

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

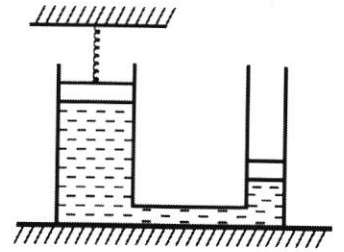
Вариант 09-01

Шифр

(заполняется секретарём)

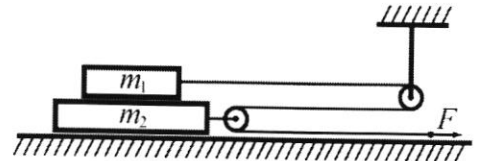
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 12$ м/с.
- 1) Через какое время t после старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?
 - 2) На какой высоте h , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?
- Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности ρ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Разность уровней жидкости в сосудах равна h . Площадь сечения левого поршня S , правого $S/2$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g .



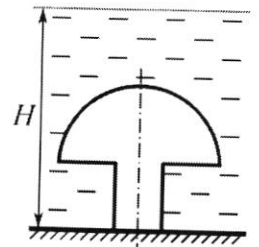
- 1) Найдите деформацию x пружины.
 - 2) Найдите массу m груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.
3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты $h = 0,5R$, здесь R – радиус планеты. Плотность планеты ρ . Гравитационная постоянная G . Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.
- 1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $2R$ от центра планеты.
 - 2) Найдите период T обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков $m_1 = 2m$, $m_2 = 3m$. Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен μ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



- 1) Найдите величину F_0 горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.
- 2) Найдите величину F минимальной силы, при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

5. Ко дну бассейна глубиной $H=2,5$ м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции $V = 8$ дм³, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей $S = 20$ см². Плотность воды $\rho = 1$ г/см³, атмосферное давление $P_0 = 100$ кПа.



- Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².
- 1) Найдите давление P_1 вблизи дна.
 - 2) Найдите величину F силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано:
 $v_0 = 12 \text{ м/с}$
 $|v| = v_0/3$
 $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

 $t = ?$
 $h = ?$

Решение: Задача №1.



$$1) |v_0 - gt| = \frac{v_0}{3};$$

$$\begin{cases} v_0 - gt = \frac{v_0}{3} \\ v_0 - gt = -\frac{v_0}{3} \end{cases}; \quad \begin{cases} t = \frac{2v_0}{3g} = 0,8 \text{ с} \\ t = \frac{4v_0}{3g} = 1,6 \text{ с} \end{cases}$$

Двойственность ответа обуславливается тем, что нам не сказано с каким направлением должна быть скорость и значит она может быть направлена как вверх, так и вниз.

$$2) h = v_0 t - g \frac{t^2}{2};$$

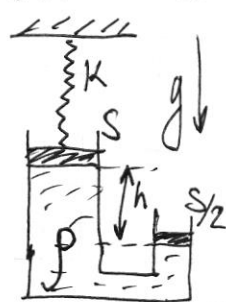
$$\begin{cases} h = v_0 \cdot \frac{2v_0}{3g} - g \cdot \frac{4v_0^2}{9g^2} \cdot \frac{1}{2} \\ h = v_0 \cdot \frac{4v_0}{3g} - g \cdot \frac{16v_0^2}{9g^2} \cdot \frac{1}{2} \end{cases}; \quad \begin{cases} h = \frac{6v_0^2}{9g} - \frac{2v_0^2}{9g} = \frac{4v_0^2}{9g} = 6,4 \text{ м} \\ h = \frac{12v_0^2}{9g} - \frac{8v_0^2}{9g} = \frac{4v_0^2}{9g} = 6,4 \text{ м} \end{cases}$$

Ответ: 1) $t = 0,8 \text{ с}$ или $t = 1,6 \text{ с}$; 2) $h = 6,4 \text{ м}$.

Дано:
 $p, h, k,$
 $S, S/2, g$

 $x, \text{ м} = ?$

Решение



Задача №2.

1) Рассмотрим давление в сосуде, на уровне нижнего поршня.

$$p_A = p_A + \rho g h = \frac{kx}{S} \Rightarrow x = \frac{\rho g h S}{k}$$

примем p_A - атмосферное давление, и я предположил, что пружина растянулась, и предположение верно, т.к. $x > 0$.

2) Т.к. пружина будет не растянута, то уровень воды в левой колена поднимется на x , а в правой опустится на x .

Потому ~~из-за~~ ^{из-за} сохранения объема: $xS = h' \cdot \frac{S}{2} \Rightarrow h' = 2x$,
 и знаям разницу высот в коленах равна $H = h + 3x$,
 тогда опять запишем равенство давлений на уровне
 кумбеса по ~~уравнению~~ ^{уравнению}: $p_A + \frac{mg}{S/2} = p_A + \rho g H$
 $\frac{2mg}{S} = \rho g (h + 3x)$; $m = \frac{\rho S}{2} (h + 3 \frac{\rho g h S}{\rho g h S})$

Ответ: 1) $x = \frac{\rho g h S}{\rho g h S}$; 2) $m = \frac{\rho S}{2} (h + 3 \frac{\rho g h S}{\rho g h S})$.

Задача №3.
 Дано: Решение

$h = 0,5R$ 1) $mg = \frac{mM}{(2R)^2} G$, где m - масса тела на расстоянии
 ρ, R, G $2R$ от центра мажоранты, M - масса мажоранты и $M = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$

$g, T = ?$ 2) $m'g' = \frac{m'M}{(h+R)^2} G$, где m' - масса спутника, g' -
 ускорение свободного падения на расстоянии $h+R$ от центра
 мажоранты и ω - угловая скорость вращения спутника ($T = \frac{2\pi}{\omega}$)

$g' = \frac{M}{(h+R)^2} G$; $g' = \omega^2 (h+R) \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{M G}{(h+R)^3}}$ $h+R = 1,5R$

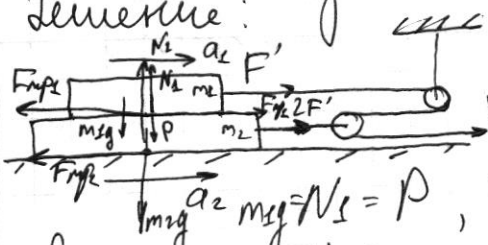
$\omega = \sqrt{\frac{4\pi R^3 \rho G}{3(1,5R)^3}} = \sqrt{\frac{4\pi \rho G}{2 \cdot (1,5)^4}} = \sqrt{\frac{2\pi \rho G}{(1,5)^4}}$

$T = \frac{2\pi}{\omega}$ $T = \sqrt{\frac{2\pi \rho G}{(1,5)^4}} = (1,5)^2 \sqrt{\frac{\pi}{2\rho G}} = 2,25 \sqrt{\frac{\pi}{2\rho G}}$

Ответ: 1) $g = \frac{\pi R \rho G}{3}$; 2) $T = 2,25 \sqrt{\frac{\pi}{2\rho G}}$

Задача №4.
 Дано: Решение

$m_1 = 2m$
 $m_2 = 3m$



$\begin{cases} m_1 a_1 = F - F_{mp1}, & a_1 \neq 0, a_2 \neq 0 \\ m_2 a_2 = 2F' + F_{mp1} - F_{mp2} \end{cases}$
 $F_{mp1} = N_1 \mu = m_1 g \mu$, $F_{mp2} = N_2 \mu$
 $N_2 = m_1 g + m_2 g$

$\begin{cases} 2m a_1 = F - 2m g \mu \\ 3m a_2 = 2F' + 2m g \mu - 5m g \mu \end{cases}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1) $F' = F_0$, $F_{\text{нпр} \pm} = 0$, $a_1 = a_2 = a$, это так, как если
 $\begin{cases} 2ma = F_0 \\ 3ma = 2F_0 - 5mg_{\mu} \end{cases}$ $F_{\text{нпр} \pm} = 0$, то верхний брусок движется
 как одно целое с нитками и их ускор. равны.
 $\begin{cases} a = \frac{F_0}{2m} \\ \frac{3}{2}F_0 = 2F_0 - 5mg_{\mu} \end{cases} \Rightarrow 0,5F_0 = 5mg_{\mu} \Rightarrow F_0 = 10mg_{\mu}$

2) $F' = F$, $a_1 < a_2$, $a_2 \neq 0$, $a_2 > 0$, $F \in (0; +\infty)$
 При знании сил $F \leq F_{\text{нпр} \pm \text{max}}$, где $F_{\text{нпр} \pm \text{max}} = 2mg_{\mu}$
 $\Rightarrow F_{\text{нпр} \pm} = F \Rightarrow a_1 = 0$. Составим систему уравнений:
 $\begin{cases} \frac{F}{2m} - mg < \frac{2F}{3m} - mg \\ \frac{2F}{3m} - mg > 0 \end{cases}; \begin{cases} F \in (0; +\infty) \\ F \in (\frac{3}{2}mg; +\infty) \end{cases}$

Но т.к. сила F должна быть минимальна, то тогда
 искомая сила F , это $\frac{3}{2}mg$ плюс ^{очень} малое увеличение,
 при котором ускорение нитки будет положительным,
 а у верхнего 0 и тогда верхний будет двигаться влево
 относительно нитки?

Ответ: 1) $F_0 = 10mg_{\mu}$; 2) $F = \frac{3}{2}mg$.

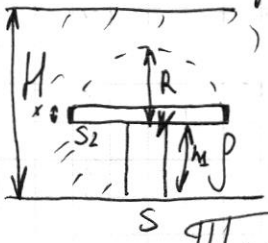
Задача №5.

Дано:
 $H = 2,5 \text{ м}; P_0 = 100 \text{ кПа}$
 $V = 8 \text{ дм}^3 = 8000 \text{ см}^3; g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
 $S = 20 \text{ см}^2; \rho = 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$
 $P_4 = ?; F = ?$



Решение ↓
 1) $P_1 = P_0 + \rho g H = 100 \text{ кПа} + 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 2,5 \text{ м} = 125 \text{ кПа}$
 2) Чтобы понять, как вода действует на верхнюю

поперечу, нам нужно найти ее среднюю высоту*, и она равна высоте цилиндра с таким же объемом, как и у поперечу и где давление мы можем просто поперечу измерить на цилиндр с высотой x и таким радиус поперечу R .



$$\frac{1}{2} \cdot \frac{H}{3} \pi R^3 = \pi R^2 x ; x = \frac{2}{3} R.$$

3) Пусть высота конуса h_1 , а $S_2 = \pi R^2$

Тогда $V = Sh_1 + S_2 x$.

4) Теперь запишем составляющие силы, которая действует вниз (F_v) и сила, которая действует вверх (F_n).

$$F_v = P_0 S_2 + \rho g S_2 (H - h_1 - \frac{2}{3} R)$$

$$F_n = P_0 (S_2 - S) + \rho g (H - h_1) (S_2 - S) \quad | \quad P_0 \text{ по закону Паскаля.}$$

Предположим, что результирующая сила направлена вниз, и тогда $F = F_v - F_n$ и если наше предположение верно, то $F > 0$.

$$F = P_0 S_2 - P_0 (S_2 - S) + \rho g (S_2 (H - h_1 - x) - (H - h_1) (S_2 - S))$$

$$F = P_0 S + \rho g (S_2 H - S_2 h_1 - S_2 x - S_2 H + SH + S_2 h_1 - Sh_1)$$

$$F = P_0 S + \rho g (SH - (Sh_1 + S_2 x))$$

Видно, что вычитание во внутренних скобках $(Sh_1 + S_2 x)$ это объем V .

$$F = P_0 S + \rho g (SH - V) = 100.000 \text{ Па} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 + 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot (2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 \cdot 2,5 \text{ м} - 8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3) = 200 \text{ Н} + 10^4 \frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}^2} \cdot (-3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3) = 200 \text{ Н} - 30 \text{ Н} = 170 \text{ Н.}$$

Итого. $F > 0$, то наше предположение оказалось верным и сила F действует вниз.

Ответ: 1) $P_1 = 125 \text{ кПа}$; 2) $F = 170 \text{ Н}$.

* из-за того, что давление воды линейно зависит от высоты

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1. $v_0 - g\tau = \pm \frac{v_0}{3} \Rightarrow \tau = \sqrt{\frac{2v_0}{g} \cdot \frac{2}{3}} \quad v^2 = \frac{4v_0^2}{9g^2}$
 $\tau = \frac{2v_0}{g} \cdot \frac{4}{3} \quad \tau^2 = \frac{16v_0^2}{9g^2}$

$h = v_0\tau - g\tau^2/2 = \frac{6v_0^2}{9g} - \frac{2v_0^2}{9g} = \frac{4v_0^2}{9g}$
 $h = \frac{4 \cdot 10 \cdot 10}{9 \cdot 10} = 6,4 \text{ м}$

$\tau = \frac{4}{10} \cdot \frac{2}{3} = 0,8 \text{ с} \quad \tau = \frac{4}{10} \cdot \frac{4}{3} = 1,6 \text{ с}$

Ответ: 1) $\tau = 0,8 \text{ с}$ или $\tau = 1,6 \text{ с}$; 2) $h = 6,4 \text{ м}$

2. $\frac{1}{2}\rho_A = \rho g h S - \frac{Kx}{S} + \rho_A S$
 $\rho_A = \rho g h + \rho_A - \frac{Kx}{S} \quad \frac{Kx}{S} = \rho g h \quad x = \frac{\rho g h S}{K}$

$\rho_A + \frac{2mg}{S} = \rho_A + \rho g(h + 3x)$
 $m = \frac{\rho g(h + 3x) S}{2g} = \frac{\rho S(h + 3x)}{2} = \frac{\rho S(h + 3 \frac{\rho g h S}{K})}{2} = \frac{\rho S}{2} (h + 3 \frac{\rho g h S}{K})$

Ответ: $x = \frac{\rho g h S}{K}$, $m = \frac{\rho S}{2} (h + 3 \frac{\rho g h S}{K})$

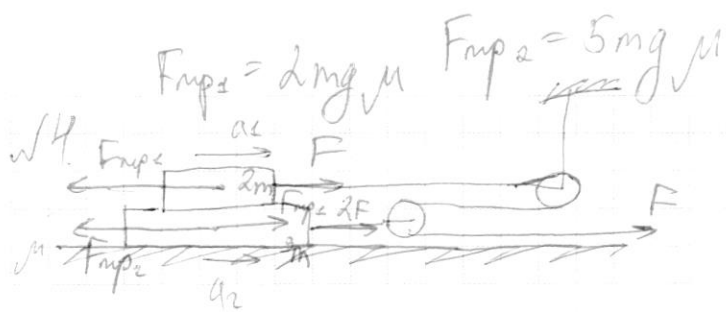
3. $\frac{mM}{4R^2} G = mg = \frac{4\pi R^3 \rho}{3K} G = \frac{\pi R \rho G}{3}$

$g = \frac{4\pi R \rho G}{15 \cdot 15} = \omega^2 R \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{4\pi R \rho G}{3 \cdot 15 \cdot 15}} = \frac{\sqrt{4\pi R \rho G}}{15}$

$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{15 \cdot 2\pi}{\sqrt{4\pi R \rho G}} = \frac{15 \cdot 2\pi}{\sqrt{4 \cdot 15^2 \cdot \pi}} = \frac{3 \cdot 15 \cdot 2\pi}{15 \cdot 2} = 3\pi$

Ответ: $g = \frac{\pi R \rho G}{3}$, $T = \sqrt{\frac{6,75 \pi}{4 \rho G}}$

$\frac{M}{C^2} = \frac{m}{m^2} \cdot X \quad X = \frac{m^3}{C^2 \cdot m}$



$$2ma_1 = F - 2mg\mu - 3mg\mu$$

$$3ma_2 = 2F + 2mg\mu - 5mg\mu$$

1) $F_{mp1} = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2ma = F_0 \\ 3ma = 2F_0 - 5mg\mu \end{cases} \Rightarrow a = \frac{F_0}{2m}$

$$0,5 F_0 = 5mg\mu \Rightarrow F_0 = 10mg\mu$$

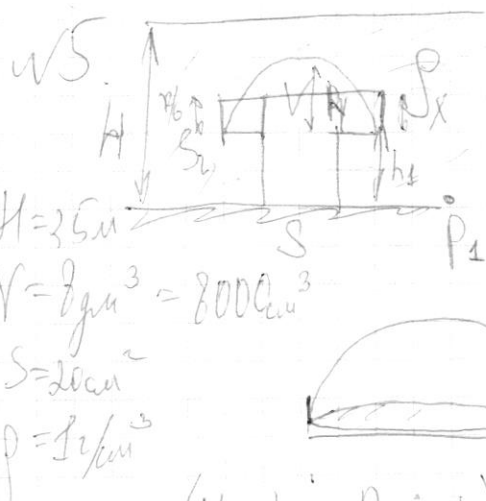


2) $a_1 < a_2 \quad a_2 > 0 \quad F \geq 0$

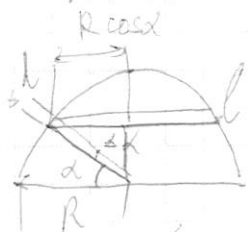
$$\begin{cases} a_1 = \frac{F}{2m} - g \\ a_2 = \frac{2F}{3m} - g \end{cases} \quad \begin{cases} \mu F \leq 2\mu mg \\ F_{mp1} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{F}{2m} - g < \frac{2F}{3m} - g \\ \frac{2F}{3m} - g > 0 \end{cases} \quad P_0$$

$$\begin{cases} F \in (0, +\infty) \\ F > \frac{3\mu mg}{2} \end{cases}$$



$$P_1 = \rho g H + P_0 = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 2.5 \text{m} + 100.000 \text{ Па} = 125.000 \text{ Па}$$



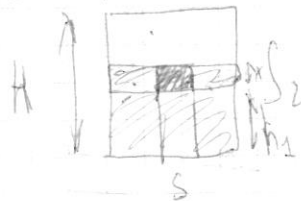
$$l = 2R \cos \alpha$$

$$S' = 2R \cos \alpha \Delta l$$

$$h' = H - h_1 - R \sin \alpha$$

$$F = \rho g h' S'$$

$$\Delta l = R \Delta \alpha$$



$$F = \rho g (H - h_1 - R \sin \alpha) 2R \cos \alpha \Delta l$$

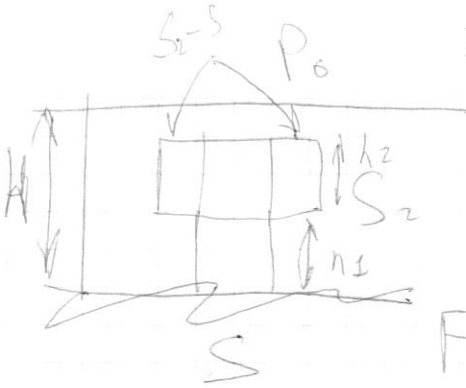
$$F = \rho g (H - h_1) 2R \cos^2 \alpha \Delta l - 2R \sin \alpha \cos \alpha \Delta l$$

$$\frac{2}{3} \pi R^3 \rightarrow x \cdot \pi (2R)^2 \Leftrightarrow \frac{2}{3} R^3 = H R^2 x \Rightarrow x = \frac{R}{6}$$

$$F_1 = (P_0 + \rho g (H - h_1 - x)) \pi R^2 S_2$$

$$F_1 - F_2 = P_0 S_2 + \rho g (H - h_1 - x) S_2 - x S_2 + S_2 \rho g x$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$F_{\downarrow} = P_0 S_2 + \rho g S_2 (H - h_1 - h_2)$$

$$F_{\uparrow} = \rho g (S_2 - S) (H - h_1) + P_0 (S_2 - S)$$

$$F_R = P_0 S_2 + \rho g (S_2 H - S_2 h_1 - S_2 h_2 - h_1 S_2 + h_1 S)$$

$$V = S h_1 + S_2 h_2$$

$$\downarrow S (H - h_1 - h_2) \rho g + P_0 (S_2 - S) (P_0 + \rho g (H - h_2 - h_1) - \rho g h_2)$$

$$S P_0 + \rho g (S H - S h_1 - S h_2 + S_2 H - S_2 h_1 - S_2 h_2 - S H + S h_1 + S h_2 - S_2 h_2 + S h_2)$$

$$S_2 (P_0 + \rho g (H - h_2 - h_1)) + S h_2 \rho g$$

$$S_2 (P_0 + \rho g (H - 2 \frac{V - S h_1}{S_2} - h_1)) + S h_2 \rho g$$

$$P_0 S_2 - P_0 (S_2 - S) + \rho g (S_2 H - S_2 h_1 - S_2 h_2 - (S_2 - S) h_2)$$

$$\rightarrow P_0 S + \rho g (S_2 H - S_2 h_1 - S_2 h_2 - S_2 H + S h_1 + S H - S h_1) = P_0 S + \rho g (S H - V)$$

$$\begin{aligned} \text{см} &= 10^{-2} \text{ м} & \text{см}^3 &= 10^{-6} \text{ м}^3 & \text{см}^2 &= 10^{-4} \text{ м}^2 \\ \text{гм} &= 10^{-3} \text{ г} & \text{гм}^2 &= 10^{-6} \text{ г}^2 & \text{гм}^3 &= 10^{-9} \text{ г}^3 \end{aligned}$$

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать ТОЛЬКО чистовики)