

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

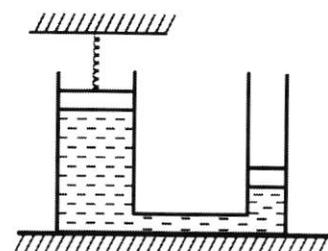
Вариант 09-02

Шифр

(заполняется секретарём)

- Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 10$ м/с.
- 1) Через какое время t после старта скорость камня будет равна по величине $V_0/2$?
 - 2) На какой высоте h , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине $V_0/2$?
- Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

- На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности ρ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Деформация пружины равна x . Площадь сечения левого поршня S , правого $S/3$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g .

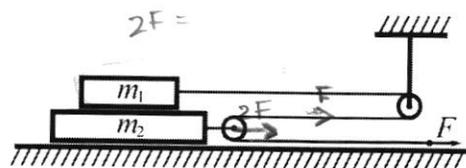


- 1) Найдите разность h уровней жидкости в сосудах.
- 2) Найдите массу m груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.

- Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты $h = R$, здесь R – радиус планеты. Плотность планеты ρ . Гравитационная постоянная G . Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

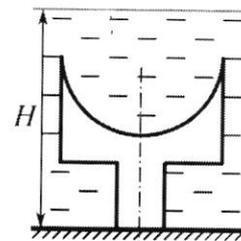
- 1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $3R$ от центра планеты.
- 2) Найдите период T обращения спутника.

- На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков $m_1 = 3m$, $m_2 = 5m$. Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен μ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



- 1) Найдите величину F_0 горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.
- 2) Найдите минимальную силу F , при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

- Ко дну бассейна глубиной $H=3$ м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции $V = 5$ дм³, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей $S = 10$ см². Плотность воды $\rho = 1$ г/см³, атмосферное давление $P_0 = 100$ кПа. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



- 1) Найдите давление P_1 вблизи дна.
- 2) Найдите величину F силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2 задача

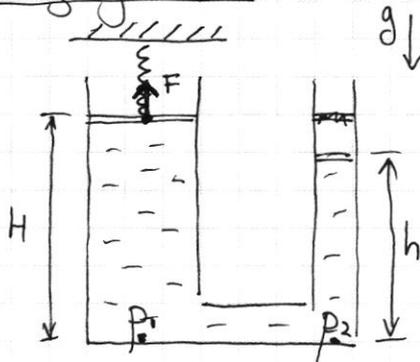


рис. 1.

Пусть высота ~~жидк.~~ в левом колене равна H , а в правом равна h . (см. рис. 1)

3) Наблюдём силу F , с которой пружина действует на корень:

$$F = -kx \quad (\text{сила } F \text{ действует против силы } g)$$

4. Выразим ~~силы~~ давления у дна сосудов:

$$p_1 = \rho g H - \frac{kx}{S} \quad p_2 = \rho g h$$

Т.к. система находится в равновесии, то $\Rightarrow p_1 = p_2$

$$\rho g H - \frac{kx}{S} = \rho g h \Rightarrow \rho g (H - h) = \frac{kx}{S} \Rightarrow H - h = \frac{kx}{\rho g S}$$

2) ~~недеформировка~~



У дна пружинка стала недеформированной, т.е. $3mg$, т.к. корень в левом колене поднялся на x , тогда высота жидк. стала $H+x$.

Т.к. U жидкостей должен сохраниться, то высота, на которую достигнет поверхность левый корень равна:

$$\frac{xS}{3} = 3x \Rightarrow \text{высота жидк. в правом колене равна } h-3x$$

$$p_3 = \rho g (H+x), \quad p_4 = \rho g (h-3x) + \frac{3mg}{S}$$

т.к. система находится в равновесии, то

$$p_3 = p_4 \Rightarrow \rho g (H+x) = \rho g (h-3x) + \frac{3mg}{S}$$

$$\rho g (H-h+4x) = \frac{3mg}{S}$$

$$\rho \left(\frac{kx}{\rho g S} + 4x \right) = \frac{3m}{S}$$

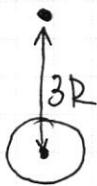
$$3m = \rho S \left(\frac{kx}{\rho g} + 4x \right) = \frac{kx}{g} + 4\rho Sx$$

$$\Rightarrow m = \frac{kx}{3g} + \frac{4}{3}\rho Sx$$

Ответ: $H-h = \frac{kx}{\rho g}$; $m = \frac{kx}{3g} + \frac{4}{3}\rho Sx$

3я задача

1)



1) Предположим, что для всех объектов равной массы ускорение g на расстоянии $3R$ от центра планеты одинаково. Поэтому рассмотрим некоторый объект на этом расстоянии массой m_1 . Пусть масса планеты равна m_2 .

$$m_2 = V_{\text{планеты}} \cdot \rho = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$$

По закону Ньютона $\Sigma F = ma$

На наш объект действует только сила притяжения

$$G \frac{m_1 m_2}{9R^2} \Rightarrow G \frac{m_1 m_2}{9R^2} = m_1 g$$

$$G \frac{m_2}{9R^2} = g$$

$$\Rightarrow g = \frac{1}{9} G \frac{4}{3} \pi R^3 \rho = \frac{1}{9} G \frac{4}{3} \pi R \rho = \frac{4}{27} G \pi R \rho$$

2) Найдем ускорение g_1 на высоте $2R$ от центра планеты:

$$g_1 = G \frac{m_2}{4R^2} = \frac{1}{4} \cdot G \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \rho \cdot \frac{1}{R^2} = \frac{1}{3} \pi G R \rho$$

Пусть масса спутника равна m_{13} . Предположим, что если спутник не падает на планету, то $E_n = E_k$. Пусть скорость спутника равна v . Тогда

$$E_k = \frac{m_{13} v^2}{2}, \text{ а } E_n = m_{13} g_1 \cdot 2R = m_{13} \cdot \frac{2}{3} \pi G R^2 \rho$$

Тогда $\frac{m_{13}}{2} v^2 = m_{13} \cdot \frac{2}{3} \pi G R^2 \rho$

$$v^2 = \frac{4}{3} \pi R^2 G \rho \Rightarrow v = 2R \sqrt{\frac{1}{3} \pi G \rho}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

расстояние, которое спутник должен пройти за один период равно: $2\pi \cdot 2R = 4\pi R$

$$T = \frac{\text{расстояние одного оборота}}{\text{время скорости спутника}} = \frac{4\pi R}{2R\sqrt{\frac{1}{3}\pi G\rho}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{3}\pi G\rho}}$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2}{\frac{1}{3}\pi G\rho}} = \sqrt{\frac{12\pi}{G\rho}}$$

Ответ: $g = \frac{4}{27} G\pi R\rho$, $T = \sqrt{\frac{12\pi}{G\rho}}$.

1-ая задача

1) По формуле $\Delta V = at$ следует, что

$$\frac{V_0}{2} - V_0 = -gt_1 \Rightarrow t_1 = \frac{V_0}{2g} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \text{ сек}$$

- это первое время полета, когда $V_{\text{капсулы}} = \frac{V_0}{2}$, но также $V_{\text{капсулы}}$ может равняться $\frac{V_0}{2}$, когда он падает обратно (м.р.з.)

Каждый за какое время τ его скорость станет равна $0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$:

$$-V_0 = -g\tau \Rightarrow \tau = \frac{V_0}{g} = 1 \text{ сек.}$$

И за какое время τ_1 он кадет, летя вниз, скорость $\frac{V_0}{2}$:

$$\frac{V_0}{2} = g\tau_1 \Rightarrow \tau_1 = \frac{V_0}{2g} = \frac{1}{2} \text{ сек.}$$

\Rightarrow второе возможное время $t_2 = \tau + \tau_1 = 1 + \frac{1}{2} = 1,5 \text{ сек.}$

2) $\Delta S = V_0 t + \frac{at^2}{2}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{для } t_1 = 0,5 \text{ сек} \quad h_1 &= V_0 t_1 - \frac{g t_1^2}{2} = 10 \cdot \frac{1}{2} - \frac{10 \cdot \frac{1}{4}}{2} = \\ &= 5 - \frac{10}{8} = 5 - \frac{5}{4} = 5 - 1,25 = 3,75 \text{ м.} \end{aligned}$$

Теперь найдём h_2 для t_2 :

найдем высоту h_0 на которой $V_{шарика} = 0$:

$$h_0 = V_0 \cdot t - \frac{g t^2}{2} = 10 - 5 = 5 \text{ м.}$$

Теперь найдём h_6 на которую он упал, набирая скорость $\frac{V_0}{2}$.

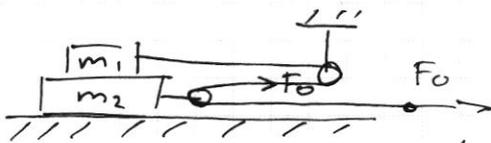
$$h_6 = \frac{g t_1^2}{2} = \frac{10 \cdot \frac{1}{4}}{2} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} = 1,25 \text{ м}$$

$$\Rightarrow h_2 = h_0 - h_6 = 5 - 1,25 = 3,75 \text{ м.}$$

Ответ: $t_1 = 0,5 \text{ с}$, $t_2 = 1,5 \text{ с}$, $h = 3,75 \text{ м}$.

Задача 4

1)



Для того, чтобы нижний брусок скользил по верху, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю

Когда, чтобы $2F_0$ (см. рис. 1) = $F_{трения}$

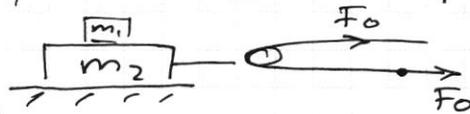


рис. 1.

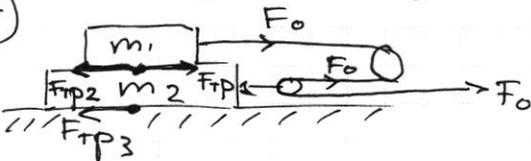
А чтобы совсем чуть-чуть больше $F_{трения}$, которую мы можем приравнять:

$$2F_0 = N \cdot \mu = 5m_1 g \Rightarrow F_0 = 2,5m_1 g$$

где N - это сила реакции опоры

иначе когда $v_{m_1} < v_{m_2}$:

2)



$$1) 2F_0 > 5m_1 g$$

$$3) F_0 + F_{тр1} = F_{тр2}$$

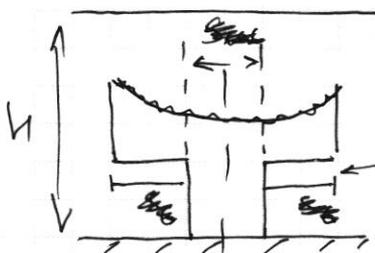
$A = F \cdot S \Rightarrow$ работа совершается над m_2 больше, чем над m_1 ,

$$F_{тр2} = F_0 + F_{тр3}.$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

5 задача

$$1) P_1 = \rho g H + P_0 = 1000 \cdot 10 \cdot 3 + 100000 = 30000 + 100000 = 130 \text{ кПа}$$



$$2) F_{\text{Архим}} = \rho g V = 1000 \cdot 10 \cdot \frac{5}{1000} = 50 \text{ Н}$$

$$S_{\text{поверхности}} = \sqrt{3} \pi R^2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \pi R^2$$

Тогда $F_{\text{Арх}} = S_{\text{ис}} \cdot P_1$

Итак $S_{\text{поверхности}}$, находим радиус

$$F_{\text{Арх}} = \rho g V - P_1 \cdot S = 1000 \cdot 10 \cdot \frac{5}{1000} - 130000 \cdot \frac{10}{10000} = 50 - 130 = -80 \text{ Н}$$

(от Архимеда мы считали давление на дно, если бы оно не было прижато, т.к. этот кусочек конструкции находится в равновесии и возможно оказывалось на него давление действовало бы в другую сторону, т.е. и F_A .)

У нас получилось, что F_A отрицательна \Rightarrow она со стороны воды на конструкцию действует ко дну (в том же направлении, что и \vec{g}).

Ответ: $P_1 = 130 \text{ кПа}$, $F = 80 \text{ Н}$ по направлению \vec{g} .

надо успеть в Мандак, пока его
не заарештали! <3



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



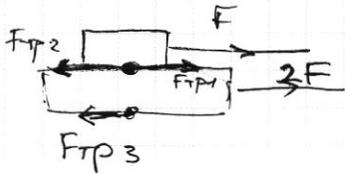
черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$$F - 3mg\mu > F -$$

$$A = F \cdot S = \sqrt{A = Fvt}$$

~~$A = Fvt$~~



1) $2F = 5mg\mu$

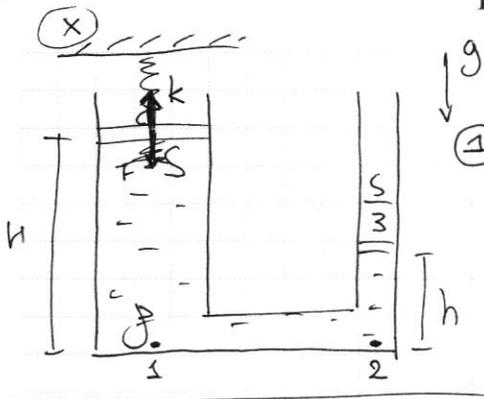
~~$F = F_{TP2} - F_{TP1}$~~

2) $F + F_{TP1} = F$



$$\frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi R^3 - 2\pi R^2 = \frac{2}{3}\pi R^2$$

2 ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



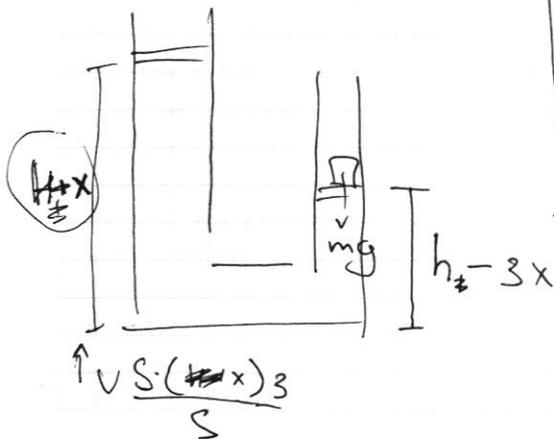
$F = -kx$
 $\rho_1 = \rho g H = \frac{kx}{S}$ $\rho_2 = \rho g h$

$\rho_1 = \rho_2$

$\rho g H - \frac{kx}{S} = \rho g h$

$\rho g (H - h) = \frac{kx}{S}$

$H - h = \left(\frac{kx}{S \rho g} \right)$



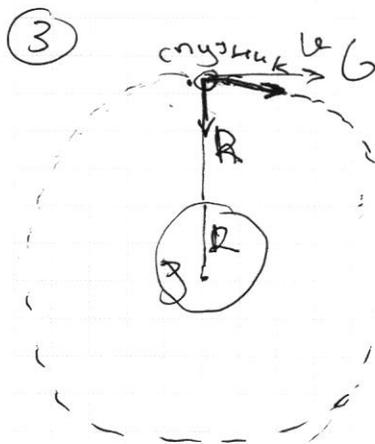
$\rho g (H+x) = (h-3x) \rho g + \frac{3mg}{S}$

$\rho g (H+x-h+3x) = \frac{3mg}{S}$

$\rho g \left(\frac{kx}{S \rho g} + 4x \right) = \frac{3mg}{S}$

$3m = \rho S \left(\frac{kx}{S \rho g} + 4x \right) = \frac{kx}{g} + 4 \rho S x$

$m = \frac{kx}{3g} + \frac{4}{3} \rho S x$



$V = \frac{4}{3} \pi R^3$
 $E_k = \frac{mv^2}{2}$

$E_{tr} = mgh$ $E_k = E_{tr}$

$\frac{mv^2}{2} = mgh$

$v^2 = 2gh$

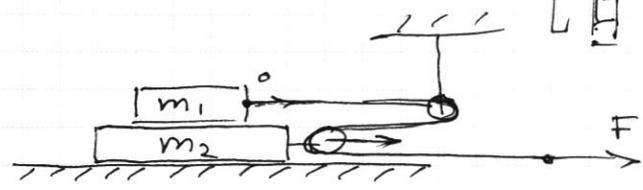
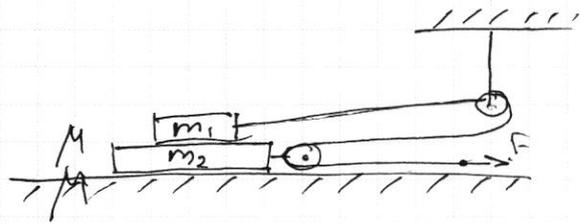
$\frac{Gm_1 m_2}{gR^2} = m \cdot a$ $v = \sqrt{2gh}$

$a = \frac{1}{g} \frac{Gm_2}{R^2} = \frac{1}{g} \frac{G \rho \frac{4}{3} \pi R^3}{R^2}$

$m_2 = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3$ $= \frac{1}{g} G \rho \frac{4}{3} \pi R$

4

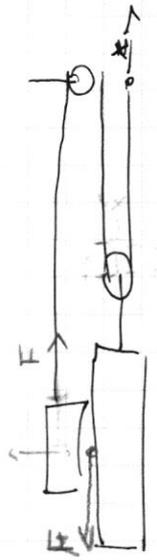
$m_1 = 3m$
 $m_2 = 5m$



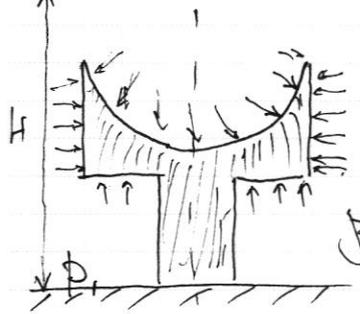
$A = F \cdot S$

$F - F_{TP1} - F_{TP2} = F - F_{TP1} - F_{TP2}$

$F_{TP1} = 3mg$



5. $P_0 = 100 \text{ kPa}$



$V = 5 \text{ m}^3$

$g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$P_1 = P_0 + \rho g H$

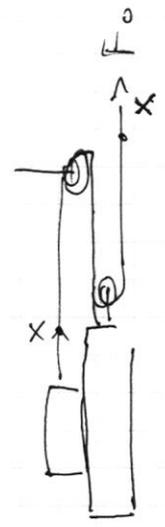
$\rho = 1 \frac{\text{t}}{\text{m}^3}$

$S = 10 \text{ m}^2$

$\Delta t = at$

$\frac{V_0}{2} = ?$

$g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$



$V_0 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$V_0 - \frac{V_0}{2} = gt$

$V = 0$

$\frac{1}{2} V_0 = gt \Rightarrow t = \frac{V_0}{2g} = \frac{10}{2 \cdot 10} = \frac{1}{2} \text{ sec.}$

$V = at^2$

$t = \frac{V}{a} = \frac{10}{10} = 1 \text{ sec}$

$\frac{1}{2} \text{ sec}$

и 1,5 sec.

$V = at = \frac{V_0}{2} = 5$

$t = \frac{V_0}{2 \cdot g} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \text{ sec}$