

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

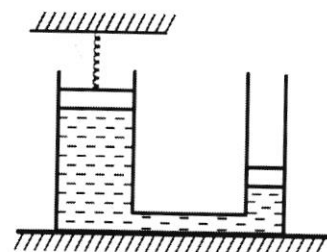
Вариант 09-02

Шифр

(заполняется секретарём)

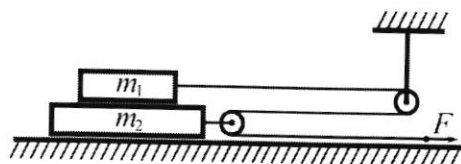
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 10$ м/с.
- 1) Через какое время t после старта скорость камня будет равна по величине $V_0/2$?
 - 2) На какой высоте h , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине $V_0/2$?
- Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности ρ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Деформация пружины равна x . Площадь сечения левого поршня S , правого $S/3$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g .

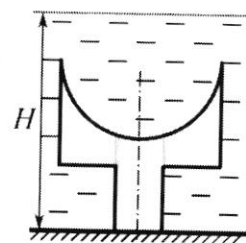


- 1) Найдите разность h уровней жидкости в сосудах.
 - 2) Найдите массу m груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.
3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты $h = R$, здесь R – радиус планеты. Плотность планеты ρ . Гравитационная постоянная G . Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.
- 1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $3R$ от центра планеты.
 - 2) Найдите период T обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков $m_1 = 3m$, $m_2 = 5m$. Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен μ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



- 1) Найдите величину F_0 горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.
 - 2) Найдите минимальную силу F , при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.
5. Ко дну бассейна глубиной $H=3$ м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции $V = 5$ дм³, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей $S = 10$ см². Плотность воды $\rho = 1$ г/см³, атмосферное давление $P_0 = 100$ кПа. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².
- 1) Найдите давление P_1 вблизи дна.
 - 2) Найдите величину F силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Дано:
 $v_0 = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}$
 $g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$
 $v = \frac{v_0}{2}$
 $t = ?$
 $h = ?$

Решение:

Скорость камня будет равна $\frac{v_0}{2}$ по величине в двух случаях - при движении камня вверх и при движении камня вниз.

Пусть t_1 - ~~скорость~~ ^{после старта} время, через которое скорость камня будет равно $\frac{v_0}{2}$ при движении вверх, а t_2 - при движении вниз.

Аналогично, h_1 - высота в случае движения вверх, а h_2 - вниз.

В силу симметрии $t_{\text{подъёма}} = t_{\text{спуска}} = 2t_{\text{полёта}} = 2t_{\text{пол.}}$
 $v_{\text{конеч.}} = v_0$

Запишем ур-е проекции скорости по оси Oy: $v_y = v_{0y} + a_y t$

- 1) Уточним для t_1 : $\frac{v_0}{2} = v_0 - g t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v_0}{2g}$
- 2) Уточним для t_2 : $-\frac{v_0}{2} = v_0 - g t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{3v_0}{2g}$

Запишем "полезную" ф-лу для расчёта пути без учёта времени по оси Oy:

$$S = \left| \frac{v_y^2 - v_{0y}^2}{2a_y} \right|$$

Потра получим, что $h_1 = h_2 = \frac{(\frac{v_0}{2})^2 - v_0^2}{-2g} = \frac{\frac{v_0^2}{4} - v_0^2}{-2g} = \frac{-\frac{3v_0^2}{4}}{-2g} = \frac{3v_0^2}{8g} \Rightarrow h = \frac{3v_0^2}{8g}$

Подставим числовые значения:

$$t_1 = \frac{10}{2 \cdot 10} = 0,5 \text{ с.}$$

$$t_2 = \frac{3 \cdot 10}{2 \cdot 10} = 1,5 \text{ с.}$$

$$h = \frac{3 \cdot 10 \cdot 10}{4 \cdot 8 \cdot 10} = \frac{15}{4} = 3,75 \text{ м.}$$

Ответ: ~~1) 0,5 с.~~

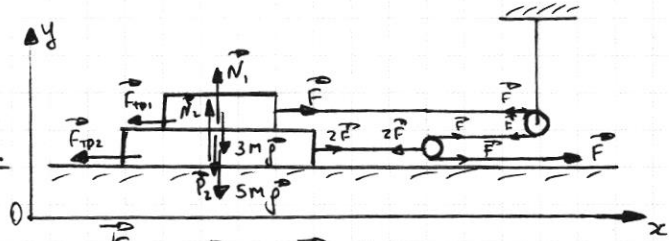
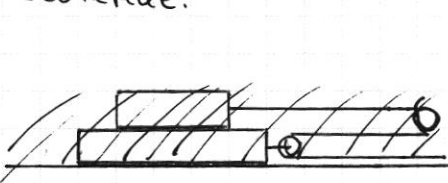
- 1) если $\vec{v}_0 \uparrow \vec{v}$, где $v = \frac{v_0}{2}$, то $t = 0,5 \text{ с.}$
 если $\vec{v}_0 \uparrow \vec{v}$, где $v = \frac{v_0}{2}$, то $t = 1,5 \text{ с.}$
- 2) $h = 3,75 \text{ м.}$

№4

Дано:

$m_1 = 3 \text{ м}$
 $m_2 = 5 \text{ м}$
 μ
 g

Решение:



- 1) F_0 - ?
- 2) $F_{\text{тр.}}$ - ?

① Рассм. случай, когда $F_{\text{тр.1}} = 0$, $\vec{a}_2 \neq 0$

III.к. $F_{\text{тр.1}} = 0 \Rightarrow$ ~~вр~~ верхний брусок покоится от-ко нижнему брусука \Rightarrow их ускорения от-ко земли равны, т.е. $a_1 = a_2 = a$

Запишем динамическое ур-е движения:

1) Для верхнего бруска: $Oy: N_1 - 3mg = 0 \Rightarrow N_1 = 3mg$

По III з.Н. $\vec{N}_1 = -\vec{P}_2 \Rightarrow P_2 = 3mg$

~~Ox:~~ $F = 3ma \Rightarrow a = \frac{F}{3m}$

2) Для нижнего бруска: $Oy: N_2 - P_2 - 5mg = 0 \Rightarrow N_2 = P_2 + 5mg = 3mg + 5mg = 8mg$

$Ox: -F_{\text{тр.2}} + 2F = 5ma$, где по закону Ампера-Кулона:

$F_{\text{тр.2}} = \mu N_2 = \mu \cdot 8mg \Rightarrow$ с учетом a : $-2\mu mg + 2F = 5m \cdot \frac{F}{3m}$

$2F - \frac{5}{3}F = 8\mu mg \Rightarrow \frac{1}{3}F = 8\mu mg \Rightarrow F = 24\mu mg$

~~Ампера-Кулона~~

② Рассм. случай, верхний брусок движется влево от-ко нижнего бруска.

Пусть a_1 - ускорение верхнего бруска, a_2 - нижнего.

Запишем динам. ур-е движения:

1) Для верхнего бруска: $Oy: N_1 - 3mg = 0 \Rightarrow N_1 = 3mg$

По III з.Н. $\vec{N}_1 = -\vec{P}_2 \Rightarrow P_2 = N_1 = 3mg$.

$Ox: -F_{\text{тр.1}} + F = 3ma_1$, где по закону Ампера-Кулона: $F_{\text{тр.1}} = \mu N_1 = 3\mu mg$
 $\Rightarrow -3\mu mg + F = 3ma_1 \Rightarrow a_1 = \frac{F - 3\mu mg}{3m}$

2) Для нижнего бруска: $Oy: N_2 - P_2 - 5mg = 0 \Rightarrow N_2 = P_2 + 5mg = 3mg + 5mg = 8mg$

$Ox: -F_{\text{тр.2}} + 2F = 5ma_2$, где по закону Ампера-Кулона: $F_{\text{тр.2}} = \mu N_2$

$\Rightarrow F_{\text{тр.2}} = \mu \cdot 8mg \Rightarrow -2\mu mg + 2F = 5ma_2 \Rightarrow a_2 = \frac{2F - 8\mu mg}{5m}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

III. к. верхний брусок движется влево от-но нижнего $\Rightarrow a_1 < a_2$

III. к. $\frac{F - 3Mg}{3\mu} < \frac{2F - 8Mg}{5\mu}$

$5F - 15Mg < 6F - 24Mg \Rightarrow F < 9Mg$

Значит, $F_{min} = 9Mg$

Ответ: 1) $F_0 = 24Mg$
2) $F = 9Mg$

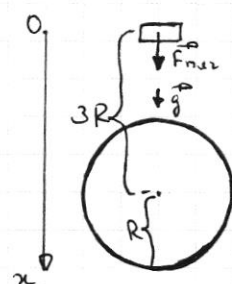
~~Дано:~~
 ~~$S, S/3$~~
 ~~x, x~~
 ~~g~~

Дано:

$h = R$
 ρ
 G
 $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

g на расст. $3R$ - ?
 T - ?

Решение:



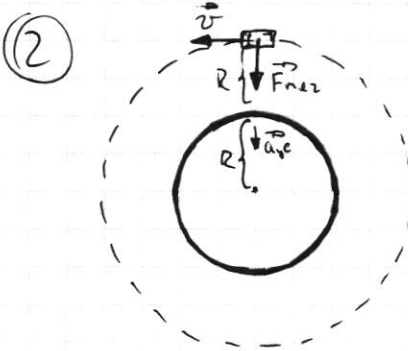
1) Пусть тело массой m находится на расстоянии $3R$ от центра планеты.

Запишем динам. ур-е движения:

Он: $F_{грав} = mg$, где по закону всемирного тяготения: $F_{грав} = G \frac{Mm}{9R^2}$

$\Rightarrow G \frac{Mm}{9R^2} = mg$, где M - масса планеты, $M = \rho V = \frac{4}{3} \rho \pi R^3$

$\Rightarrow G \cdot \frac{4}{3} \rho \pi R^3 = 9R^2 \cdot g \Rightarrow g = \frac{4G\rho\pi R}{27}$



Пусть тело массой m вращается вокруг планеты по орбите $h = R$.

Запишем динам. ур-е движения:

$F_{грав} = m a_{цс}$, где по закону всемирного тяготения:

$F_{грав} = G \frac{Mm}{4R^2}$; $a_{цс} = \frac{v^2}{R}$

$\Rightarrow G \frac{Mm}{4R^2} = m \cdot \frac{v^2}{R} \Rightarrow v^2 = \frac{GM}{4R}$, где $M = \rho V = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3$

$\Rightarrow v^2 = \frac{4G\rho\pi R^3}{3 \cdot 4R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G\rho\pi}{3}} \cdot R$ (1)

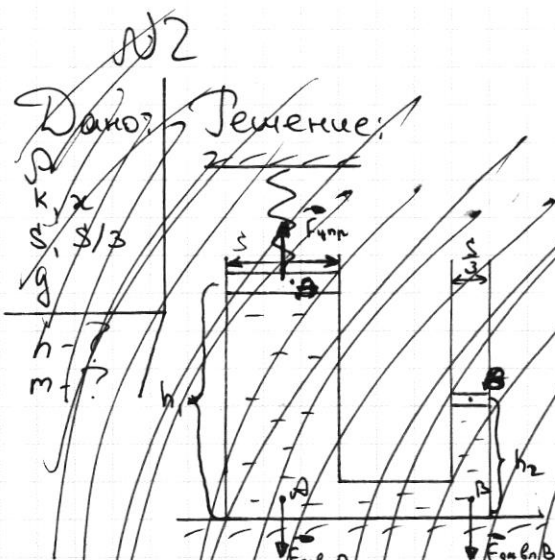
По формуле связи периода и угловой скорости:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}, \text{ где } \omega = \frac{v}{R} \Rightarrow T = \frac{2\pi R}{v} \quad (2)$$

Подставим (1) → (2): $T = \frac{2\pi R \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{G\rho\pi} \cdot R} = \frac{2\pi \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{G\rho\pi}}{G\rho}$

$$\Rightarrow T = \frac{2\sqrt{3} G\rho\pi}{G\rho}$$

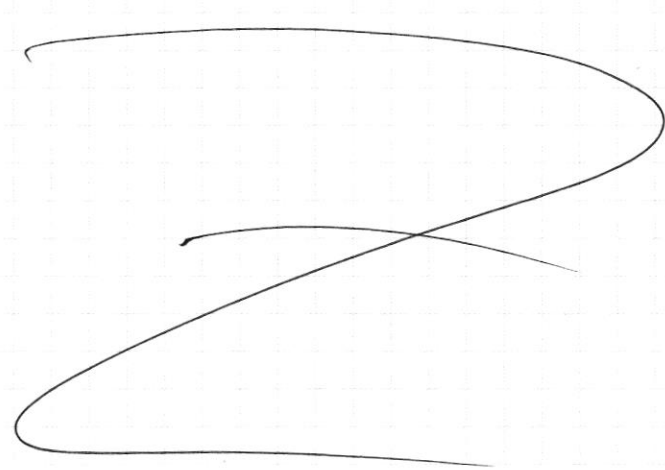
Ответ: 1) $g = \frac{4 G\rho\pi R}{27}$
 2) $T = \frac{2\sqrt{3} G\rho\pi}{G\rho}$



~~П.к. широкость орнорна и находится в равновесии~~
~~→ давл. во всех точках широкости равно~~
 П.к. широкости орнорна → по закону Паскаля давл. во всех точках широкости,

~~П.к. широкости орнорна находится в равновесии → давл. во всех точках широкости, находящейся~~

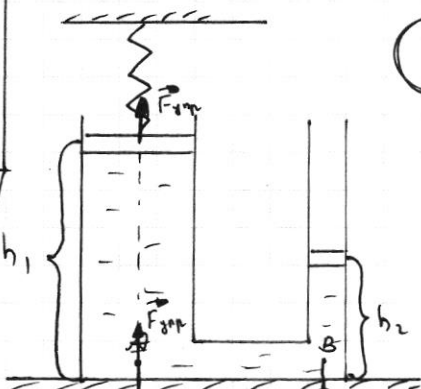
~~По закону Паскаля давл. произведено на поверхность, перпендикулярно~~
 По закону Паскаля: $F_{gabA} = F_{gabB} \Rightarrow p_A \cdot S = p_B \cdot \frac{S}{3}$
 $\Rightarrow 3p_A = p_B$



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано:
 ρ
 k, x
 $S, S/3$
 g

Решение:



① По закону Паскаля: $p_A = p_B$

$$\text{или } \frac{F_{гидрA}}{S} = \frac{F_{гидрB}}{S}$$

$$F_{гидрA} = 3 F_{гидрB}$$

$$\text{где } F_{гидрA} = \rho g h_1 S - F_{упр}$$

$$\text{где } F_{упр} = kx$$

$$F_{гидрB} = \rho g h_2 \frac{S}{3}$$

$$\Rightarrow F_{гидрA} = \rho g h_1 S - kx$$

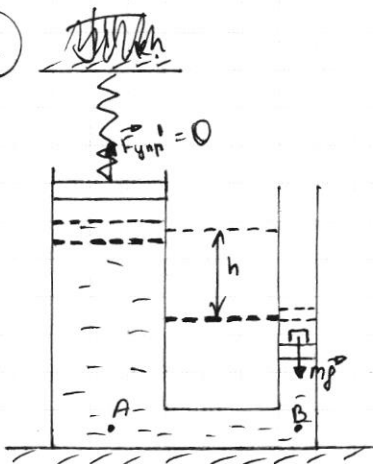
$$\Rightarrow \rho g h_1 S - kx = 3 \cdot \frac{\rho g h_2 S}{3}$$

$$\rho g h_1 S - \rho g h_2 S = kx$$

$$\rho g S (h_1 - h_2) = kx, \text{ где } h_1 - h_2 = h \Rightarrow$$

$$h = \frac{kx}{\rho g S}$$

②



$$F_{упр} \cdot S = mg \cdot \frac{S}{3}$$

$$\Rightarrow mg = 3 F_{упр} = 3 kx$$

$$\Rightarrow m = \frac{3kx}{g}$$

Ответ: $h = \frac{kx}{\rho g S}, m = \frac{3kx}{g}$

№5

Дано:

$$H = 3 \text{ м.}$$

$$V = 5 \text{ дм}^3 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$S = 10 \text{ см}^2 = 10 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$$

$$\rho = 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

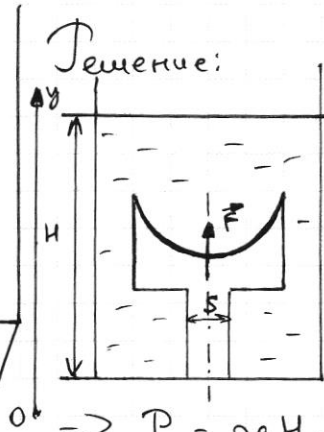
$$P_0 = 100000 \text{ Па}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

1) P_1 - ?

2) F - ?

Решение:



П.к. конструкция осесимметрична \Rightarrow равнодействующая сила всех сил давления жидкости на боковые стенки конструкции равна 0

~~Страна МВМ~~

① П.к. P_1 - давление внизу дна

$$\Rightarrow P_1 = \rho g H + P_0$$

$$\Rightarrow P_1 = 1000 \cdot 10 \cdot 3 + 100000 = 30000 + 100000 = 130000 \text{ Па}$$

② Если бы конструкция не была прикреплена к ~~дне~~^{дну}, т.е. под её основание затекала бы вода, то на неё бы действовала сила ~~Архимеда~~^{Архимеда}, равная $F_{Арх} = \rho g V$

Но! т.к. основание конструкции прикреплено ко дну \Rightarrow на основании не действует выталкивающая сила, равная $F_{вытл} = \rho g H \cdot S$

П.к. $F_{Арх} = \rho g V = 1000 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ Н} > F_{вытл} = \rho g H \cdot S = 1000 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \Rightarrow$

~~И~~ $F = F_{Арх} + F_{вытл}$ направлена вверх (по оси Oy)

$\Rightarrow \vec{F}$ - сила, с которой вода действует на тело, направлена вверх

$$и F = F_{Арх} - F_{вытл} = \rho g V - \rho g H S = \rho g (V - HS) =$$

$$\Rightarrow F = 1000 \cdot 10 \cdot (5 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10 \cdot 10^{-4}) = 1000 \cdot 10 \cdot 10^{-3} (5 - 3) = 2 \cdot 10 = 20 \text{ Н}$$

Ответ: 1) $P_1 = 130000 \text{ Па}$

2) $F = 20 \text{ Н}$, F направлена вверх (по оси Oy)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$gt_1 = \frac{v_0}{2} \Rightarrow t_1$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{a t^2}{2}$$

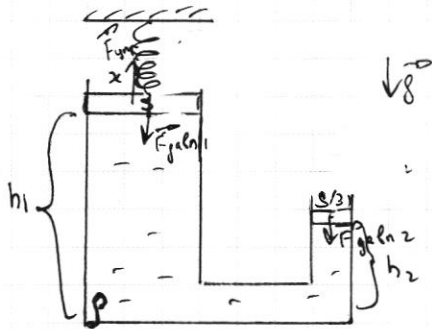
$$\begin{array}{r} 15 \\ 12 \\ \hline -30 \\ 28 \\ \hline 20 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ 3,75 \end{array}$$

$$gt_2 = \frac{3v_0}{2}$$

$$S = \frac{v_0^2 - v_0^2}{2a} = \frac{\frac{v_0^2}{4} - v_0^2}{-2g} = \frac{3v_0^2}{8g}$$

$$h_1 = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{g v_0^2}{8g^2} = \frac{3v_0^2}{8g}$$

$$h_2 = \frac{3v_0^2}{2g} - \frac{9g v_0^2}{8g^2} = \frac{3v_0^2}{8g}$$



$$\rho g h_1 = k \cdot x$$

$$\frac{kz}{\omega^2} \cdot \frac{\omega^2}{c^2} \cdot x = \frac{kz}{\omega \cdot c^2}$$

$$\rho g h_1 = k \cdot x \Rightarrow m g = k z \cdot \frac{\omega}{c^2} =$$

$$F_{gab1} = \rho_1 S = \rho g h_1 S$$

$$F_{gab2} = \rho_2 \frac{S}{3} = \frac{\rho g h_2 S}{3}$$

$$\rho g h_1 S = k \cdot x$$

$$S \rho g h_1 - k \cdot x = \rho g h_2 \cdot \frac{S}{3}$$

$$\rho g h_1 = \rho g h_2 + m g$$

$$\rho g h_1 - \rho g h_2 = k \cdot x$$

$$m g =$$

$$\rho g (h_1 - h_2) = k x$$

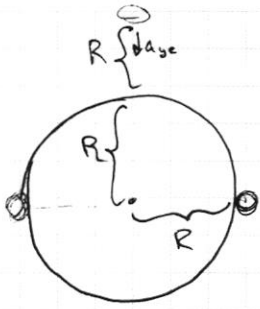
$$m g = \rho g \cdot a h = \rho g \cdot \frac{k x}{\rho g} = k \cdot x$$

$$a h = \frac{k x}{\rho g}$$

$$m = \frac{k x}{g}$$

$$S \rho g h_1 - \frac{S}{3} \rho g h_2 = k \cdot x$$

$$\rho g S (3h_1 - h_2) = 3k \cdot x$$



$$F_{\text{mass}} = F_{\text{grav}} = m a_{\text{sc}}$$

$$G \frac{Mm}{9R^2} = m a_{\text{sc}} = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

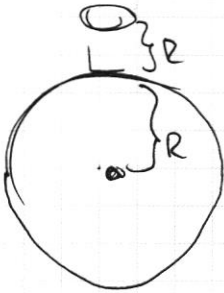
$$G \frac{M}{9R^2} = v^2$$

$$\Rightarrow MG = 9Rv^2$$

$$GM = 9Rv^2$$

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi R}{\sqrt{\frac{GM}{9R}}} = \frac{2\pi R}{\frac{\sqrt{GM}}{3}} = \frac{6\pi R \sqrt{GM}}{\sqrt{GM}}$$

$$v = \omega R \Rightarrow \omega = \frac{v}{R}$$



$$G \frac{Mm}{4R^2} = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{4R}} = \frac{\sqrt{GM}}{2\sqrt{R}}$$

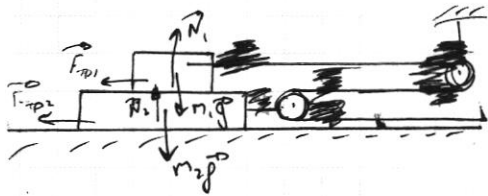
$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{4\pi R \sqrt{R}}{\sqrt{GM}}$$

$$M = \rho v = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\frac{\sqrt{GM}}{2\sqrt{R}} = \sqrt{\frac{GM}{4R}} = \sqrt{\frac{G \cdot \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3}{4R}} = \sqrt{\frac{\rho G \pi}{3}} R$$

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \sqrt{3} R}{\sqrt{\rho G \pi} \cdot R} = \frac{2\pi \sqrt{3}}{\sqrt{\rho G \pi}} = \frac{2\sqrt{3} \rho G \pi}{\rho G}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\omega = \frac{v}{R}$$

$$v = \omega \cdot R$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{v}{R}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

III. $F_{тр} = 0$ и $Q_{конн. \text{ сн.}} = 0 \Rightarrow F = 3ma \Rightarrow a = \frac{F}{3m}$

$$-Mg + 2F = 5ma = \frac{F}{3m} \cdot 5$$

$$\Rightarrow F = \dots$$

$$-Mg + 2F = 5ma \Rightarrow 3F = -Mg$$

$$-Mg + 2F = \frac{5}{3}F$$

$$\frac{1}{3}F = Mg \Rightarrow F = 24Mg = 24 \quad F = -3ma_1 + 3Mg$$

$$-3Mg + F = 3ma_1 \Rightarrow a_1 = \frac{F - 3Mg}{3m}$$

$$\Rightarrow F = 3Mg$$

$$-8Mg + 2F = 5ma_2 \Rightarrow a_2 = \frac{2F - 8Mg}{5m}$$

$$a_1 < a_2 \quad ; \quad \frac{F - 3Mg}{3m} < \frac{2F - 8Mg}{5m}$$

$$5F - 15Mg < 6F - 24Mg$$

$$F > 9Mg$$

$$3ma_1 = 3Mg$$

$$a_1 = \dots$$

$$a_1 = Mg$$

$$\frac{3Mg - F}{3m} < \frac{2F - 8Mg}{5m}$$

$$15Mg - 5F < 6F - 24Mg$$

$$11F > 39Mg$$

$$F = -3ma_1 + 3Mg$$

$$F$$

~~Черновик~~

$$F_{\text{арх}} = \rho g v$$

$$F = \rho g v - \rho g H \cdot S$$

$$\rho g (v - H \cdot S)$$

1

$$5 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10 \cdot 10^{-2}$$

$$5 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10^{-3}$$

$$\rho g S \Delta h = \rho g \frac{3}{5} \Delta h$$

$$\rho g h \cdot S + kx = \rho g h \cdot \frac{3}{5} \cdot S$$

$$\frac{F_{\text{арх}} + kx}{F_{\text{арх}} S} = \frac{F_{\text{арх}} \frac{3}{5}}{F_{\text{арх}} S}$$

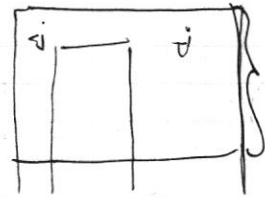
$$\frac{F_{\text{арх}}}{F_{\text{арх}} S} = \frac{F_{\text{арх}} \frac{3}{5}}{F_{\text{арх}} S}$$

$$p_a = p_b$$

$$\frac{S}{\frac{3}{5} S} = \frac{S}{S}$$

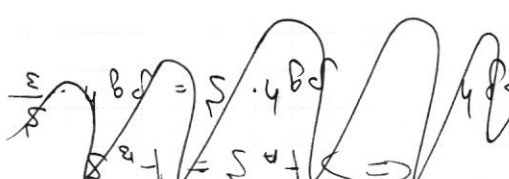
$$\rho g h_2 S = m g = \rho g h_1 S$$

$$p = \frac{F}{S}$$



$$p_a = p_b$$

$$\rho g h_1 = \rho g h_2$$



$$p = \frac{F}{S}$$

$$\rho g h_1 S - kx = \rho g h_2 S$$

$$3 \left(\rho g h_1 S - F_{\text{арх}} \right) = \rho g h_2 \cdot \frac{3}{5} S$$

$$3 F_{\text{арх}} = F_{\text{арх}} \cdot \frac{3}{5}$$

$$p_a = p_b$$