

# Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

Вариант 09-01

Шифр

(заполняется секретарём)

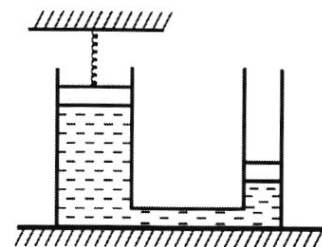
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью  $V_0 = 12$  м/с.

1) Через какое время  $t$  после старта скорость камня будет равна по величине  $V_0/3$ ?

2) На какой высоте  $h$ , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине  $V_0/3$ ?

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности  $\rho$ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости  $k$  с верхней опорой. Разность уровней жидкости в сосудах равна  $h$ . Площадь сечения левого поршня  $S$ , правого  $S/2$ . Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения  $g$ .



1) Найдите деформацию  $x$  пружины.

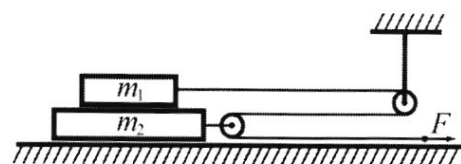
2) Найдите массу  $m$  груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.

3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты  $h = 0,5R$ , здесь  $R$  – радиус планеты. Плотность планеты  $\rho$ . Гравитационная постоянная  $G$ . Объём шара  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ .

1) Найдите ускорение  $g$  свободного падения на расстоянии  $2R$  от центра планеты.

2) Найдите период  $T$  обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков  $m_1 = 2m$ ,  $m_2 = 3m$ . Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен  $\mu$ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



1) Найдите величину  $F_0$  горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.

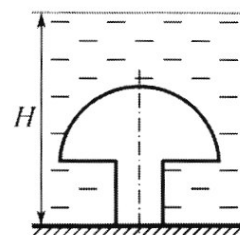
2) Найдите величину  $F$  минимальной силы, при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

5. Ко дну бассейна глубиной  $H=2,5$  м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции  $V = 8$  дм<sup>3</sup>, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей  $S = 20$  см<sup>2</sup>. Плотность воды  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>, атмосферное давление  $P_0 = 100$  кПа.

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

1) Найдите давление  $P_1$  вблизи дна.

2) Найдите величину  $F$  силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1.

1. Скорость подброшенного камня уменьшается по формуле:

$$v = v_0 - gt.$$

$\Rightarrow \frac{v_0}{3} = v_0 - gt$ . Но в данном случае  $\frac{v_0}{3}$  может быть направлено как вверх (до вершины полной траектории), так и вниз (после).

$$1) \frac{v_0}{3} = v_0 - gt_1 \Leftrightarrow \frac{2v_0}{3} = gt_1 \quad t_1 = \frac{2v_0}{3g} = \frac{24 \text{ м/с}}{30 \text{ м/с}^2} = 0,8 \text{ с.}$$

$$2) -\frac{v_0}{3} = v_0 - gt_2 \Leftrightarrow \frac{4v_0}{3} = gt_2 \quad t_2 = \frac{4v_0}{3g} = \frac{48 \text{ м/с}}{30 \text{ м/с}^2} = 1,6 \text{ с.}$$

2. Высота камня отслеживается по формуле:

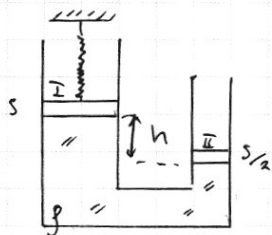
$H = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$ . Но т.к. ~~под~~ траектория полёта симметрична (из-за отсутствия сопротивления воздуха)  $H$  для  $t_1$  и для  $t_2$  одинаковы.

$$H = v_0 t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = 12 \text{ м/с} \cdot 0,8 \text{ с} - \frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot 0,8^2}{2} = 9,6 \text{ м} - 3,2 \text{ м} = 6,4 \text{ м.}$$

Ответ: 1. 0,8 с или 1,6 с

2. 6,4 м

✓ 2.



1. Разница давлений между I и II поршнями  $\Delta p = \rho g h$ .

Тогда сила, действующая вниз на поршень  $F_1 = \Delta p \cdot S = \rho g h S$ .

На поршень I действуют только сила натяжения пружины  $T$  и  $F_1$ .

по III-ему закону Ньютона:

$$kT = F_1$$

По закону Гука  $T = kx$

$$\Rightarrow kx = \rho g h S \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{\rho g h S}{k}$$

2. На поршень II действует аналогичная сила:  $F_2 = \Delta p \cdot \frac{S}{2} = \frac{\rho g h S}{2}$   
(только вверх)



Аналогично 1-ому пункту:

$$F_2 = mg \quad \Rightarrow \quad m = \frac{F_2}{g} = \frac{\rho g h S}{2g} = \frac{\rho h S}{2}$$

С началом этого груза,  $\Delta p$  компенсируется и станет  $= 0 \Rightarrow F_1 = 0 \Rightarrow x = 0$ .

Ответ: 1.  $x = \frac{\rho g h S}{k}$   
 $m = \frac{\rho h S}{2}$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 3.

Примем планету радиусом  $R$  за материальную точку с массой = массой планеты.

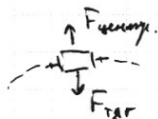
1.  $mg = G \frac{M \cdot m}{(2R)^2}$  (по з-ну всемирного тяготения)

Здесь  $m$  - масса любого тела на расстоянии  $2R$  от центра планеты, а

$M$  - масса планеты  $= \rho \cdot V = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$

$$g = \frac{GM}{4R^2} = \frac{G \frac{4}{3} \pi R^3 \rho}{4R^2} = \frac{1}{3} G \pi R \rho.$$

2.  $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$ , где  $\omega$  - угловая скорость спутника



На спутник действует 2 силы: центробежная сила ( $F_{центр}$ )  $= m\omega^2(R+h)$

и  $F_{тяг} = G \frac{Mm}{(R+h)^2}$

$$m\omega^2(R+h) = G \frac{Mm}{(R+h)^2} \Leftrightarrow \omega^2 \frac{1,5R}{3 \cdot (1,5)^2} = \frac{G \frac{4}{3} \pi R^3 \rho}{(1,5R)^2}$$

$$\omega^2 = \frac{G 4 \pi R^3 \rho}{3 (1,5R)^3} = \frac{4 G \pi \rho}{3 (1,5)^3} = \frac{4 G \pi \rho}{3 \cdot \frac{27}{8}} = \frac{4^2 \cdot 2 G \pi \rho}{3^4}$$

$$\omega = \frac{4}{3} \sqrt{2 G \pi \rho}$$

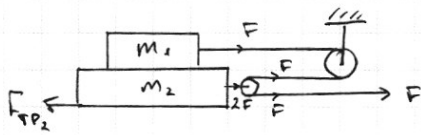
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{18\pi}{4 \sqrt{2 G \pi \rho}} = 4,5 \sqrt{\frac{\pi}{2 G \rho}}$$

Ответ: 1.  $g = \frac{1}{3} G \pi R \rho$

2.  $T = 4,5 \sqrt{\frac{\pi}{2 G \rho}}$

№ 4.

Перейдем в СО  $m_2$ . Тогда на  $m_1$  влево будет действовать  $F$  (приложенная к свободному концу нити), а вправо  $F_{\text{инерции}}$



$$F_{\text{инерции}} = \frac{m_1}{m_2} (2F - F_{TP2})$$

~~по 2-й закону Ньютона~~  
по 2-му закону Ньютона:

$$F_{TP2} = \mu N_2 = \mu (m_1 + m_2) g$$

1. На  $m_1$  не действует трение  $\Rightarrow$  в СО  $m_2$  оно отсутствует.

Отсюда  $F_0 = F_{\text{ин}} = \frac{m_1}{m_2} (2F_0 - \mu (m_1 + m_2) g)$

$$m_2 F_0 = 2F_0 m_1 - \mu (m_1 + m_2) m_1 g$$

$$F_0 (2m_1 - m_2) = \mu (m_1 + m_2) m_1 g$$

$$F_0 = \frac{(m_1 + m_2) m_1}{(2m_1 - m_2)} \mu g = \frac{5m \cdot 2m}{4m - 3m} \mu g = 10 \mu m g$$

2. Здесь  $m_1$  едет влево в СО  $m_2$ . Минимальный по  $F$  будет случай, когда ускорение  $m_1 = 0$  (но это не значит, что тело не едет).

$F_{\text{ин}} = F + F_{TP1}$  (сила трения всегда противоположна скорости)

$$\frac{m_1}{m_2} (2F - \mu (m_1 + m_2) g) = F + \mu m_1 g$$

$$2F \frac{m_1}{m_2} - \mu (m_1 + m_2) \frac{m_1}{m_2} g = F + \mu m_1 g$$

$$F \left( 2 \frac{m_1}{m_2} - 1 \right) = \mu g \left( m_1 + \frac{m_1^2}{m_2} + \frac{m_1 m_2}{m_2} \right) = \mu g m_1 \left( 2 + \frac{m_1}{m_2} \right)$$

$$F = \frac{\mu g m_1 \left( 2 + \frac{m_1}{m_2} \right)}{\left( 2 \frac{m_1}{m_2} - 1 \right)} = \mu g \frac{2m \cdot \left( 2 + \frac{2}{3} \right)}{\left( 2 \cdot \frac{2}{3} - 1 \right)} = \mu g \frac{2m \cdot \frac{8}{3}}{\frac{1}{3}} = 16 \mu m g$$

Ответ: 1)  $10 \mu m g$

2)  $16 \mu m g$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.1.

$v_0 = 12 \text{ м/с}$

$$v = v_0 - gt$$

$$v_0/3 = v_0 - gt$$

$$1) \frac{2}{3}v_0 = gt$$

$$t_1 = \frac{2v_0}{3g} = \frac{2 \cdot 12 \text{ м/с}}{3 \cdot 10 \text{ м/с}^2} = 0,8 \text{ с}$$

$$2) \frac{v_0}{3} = gt_2 - v_0$$

$$\frac{4v_0}{3} = gt_2$$

$$t_2 = \frac{4v_0}{3g} = \frac{4 \cdot 12 \text{ м/с}}{3 \cdot 10 \text{ м/с}^2} = 1,6 \text{ с}$$

II Сдвиги:

$$H = v_0 t - \frac{gt^2}{2} = 12 \text{ м/с} \cdot 0,8 \text{ с} - \frac{10 \text{ м/с}^2 \cdot 0,8^2 \text{ с}^2}{2}$$

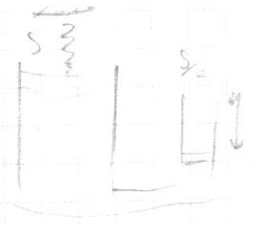
$$12 \cdot \frac{4}{5} - 10 \cdot 0,32 = 9,6 - 3,2 = 6,4 \text{ м}$$

$$H = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

$$\frac{v_0^2}{g} - \frac{gt^2}{2} = \frac{v_0^2}{2g}$$

$$\frac{144}{20} = 7,2 \text{ м}$$

1.2.



$$1) \text{ } \rho \cdot g \cdot h$$

$$F_1 = \rho \cdot g \cdot h \cdot S$$

$$\uparrow T$$

$$\downarrow F_1$$

$$k \cdot x = T = F_1 = \rho g h S$$

$$x = \frac{\rho g h S}{k}$$

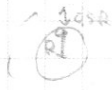
$$2) \text{ } \rho \cdot g \cdot \frac{h}{2} = \frac{\rho g h S}{2}$$

$$m \cdot g = F_2 = \frac{\rho g h S}{2}$$

$$m = \frac{\rho g h S}{2g} = \frac{\rho h S}{2}$$

13

1)



$$F = mg = G \frac{Mm}{(2R)^2} \rightarrow g = \frac{G \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \rho}{4R^2} = \frac{G \frac{4}{3} \pi R \rho}{1}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$



2)

$$M \omega^2 R = m \omega^2 R = G \frac{Mm}{(1.5R)^2}$$

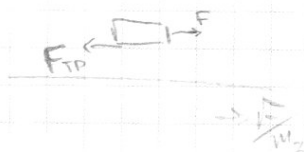
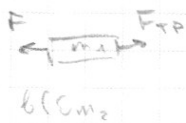
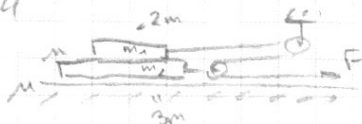
$$\omega^2 \cdot 1.5R = G \frac{M}{1.5R^2}$$

$$\omega^2 = \frac{GM}{(1.5R)^3} = \frac{G \frac{4}{3} \pi R^3 \rho}{(1.5R)^3} = \frac{46\pi\rho}{3 \cdot 1.5^3} = \frac{4 \cdot 6\pi\rho}{15 \cdot 3 \cdot 1.5}$$

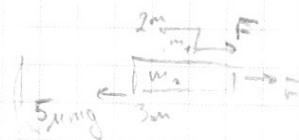
$$\omega = \frac{4}{1.5} \sqrt{\frac{6\pi\rho}{11.3}} = \frac{8}{3} \sqrt{\frac{6\pi\rho}{11.3}} = \frac{8\sqrt{2}}{3} \sqrt{6\pi\rho} = \frac{8\sqrt{26\pi\rho}}{3}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{18\pi}{8\sqrt{26\pi\rho}} = \frac{9\pi}{4\sqrt{26\pi\rho}}$$

14



$$F_{12} = 11m_1g$$



$$F_{12} = \frac{F}{m_2} \cdot m_1 = 11m_1g \quad \left( \frac{5m_1g}{6m} \right) \cdot \frac{3F}{6m}$$

$$F_{12} = F + F_{12}$$

$$\frac{F}{m_1} = \frac{F - 11(m_1 + m_2)g}{m_2}$$

$$F = \frac{11(m_1 + m_2)m_1}{m_2 + m_1} = 10m_1g$$

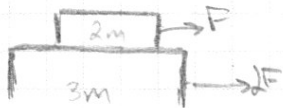
$$F_{12} = F m_1 + 11(m_1 + m_2)m_1g \quad F(m_2 - m_1) = 11(m_2 - m_1)m_1g$$





## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

24.  
1)



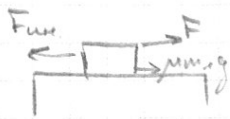
$$\frac{2F - \mu(m_1 + m_2)g}{m_2} = \frac{F}{m_1}$$

$$2Fm_1 - \mu(m_1 + m_2)m_2g = Fm_2$$

$$F(2m_1 - m_2) = \mu(m_1 + m_2)m_2g$$

$$F = \mu \frac{(m_1 + m_2)m_2}{(2m_1 - m_2)} g = \mu \frac{5 \cdot 2}{1} g = 10 \mu g m$$

2)



$$F_{\text{шр}} = F + 4m_1g$$

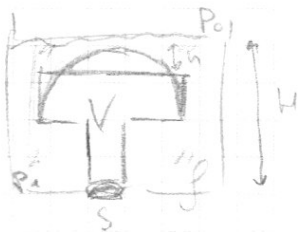
$$(2F - \mu(m_1 + m_2)g) \frac{m_1}{m_2} = F + 4m_1g$$

$$2F \frac{m_1}{m_2} - \mu(m_1 + m_2) \frac{m_1}{m_2} g = F + 4m_1g$$

$$F(2 \frac{m_1}{m_2} - 1) = \mu g (m_1 + \frac{m_1^2}{m_2} + m_2)$$

$$F = \frac{\mu g (2m_2 + \frac{m_1^2}{m_2})}{(2 \frac{m_1}{m_2} - 1)} = \mu g \frac{m_2 (2 + \frac{m_1}{m_2})}{(2 \frac{m_1}{m_2} - 1)} = \frac{2 + \frac{0.8}{3}}{\frac{1}{3}} m = 16 \mu m g$$





$$P_1 = \rho g H + P_0$$

$$1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 9.8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 2.5 \text{ м} = 25000 \text{ Па} = 25 \text{ кПа}$$

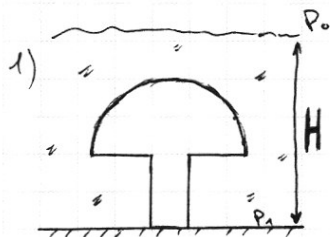
$$P_1 = 125 \text{ кПа}$$

~~$$P_1 = \rho g h + \frac{mg}{S} = \rho g H$$~~

$$\frac{mg}{S} = \rho g (H - h)$$

$$m = \rho (H - h) S \text{ !?}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



№ 5

Рассмотрим часть воды, где нет конструкции.

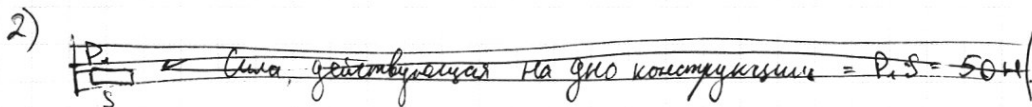
Там работает  $P_1 = P_0 + \rho g H$

$$P_0 = 100 \text{ кПа}$$

$$\rho g H = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 2.5 \text{ м} = 25 \text{ кПа}$$

$P_1 = 125 \text{ кПа}$ . Давление равно на одной высоте оди-

наковое  $\Rightarrow P_1$  везде (и под конструкцией) = 125 кПа



$$F = \rho g V = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 80 \text{ Н} \quad - \text{вверх}$$

Для этой силы "удерживания" конструкции со стороны дна =  $P_1 \cdot S = 50 \text{ Н}$

Ответ:

1) 125 кПа

2) 80 Н



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)