

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

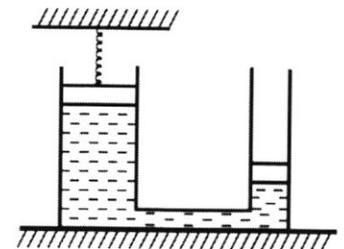
Вариант 09-01

Шифр

(заполняется секретарем)

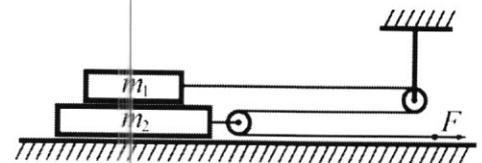
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 12$ м/с.
- 1) Через какое время t после старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?
 - 2) На какой высоте h , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?
- Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности ρ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Разность уровней жидкости в сосудах равна h . Площадь сечения левого поршня S , правого $S/2$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g .



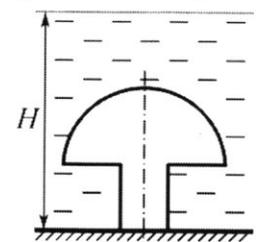
- 1) Найдите деформацию x пружины.
 - 2) Найдите массу m груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.
3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты $h = 0,5R$, здесь R – радиус планеты. Плотность планеты ρ . Гравитационная постоянная G . Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.
- 1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $2R$ от центра планеты.
 - 2) Найдите период T обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков $m_1 = 2m$, $m_2 = 3m$. Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен μ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



- 1) Найдите величину F_0 горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.
- 2) Найдите величину F минимальной силы, при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

5. Ко дну бассейна глубиной $H=2,5$ м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции $V = 8$ дм³, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей $S = 20$ см². Плотность воды $\rho = 1$ г/см³, атмосферное давление $P_0 = 100$ кПа. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



- 1) Найдите давление P_1 вблизи дна.
- 2) Найдите величину F силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1 Решения

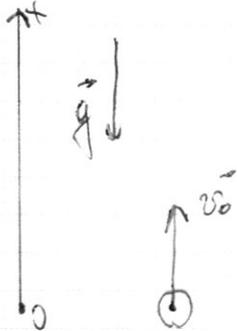
Дано:

$$v_0 = 12 \text{ м/с}$$

$$\frac{v_0}{3} = v$$

h - ?

t - ?



Уравнение для координаты по оси x

$$x(t) = v_0 t - \frac{g t^2}{2}$$

Уравнение для скорости

1) $v(t) = v_0 - g t$ - на первом участке (урагоне подвеса) - 1-ый шаг

$$v(t) = g t$$

2) $v(t) = g(t - \frac{v_0}{g})$ - на участке падения - 2-ой шаг

$$1) \frac{v_0}{3} = v_0 - g t_1$$

$$g t_1 = v_0 - \frac{v_0}{3} = v_0 \left(\frac{3}{3} - \frac{1}{3} \right) = \frac{2}{3} v_0$$

$$t_1 = \frac{2 v_0}{3 g} = \frac{2 \cdot 12}{3 \cdot 10.5} = \frac{4}{5} = 0.8 \text{ (с)}$$

$$= 9.6 - 3.2 = 6.4 \text{ (м)}$$

$$h_1 = v_0 t_1 - \frac{g t_1^2}{2} = 12 \cdot 0.8 - 5 \cdot 0.64 =$$

$$2) \frac{v_0}{3} = g t_2 - v_0$$

$$g t_2 = \frac{v_0}{3} + v_0 = \frac{4}{3} v_0$$

$$t_2 = \frac{4 v_0}{3 g} = \frac{4 \cdot 12}{3 \cdot 10.5} = \frac{8}{5} = 1.6 \text{ (с)}$$

$$h_2 = v_0 t_2 - \frac{g t_2^2}{2} = 12 \cdot 1.6 - 5 \cdot 1.6 \cdot 1.6 =$$

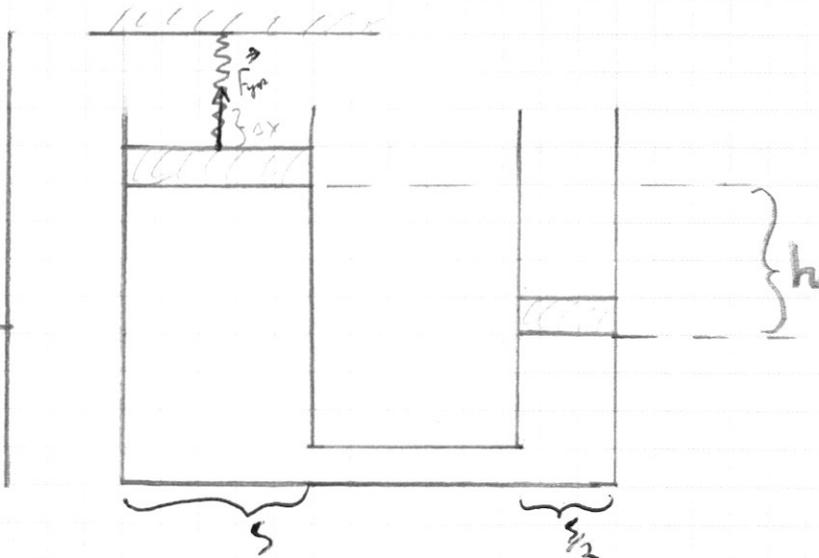
$$= 19.2 - 12.8 = 6.4 \text{ (м)}$$

Ответ: $t_1 = 0.8 \text{ с}$; $t_2 = 1.6 \text{ с}$; $h = 6.4 \text{ м}$.

~2 Теория

Дано:

S, ρ
 $\frac{S}{2}, h,$
 g
 $x - ?$
 $m - ?$



Данная система находится в равновесии что означает $F_{упр} = \rho g h$ - для формулы следует из того, что разность давлений $F_{упр} = kx$ сформирована действием силы упругости.

$$\frac{kx}{S} = \rho g h$$

$$x = \frac{S \rho g h}{k}$$

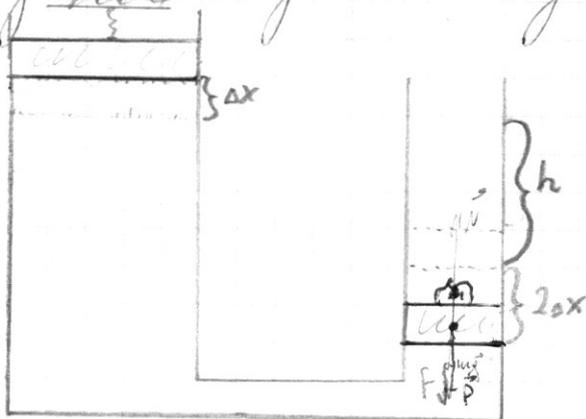
x - разность высот в трубках

Чтобы в трубках не возникла сила упругости в поршень давлен поднятая на высоту Δx

Собъем, который поднимается равен объему жидкости, который опускается

$$\Delta x \cdot S = \frac{\Delta l \cdot S}{2} \quad \Delta l = 2\Delta x$$

\Rightarrow правый поршень опустится на расстояние $2\Delta x$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Температура системы находится в равновесии
 благодаря струе воды массой m на поверхности
 на воду со стороны правой поверхности действует
 сила $F = P / (\text{вектор струя})$ $F = mg$

Давление со стороны правой поверхности и струя $\frac{mg \cdot 2}{5}$

$\frac{mg \cdot 2}{5} = \rho g l$, где l - толщина струи у поверхности
 воды в равновесии

$$l = h + \Delta l + 2\Delta x = h + 3\Delta x = \frac{2}{5}h$$

$$\frac{mg \cdot 2}{5} = \rho g (h + 3\Delta x)$$

$$m = \frac{\rho g (h + 3\Delta x)}{2g} = \frac{\rho}{2} \cdot \left(h + \frac{3\rho g h}{k} \right) = \frac{\rho h}{2} \left(1 + \frac{3\rho g}{k} \right)$$

Ответ: $x = \frac{\rho g h}{k}$; $m = \frac{\rho h}{2} \left(1 + \frac{3\rho g}{k} \right)$.

3. Теория

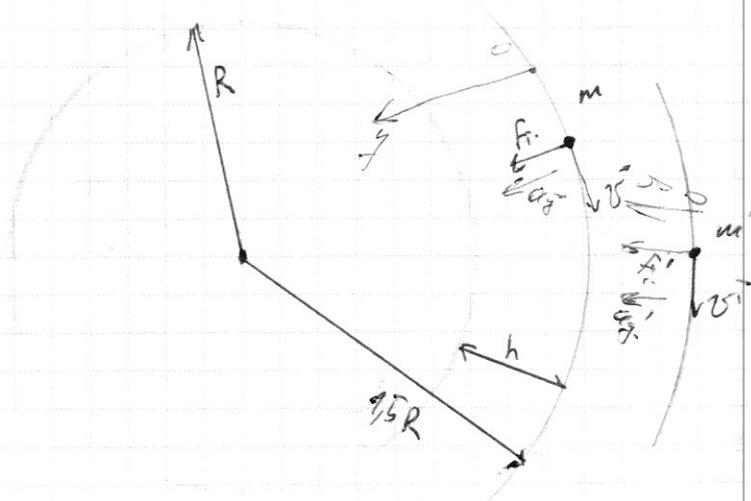
Дано:

$$h = 0,5R,$$

$$R, g, \sigma$$

$$g - ?$$

$$T - ?$$



$$F = G \frac{M m \cdot 4}{9 R^2}, \quad M \text{ — масса планеты, } m \text{ — масса спутника}$$

$$a_y: \quad m a_y = \frac{G \cdot M m \cdot 4}{9 R^2}$$

$$a_y = \frac{2v^2}{3R} = \frac{4 \pi^2 R \cdot 2 \pi^2 R^2}{3 \cdot T^2 R}, \quad v \text{ — скорость движения спутника}$$

$$\frac{2 \cdot 9 \pi^2 R}{3 \cdot T^2 R} = \frac{G \cdot 4 \cdot M}{9 R^2}$$

$$T^2 = \frac{9 \pi^2 R \cdot 9 R^2 \cdot 2}{G \cdot 4 \cdot M \cdot 3} = \frac{2 \cdot 9 \cdot 9 \cdot \pi^2 \cdot R^3}{3 \cdot 4 \cdot G \cdot M} = \frac{1 \cdot 9 \cdot 9 \cdot \pi^2 \cdot R^3 \cdot 2}{3 \cdot 4 \cdot G \cdot 4 \cdot \pi R^3} =$$

$$\left(M = \frac{9 \cdot 4 \cdot \pi R^3}{3} \right) = \frac{9 \cdot 9 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 2}{4^2 \cdot G \cdot 4}$$

$$T = \sqrt{\frac{9 \cdot 9 \cdot 2 \pi}{4^2 \cdot G \cdot 4}} = \frac{9}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \pi}{G \cdot 4}}$$

Пусть тело массой m' обращается вокруг планеты на высоте $2R$

$$a_y: \quad F' = m' a_y'$$

$$F' = G \frac{M \cdot m'}{4 R^2}$$

$$\frac{m' \cdot 2v'^2}{2R} = \frac{G \cdot M \cdot m'}{4 R^2}$$

$$v'^2 = \frac{(2 \pi \cdot 2R)^2}{T^2} = \frac{16 \pi^2 R^2}{T^2}$$

$$a_y' = g$$

$$m' g = \frac{G \cdot M \cdot m'}{4 R^2}$$

$$g = G \frac{M}{4 R^2} = G \frac{4 \pi R^3}{3 \cdot 4 R^2} = \frac{4 \pi R}{3}$$

$$g = G \frac{\pi R}{3}$$

$$\text{Ответ: } T = \frac{9}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \pi}{G \cdot 4}}; \quad g = G \frac{\pi R}{3}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№4. Точка

Дано:

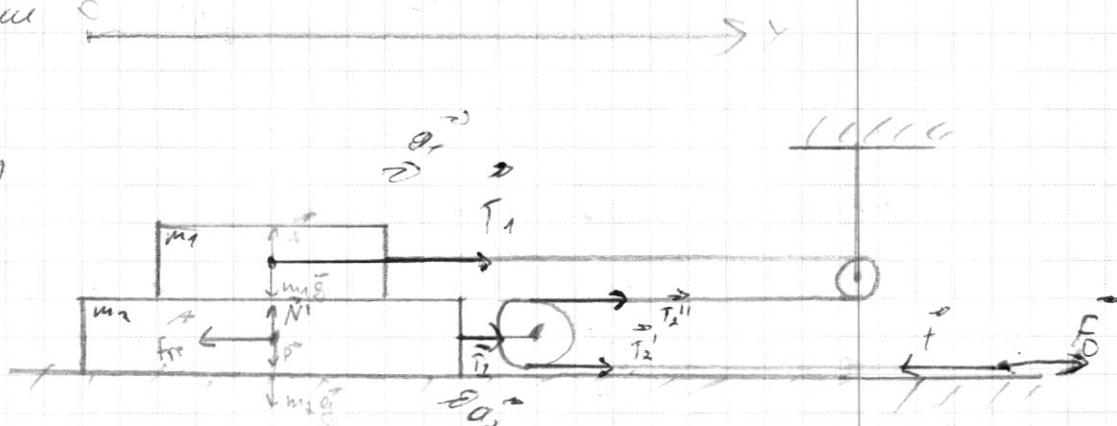
$m_1 = 2 \text{ м}$

$m_2 = 3 \text{ м}$

μ

$F_0 = ?$

$F = ?$



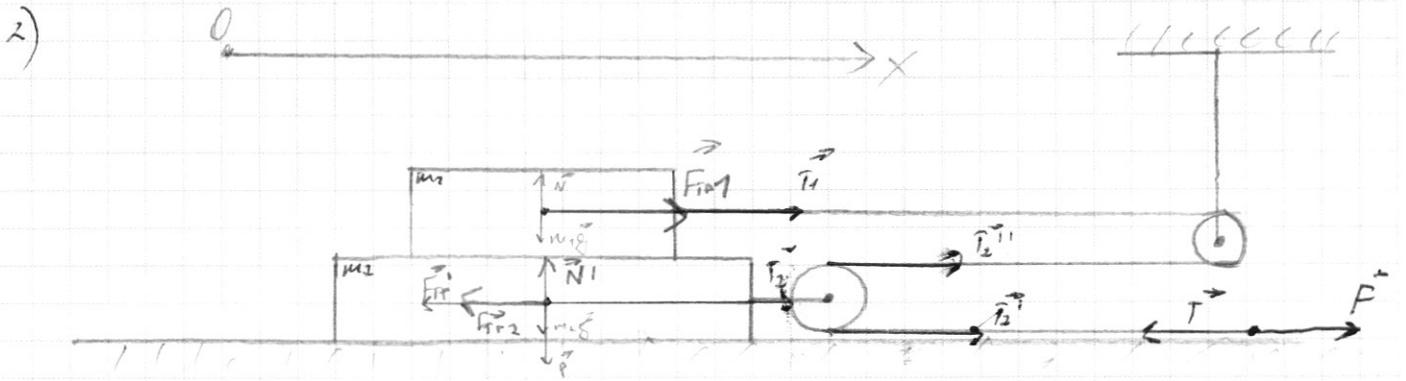
В нити возникает сила натяжения
 $T = F_0$ на верхней грани действует сила
 $T_1 = T$. На нижней $T_2 = T_1' + T_1''$ $T_1' = T_1'' = T$
 $T_2 = 2T$.

Чтобы между телами не было
 проскальзывания, они должны двигаться с одной
 скоростью. $a_1 = a_2$ $a_1 = a_2$

$m_1 a_1 = T$ $N = P = m_1 g$
 $m_2 a_2 = T_2 - f_{TP}$ $f_{TP} = \mu N$ $N' = m_2 g + P = (m_2 + m_1) g =$
 $= (2 + 3) g = 5 \mu g$
 $a_1 = a_2 = \frac{T}{2m} = \frac{2T - 5 \mu g m}{3m}$ $f_{TP} = 5 \mu g m$

$\frac{F_0}{2} = \frac{2F_0 - 5 \mu g m}{3}$

$3F_0 = 4F_0 - 10 \mu g m$ $F_0 = 10 \mu g m$



Чтобы верхний брусок двигался влево относительно нижнего бруска a_1 - ускорение верх. бруска должно быть меньше a_2 - ускорения нижнего бруска.

Силы возникающие в месте сцепления.

$$T_1 = T = F \quad T_2 = 2T = 2F$$

$$N = m_2 g \quad F_{fr1} = \mu N = \mu m_2 g =$$

$$N' = F_{fr}' \quad N' = (m_1 + m_2)g \quad (N' = m_2 g + F)$$

$$F_{fr}' = (m_1 + m_2)g \mu$$

$$F_{fr2} = F_{fr1} \quad (\text{по 3-ему закону Ньютона})$$

$$m_2 a_2 = T_2 - F_{fr}' - F_{fr2} = 2T - (m_1 + m_2)g \mu - \mu m_2 g = 2F - 4\mu m g$$

$$m_1 a_1 = T_1 + F_{fr1} = T + \mu m_2 g = F + 2\mu m g$$

$$a_1 = \frac{F + 2\mu m g}{2m}$$

$$a_2 = \frac{2F - 4\mu m g}{3m}$$

$$a_2 > a_1 \quad \frac{2F - 4\mu m g}{3m} > \frac{F + 2\mu m g}{2m}$$

$$4F - 14\mu m g > 3F + 6\mu m g \quad F > 20\mu m g$$

Ответ: 1) $F_0 = 10\mu m g$; F должно быть больше чем $20\mu m g$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 5 Решение

Дано:

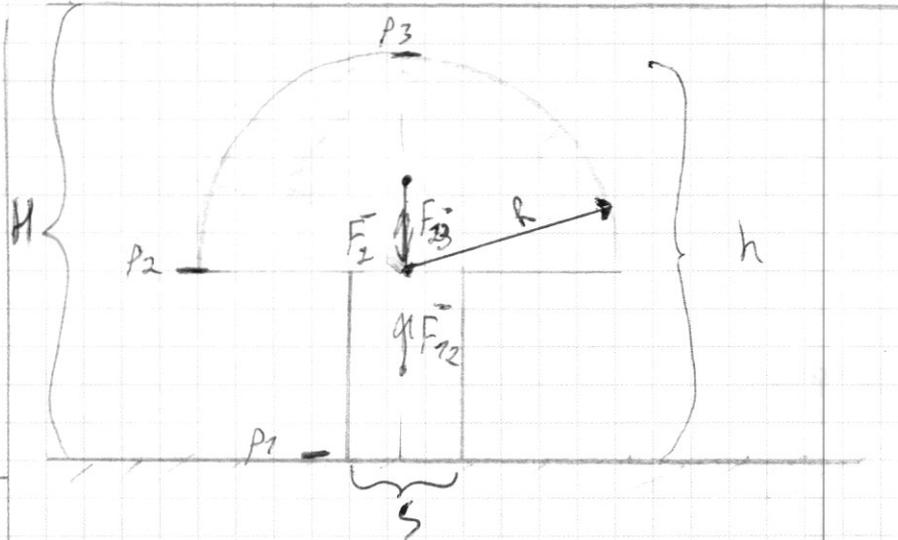
$$H = 2,5 \text{ м}$$

$$V = 8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$S = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$$

$$\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$$

$$P_0 = 100 \cdot 10^3 \text{ Па}$$



$P_1 = ?$

$F = ?$

Пусть R - радиус полушара, h - высота конструкции.
 P_3 - давление в верхней части конструкции.
 P_2 - давление в нижней части полушара.

P_1 - давление на дне

$$P_1 = \rho g H + P_0$$

$$P_3 = \rho g (H - h) + P_0$$

$$P_2 = (H - h + R) \cdot \rho g + P_0$$

$$P_1 = 100 \cdot 10^3 + 10^3 \cdot 10 \cdot 2,5 = 10^3 \cdot (100 + 25)$$

т.к. давление с высотой растет линейно

среднее давление действующее на полушару

$$\langle P \rangle = \frac{P_3 + P_2}{2}$$

$$F_{32} = \frac{P_3 + P_2}{2} \cdot 2\pi R^2 = \pi R^2 (P_2 + P_3) = F_{32} \text{ средняя}$$

сила с которой вода действует на верх полушара.

На полушару снизу действует давление P_1

и т.д.

Разность давлений $p_1 - p_2$ действует на
 цилиндрической части цилиндра

$$F_{12} = (p_1 - p_2) \cdot S = (\rho g H + p_0 - (\rho g h + \rho g R + p_0)) \cdot S =$$

$$= \rho g S (h - R)$$

$\langle p \rangle$ будет действовать на всю поверхность

на эту поверхность действует сила

$$F_2 = p_2 \cdot (\pi R^2 - S)$$

Выражения ~~выражения~~ ~~выражения~~ можно получить на
 две равные части (если ось симметрии)
 на одну и другую сторону

$$F_{32} = \left(\frac{p_2 + p_3}{2}\right) \cdot \pi R^2 \quad \text{и} \quad F_{32} = \left(\frac{p_2 + p_3}{2}\right) \cdot \pi R^2$$

и равенств получается этот сил

$$F_{32} = \sqrt{2 \left(\frac{p_2 + p_3}{2}\right) \pi R^2} = \left(\frac{p_2 + p_3}{2}\right) \pi R^2 \sqrt{2} \quad \left(\text{т.к. равенств получается} \right)$$

сил действующих на половину будут направлены
 под углом 45° и центру поверхности и по длине поверхности



$$F = (F_{12} + F_2 - F_{32}) = \rho g S (h - R) + (\pi R^2 - S) (\rho g h + \rho g R + p_0) -$$

$$- \pi R^2 \sqrt{2} \left(\frac{2p_0 + \rho g (2H - 2h + R)}{2} \right) =$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$= 2\sigma g S h - 2\sigma g S R + \pi R^2 \cdot \sigma g H - \pi R^2 \sigma g h + \pi R^2 \sigma g R + \pi R^2 p_0 -$$

$$- \sigma g H S + \sigma g h S - \sigma g R S - p_0 S - \pi R^2 p_0 \sqrt{2} - \frac{\pi R^2 \sigma g \cdot 2H}{\sqrt{2}} + \frac{\pi R^2 \sigma g \cdot 2h}{\sqrt{2}} -$$

$$- \frac{\pi R^2}{\sqrt{2}} \cdot R \sigma g =$$

$$25 - \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$= \sigma g \left(2Sh - 2SR + \pi R^2 \cdot H - \pi R^2 \cdot h + \pi R^2 \cdot R - HS - \pi R^2 \cdot \sqrt{2} H + \pi R^2 \cdot \sqrt{2} h - \right.$$

$$\left. - \frac{\pi R^2 R}{\sqrt{2}} \right) + p_0 \left(-\pi R^2 - S - \pi R^2 \sqrt{2} \right)$$

$$\sqrt{V} = \frac{4}{6} \pi R^3 + (h-R) \cdot S = \frac{4}{6} \pi R^3 + hS - SR$$

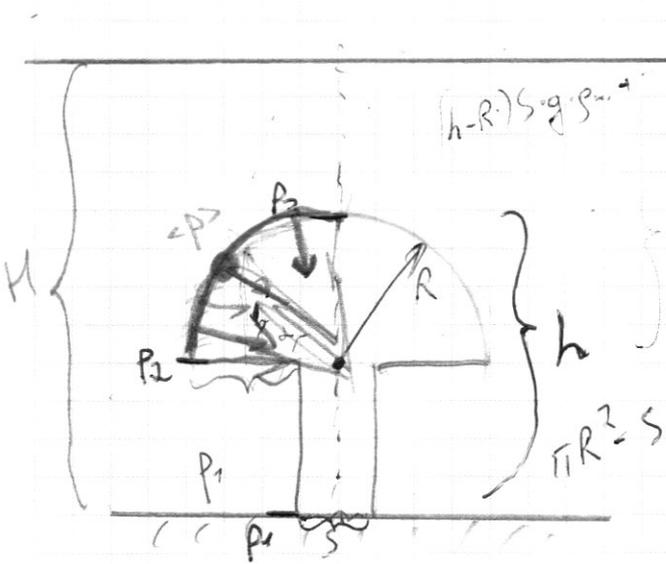
ответ: 1) $p_1 = 125 \cdot 10^3 \text{ Па}$.



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница № 70
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$(h-R) \cdot s \cdot g \cdot s^2$$

$$\rho = 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$V = 8 \text{ гсм}^3$$

$$P_0 = 100 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

$$H - (h-R) = H - h + R$$

Среднее значение ρ на g конусообразной

$$\left(\frac{P_2 + P_3}{2} \right) \cdot 2\pi R^2$$

$$P_1 = P_0 + \rho g H$$

$$P_2 = \rho g (H - h + R)$$

$$P_3 = \rho g H$$

$$V = \frac{4\pi R^3}{3 \cdot 2} + s \cdot (h-R)$$

$$H - (h-R)$$

$$6V = 4\pi R^3 + 5h - 5R$$

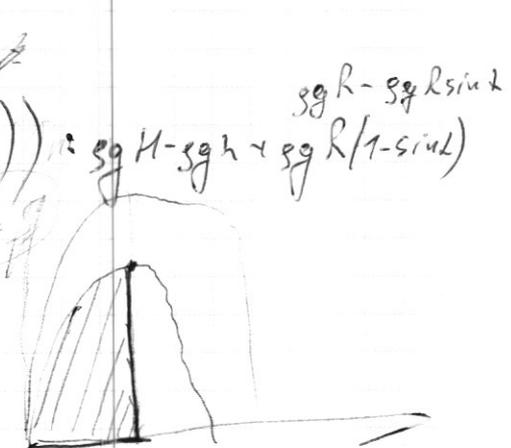
$$5h = 6V + 5R - 4\pi R^3$$

$$H - h + R$$

$$h = \frac{6V + 5R - 4\pi R^3}{5} = \frac{6V + R(5 - 4\pi R^2)}{5}$$

$$P(h) = \rho g (H - h + R \sin \alpha)$$

$$\rho g (H - h + R(1 - \sin \alpha)) = \rho g H - \rho g h + \rho g R(1 - \sin \alpha)$$



$$P(h) = \rho g (H - h + R) - \rho g R \sin \alpha$$

$$\int_0^{\theta} (\sin \alpha) = \sin \alpha \cdot \rho g (H - h + R) + \cos \alpha (\rho g R)$$

$$\rho g R - \rho g (H-h+R)$$

$$\rho g (R-H+h-R)$$

$$\rho g (h-H)$$

$$P_2 - P_1$$

$$10 \text{ тгн} \cdot 10 \text{ тгн} \cdot 10 \text{ тгн} = 10 \text{ тгн}^3$$

$$10 \text{ тгн} \cdot 10 \text{ тгн} \cdot 10 \text{ тгн} = 1000 \text{ тгн}^3 = 1 \text{ м}^3$$

$$1 \text{ м} = 100 \text{ см}$$

$$100 \text{ см} \cdot 100 \text{ см} = 10000 \text{ см}^2 = 1 \text{ м}^2$$

$$2 \cdot 10^{-3}$$

Несем один груз с суммой грузов в направлении
или ускорения



$m_1 a_1 = T$

$$a_1 = \frac{T}{m_1} = \frac{T}{2m}$$

$$N = m_1 g + m_2 g = 2mg + 3mg = 5mg$$



$$3m a_2 = 2T - F_{тр} = 2T - N = 2T - 5mg \Rightarrow a_2 = \frac{2T}{3m} - \frac{5}{3}g$$

$$\frac{T}{2m} = \frac{2T}{3m} - \frac{5}{3}g \quad T = F$$

$$-\frac{F}{2m} = -\frac{2F}{3m} + \frac{5}{3}g \quad \frac{2F}{3m} - \frac{F}{2m} = \frac{5}{3}g$$

$$\frac{F}{m} \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \right) = \frac{5}{3}g$$

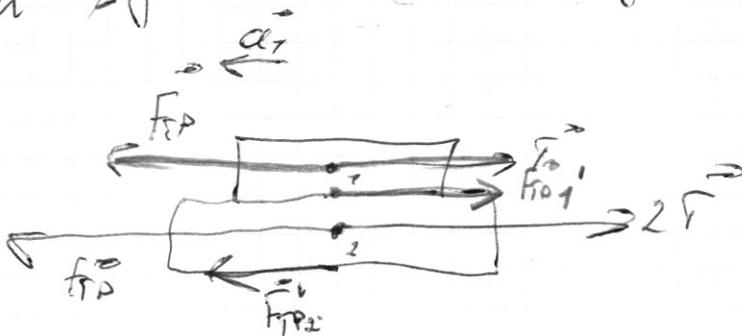
$$\frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{4}{6} - \frac{3}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{5}{3} \quad \frac{1}{6}$$

$$\frac{F}{6m} = \frac{5}{3}g$$

$$F = 6m \cdot \frac{5}{3}g = 10gm$$

2)



$$a_2 > a_1$$

$$\frac{2T}{3m} - \frac{5}{3}g$$

$$a_2' = 2T - F_{тр(N)} - F_{тр2}(\epsilon)$$

$$a_1' = T + F_{тр1}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$F_{\text{уп}} = \frac{G \cdot m \cdot M}{2,25 R^2} \quad \frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 2} = \frac{9}{4}$$

$$a_{\text{уп}} = \frac{G \cdot m \cdot M}{2,25 R^2}$$

$$\frac{v^2}{R} a_{\text{уп}} = \frac{G \cdot M}{2,25 R^2} = \frac{G \cdot 4 \pi R^3}{3 \cdot 2,25 R^2} =$$

$$G \cdot \rho \cdot \pi \cdot R \cdot \frac{4}{3 \cdot 2,25} = \frac{16}{9 \cdot 3} = \frac{16}{27} = \frac{v^2}{R}$$

$$v^2 = \frac{G \rho \cdot \pi \cdot R^2 \cdot 16}{27} = \frac{9 \pi^2 R^2}{T^2}$$

$$\frac{9 \cdot 16}{8 \cdot 2,25} = \frac{9}{4} = 2,25 \quad 27 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^2 \cdot 3$$

$$T^2 = \frac{\pi^2 \cdot 9 \cdot 27}{G \cdot \rho \cdot \pi \cdot 16}$$

$$T = \sqrt{\frac{9 \cdot 27 \cdot \pi}{16 \cdot G \rho}} = \frac{3}{4} \sqrt{\frac{27 \pi}{G \rho}}$$

$$= \frac{9}{4} \sqrt{\frac{3 \pi}{G \rho}}$$

$$\frac{m^2 \cdot m^3}{\text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{м}} = \frac{\text{м}^2 \cdot \text{м}}{\text{Н}} = \frac{\text{м}}{\frac{\text{Н}}{\text{м}}}$$

$$\frac{\text{м} \cdot \text{г} = \text{Н}}{\text{г}} \frac{\text{Н}}{\text{м}} = \frac{\text{м}}{\frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = \text{с}^2$$

$$g = \frac{G \cdot M}{4 R^2} = \frac{G \cdot \rho \cdot 4 \pi R^3}{3 \cdot 4 R^2} = \frac{1}{12} G \rho \pi R$$

$$(1,5)^2 = 2,25$$

