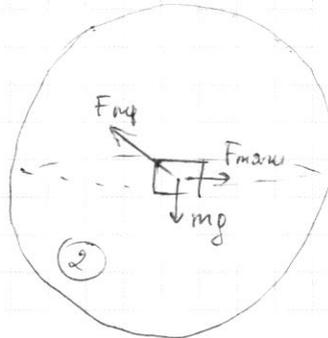
$R = 1,2 \text{ м}; \alpha = \frac{\pi}{6}$
 $v_0 = 3,7 \text{ м/с}; \mu = 0,9$
 $m = 0,4 \text{ кг}$

$P = ?$

$v_{\text{min}} = ?$



Вид сверху



1) $F_{\text{цп}} \perp \vec{a}, F_{\text{норм}} \perp \vec{a}$
 $mg \perp \vec{a}$,
 поскольку движение
 не равномерное
 по окружности
 движение

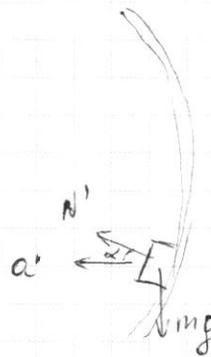
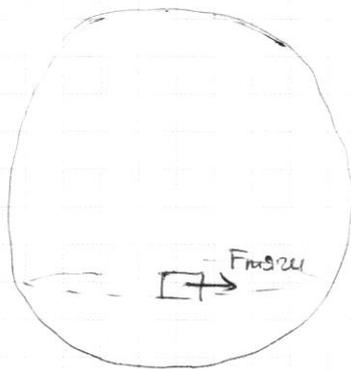
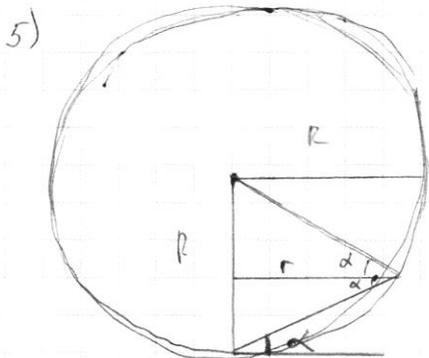
2) 2 ЗН для ?

$$N = ma$$

3) То 3 ЗН: $|\vec{P}| = |\vec{N}|$
 $P = N = ma$

4) Так. движение равном. по окр., то

$$a = \frac{v_0^2}{R} \approx 11,4 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \Rightarrow P = ma = \frac{mv_0^2}{R} \approx 4,56 \text{ Н}$$

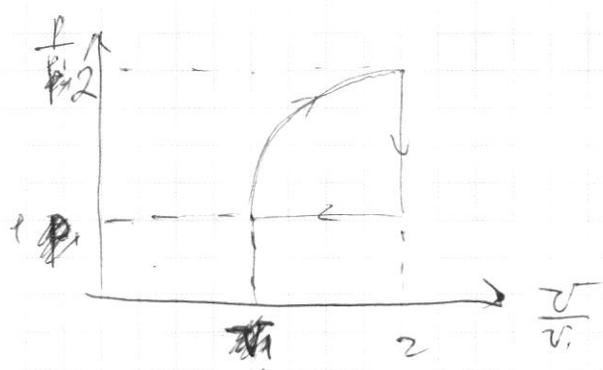


$$F_{\text{цп}} \leq \mu N'$$

Ответ: 1) ~~.....~~ $P \approx 4,56 \text{ Н}$

Уровень 1/1 $\nu=1$ $\epsilon=3$ T_1

(4) $p_1 V_1 = \nu R T_1$ m.1
 $4 p_1 V_1 = \nu R T_2$ m.2
 $2 p_1 V_1 = \nu R T_3$ m.3
 $\Rightarrow T_2 = 4 T_1 ; T_3 = 2 T_1$

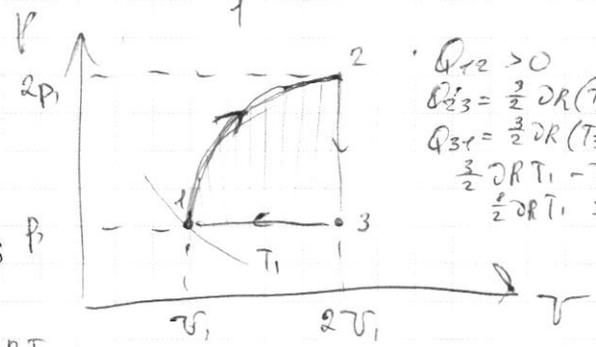


$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}$
 $= \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) + \nu_1 p_1 + \bar{u} V_1 p_1$
 $= \frac{3}{2} \nu R \cdot 3 T_1 + (1 + \pi) \nu R T_1$
 $= \nu R T_1 (\frac{9}{2} + 1 + \pi)$
 $= 8,64 \nu R T_1$

$\frac{5,5}{5,24} = 1,05$
 $\frac{5,24}{8,64} = 0,605$

$A = \frac{N}{\epsilon} = \frac{25,14}{4} = 6,285$

$\frac{1,73}{2} = 0,865$
 $= 1,73$



$Q_{12} > 0$
 $Q_{23} = \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_2) < 0$
 $Q_{31} = \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_1) - p_1 V_1$
 $\frac{3}{2} \nu R T_1 - \nu R T_1$
 $\frac{1}{2} \nu R T_1 > 0$

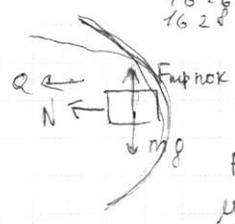
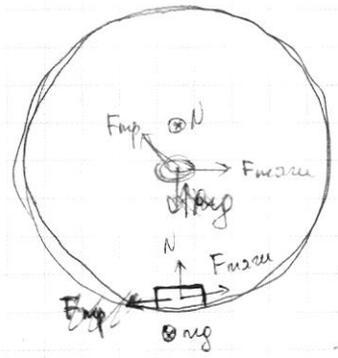
$A = A_{\Sigma} = S_{\text{гп}} = \frac{\pi}{4} \nu_1 p_1 = \frac{\pi}{4} \nu R T_1$

$\frac{3,14}{34} \frac{4}{10,785} = \frac{A_{\text{макс}}}{N} = \frac{F_{\text{макс}} \cdot \nu}{N} = \frac{A_{\Sigma}}{Q_H}$

$\frac{3,14}{27,14} \frac{27,14}{0,116} = \frac{4340}{27,14} = 162,60$
 $\frac{162,60}{162,84} = 1,00$

$\frac{\frac{\pi}{4}}{2,4 + \frac{\pi}{4}} = \frac{\pi}{2,4 + \pi}$

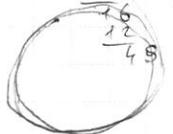
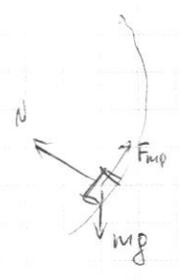
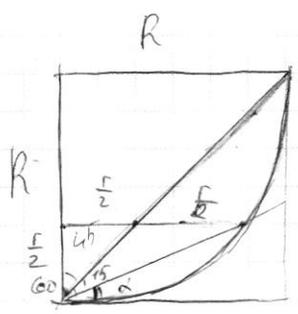
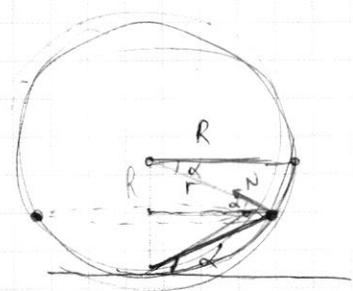
Век сверху R, v_0, m



$F_{\text{mp}} = \mu N = \mu m a$
 $N = m a, a = \frac{v_0^2}{R}$
 $\vec{p} = -\vec{N} \Rightarrow p = N = m a$

$F_{\text{mp}} = m g$
 $\mu N = m g$
 $\mu m a = m g \Rightarrow a = \frac{g}{\mu} = \frac{v_0^2}{R}$

$\frac{3,2}{25,9} = 0,123$
 $\frac{11}{11,4} = 0,965$

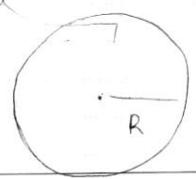
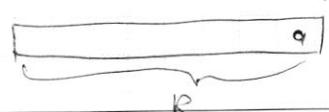


$0,4 \cdot 13,68 = 5,472$
 $1,23$
 $13,68 \cdot 3 = 40,98$
 $12 \cdot 16 = 192$
 $\frac{192}{13} = 14,77$

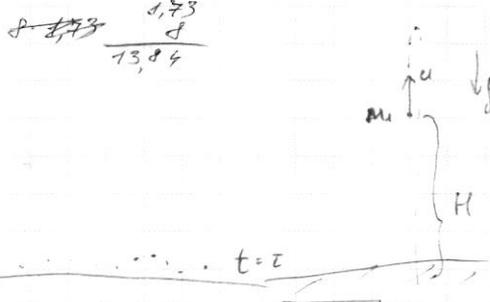
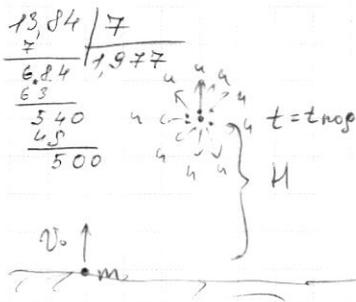
$\vec{R} + m \vec{g} + \vec{F}_{\text{макс}} + \vec{F}_{\text{мп}} = m \vec{a}$

$\frac{a}{g} = \frac{v_0^2}{R g}$
 $F_{\text{макс}} = F_{\text{мп}} = \mu m a$
 $N \cos \alpha = m a \Rightarrow a = \frac{N \cos \alpha}{m}$

$F_1 = \frac{k q Q}{4 R^2} \left(\frac{5}{7} R \right)^2 = \frac{25}{4} R^2$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$mgh + \frac{m \cdot u^2}{2} = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

$$2gh = v^2 - u^2$$

$$H = ut - \frac{g t^2}{2}$$

$$u = \frac{H}{t} + \frac{g t}{2}$$

$$v_0^2 = 2gH \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gH} = 20.65 \approx 130 \text{ м/с}$$

$$K = \sum_i E_{ki} = \sum_i \frac{m_i u^2}{2} = \frac{u^2}{2} \sum_i m_i = \frac{m u^2}{2} = \frac{m}{2} \cdot$$

$$H = u t_2 + \frac{g t_2^2}{2} \quad \frac{g}{2} t_2^2 + u t_2 - H = 0$$

$$H = -u t_1 + \frac{g t_1^2}{2} \quad \frac{g}{2} t_1^2 - u t_1 - H = 0$$

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 65} = \sqrt{1300} = 10\sqrt{13}$$

$$4 \cdot \frac{1}{8} \cdot 100 \cdot 100 = 25 \cdot 100 = 2500$$

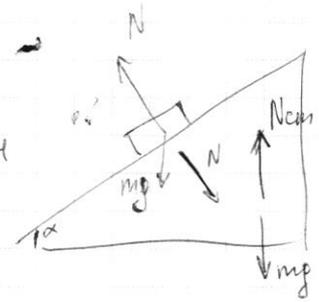
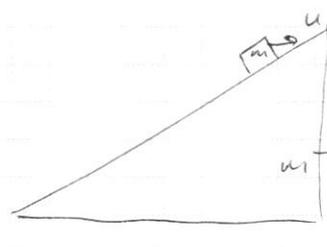
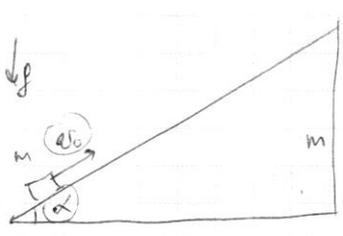
38 36
35 36
64 216
56 108
1024 1256

12,25

173
173
518
1211
173
15328

u · 60 = 2000

(4) (2) 3 ±



$$v_0 \cos \alpha = 2mu \Rightarrow u = \frac{v_0 \cos \alpha}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{u}{2}$$

$$\frac{4v_0^2}{4} - \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{4} = \frac{v_0^2}{4} (4 - \cos^2 \alpha)$$

$$mgh + \frac{m u^2}{2} = \frac{m v_0^2 \cos^2 \alpha}{2}$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m u^2}{2} + mgh + \frac{m u^2}{2} = gh + u^2$$

$$\frac{v_0^2}{2} = gh + u^2 \Rightarrow gh = \frac{v_0^2}{2} - \frac{2u^2}{2} \Rightarrow H = \frac{2v_0^2 - v_0^2 \cos^2 \alpha}{2} = \frac{2 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{4}$$

$$\frac{v_0^2}{4g} (1 + \sin^2 \alpha) = \frac{4}{4 \cdot 10} (1 + \frac{1}{4}) \quad 2 \cdot \cos^2 \alpha = 2 - \frac{3}{4} = \frac{5}{4} \cos^2 \alpha = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{m v^2}{2} + \frac{m v^2}{2} \cdot \frac{1}{4}$$

$$v^2 = v_0^2 - v^2$$

$$\frac{2\sqrt{3}}{7} \cdot 4 = \frac{8}{7} \cdot \sqrt{3}$$

$$\frac{v^2}{\cos^2 \alpha} - \frac{2v_0 v_0}{\cos^2 \alpha} + v_0^2 = v_0^2 - v^2$$

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

