Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

Вариант 09-01

Шифр

(заполняется секретарём)

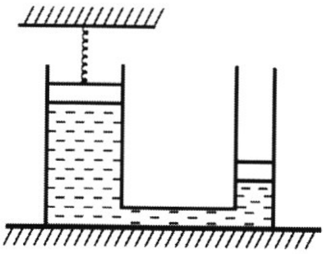
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 12$ м/с.

1) Через какое время t после старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?

2) На какой высоте h, отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности ρ. На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Разность уровней жидкости в сосудах равна h. Площадь сечения левого поршня S, правого $S/2$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g.



1) Найдите деформацию x пружины.

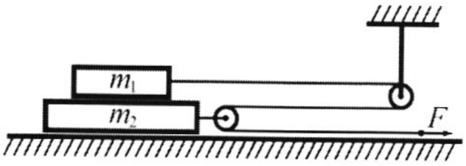
2) Найдите массу m груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.

3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты $h = 0{,}5R$, здесь R – радиус планеты. Плотность планеты ρ. Гравитационная постоянная G. Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $2R$ от центра планеты.

2) Найдите период T обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков $m_1 = 2m$, $m_2 = 3m$. Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен μ. Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.

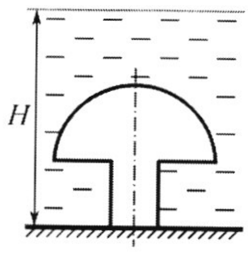


1) Найдите величину F_0 горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.

2) Найдите величину F минимальной силы, при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

5. Ко дну бассейна глубиной H=2,5 м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объем конструкции $V = 8$ дм^3, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей $S = 20$ см^2. Плотность воды $\rho = 1$ г/см^3, атмосферное давление $P_0 = 100$ кПа.

Ускорение свободного падения g =10 м/с^2.



1) Найдите давление P_1 вблизи дна.

2) Найдите величину F силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.

$$6{,}4 = 12t - 5t^2$$

$$20 \times 6{,}4$$

$$5t^2 - 12t + 6{,}4 = 0$$

$$D = 144 - 20 \cdot 6{,}4 = 144 - 128 = 4^2$$

$$t_1 = \frac{12-4}{10} = 0{,}8 \qquad 2\frac{v_0}{g} = 2{,}4\text{с.}$$

$$t_2 = \frac{12+4}{10} = 1{,}6\text{с.}$$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Дано:

$v_0 = 12$ м/с

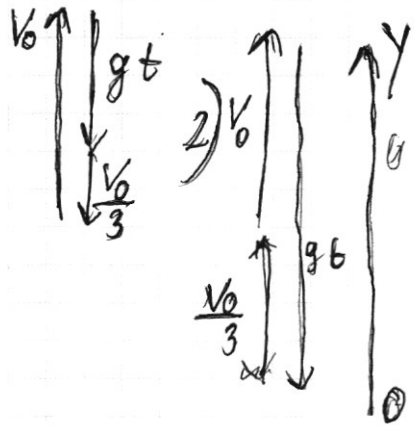
$g = 10$ м/с²

$t - ?$

$h - ?$

1) $\frac{1}{3}\vec{v_0} = \vec{v_0} - \vec{g}t$

2) ~~$-\frac{1}{3}\vec{v_0} = \vec{v_0} - \vec{g}t$~~



В проекции на OY:

1) $\frac{1}{3}|\vec{v_0}| = |\vec{v_0}| - |\vec{g}|t$

2) $-\frac{1}{3}|\vec{v_0}| = |\vec{v_0}| - |\vec{g}|t$

$t = \frac{2|\vec{v_0}|}{3|\vec{g}|}$

$t = \frac{4|\vec{v_0}|}{3|\vec{g}|}$

$t = \frac{24}{30}$ с $= 0{,}8$ с

$t = \frac{48}{30}$ с $= 1{,}6$ с.

По ЗСЕ:

$E_{k_1} = m_к \cdot \frac{v_0^2}{2}$ – кин. энергия камня в самом начале броска.

$E_{п_1} = 0$ – пот. энергия камня в самом начале броска.

$E_{k_2} = \frac{1}{2}m_к\left(\frac{v_0}{3}\right)^2$ – кин. энергия камня, когда он имеет скорость $\frac{v_0}{3}$

$E_{п_2} = m_к \cdot g h$ – пот. энергия камня, когда он имеет скорость $\frac{v_0}{3}$

$m_к$ – масса камня

☐ черновик ☑ чистовик (Поставьте галочку в нужном поле)

$E_{k1}+E_{n1}=E_{k2}+E_{n2}$ — ЗСЭ для камня:

$$\frac{1}{2}m_k V_0^2+0=\frac{1}{2}m_k\left(\frac{V_0}{3}\right)^2+m_k g h$$

$$\frac{1}{2}V_0^2=\frac{1}{18}V_0^2+gh$$

$$\Downarrow$$

$$\cancel{h=\sqrt{\frac{4V_0^2}{9g}}=\sqrt{\frac{4\cdot2^4\cdot3^2}{3^2\cdot10}}\text{ м}=\sqrt{\frac{2^5}{5}}\text{ м}}$$

$$h=\frac{4V_0^2}{9g}=\frac{4\cdot(2^2\cdot3)^2}{9\cdot10}=\frac{2^6}{10}=6{,}4\text{ м.}$$

Ответ: $t_1=0{,}8$ с; $t_2=1{,}6$ с; $h=6{,}4$ м

N3

Дано:

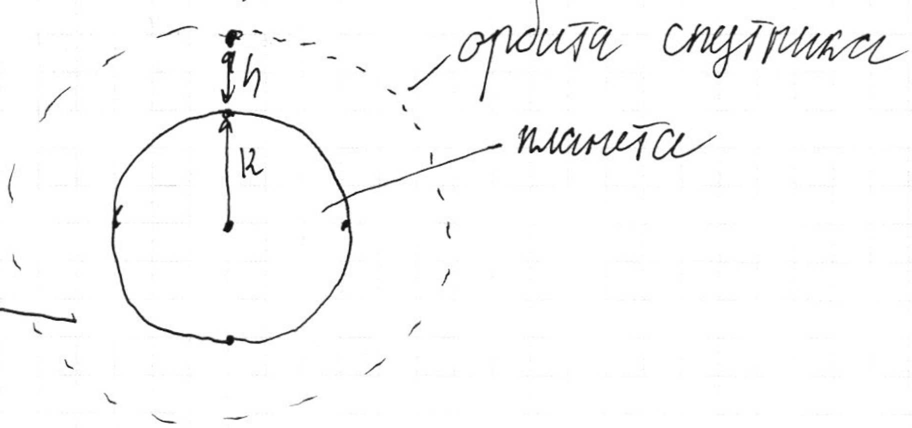
$h=0{,}5R$

ρ

R

g — ?

T — ?



1) $F_{тяж}=G\frac{M_п\cdot M_c}{4R^2}=M_c g$

M_c — масса спутника

$M_п=\frac{4}{3}\pi R^3\rho$ — масса планеты

$F_{тяж}$ — сила тяжести, действующая на спутник

$$\boxed{g=\frac{4G\cdot\pi R^3\rho}{3\cdot4R^2}=\frac{G\pi R\rho}{3}}$$

Пусть спутник движется по круговой орбите со скоростью V, тогда

$a_n = \frac{V^2}{1,5R}$ – нормальное ускорение спутника

$M_c \cdot a_n = F_{тяж_1}$, – сила тяжести, действующая на спутник со стороны планеты.

$F_{тяж_1} = G\frac{M_c \cdot M_п}{(1,5R)^2}$

$v = \sqrt{\frac{G \cdot M_п}{1,5R}}$

$M_п = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$

$v = \sqrt{\frac{4\pi R^2 \rho G}{4,5}}$

$T = \frac{3\pi R}{v} = \frac{3\cdot\sqrt{4,5}\cdot\pi\cdot\cancel{R}}{2\cdot\sqrt{\pi}\cdot\cancel{R}\sqrt{\rho}\cdot\sqrt{G}} = \frac{3\cdot\sqrt{\pi}\cdot\sqrt{4,5}}{2\sqrt{\rho}\cdot\sqrt{G}} =$

$= \frac{3\cdot\sqrt{4,5\pi\cdot\rho G}}{2\rho G} = \frac{1,5\cdot\sqrt{4,5\pi\cdot\rho G}}{\rho G}$

Ответ: $\cancel{g = \frac{G\cdot\pi R\rho}{3}}$ $g = \frac{G\cdot\pi\cdot R\cdot\rho}{3}$

$T = \frac{1,5\sqrt{4,5\pi\rho G}}{\rho G}$

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Пусть спутник движется со скоростью v.

Тогда $a_н = \frac{v^2}{R}$ – нормальное ускорение спутника.

Тогда Запишем II З.Н. для спутника:

$$\begin{cases} m_c a_н = F_{тяж_1} \\ F_{тяж_1} = \frac{G \cdot m_c M_П}{2{,}25R^2} \end{cases}$$

$$\sqrt{\frac{м^2 \cdot кг}{м^3} \cdot \frac{Н \cdot м^2}{кг^2}} =$$

$$\cancel{a_н} \cdot \frac{v^2}{R} = \frac{G \cancel{m_c} M_П}{2{,}25R^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM_П}{2{,}25R}}, \quad \sqrt{\frac{м^4 \cdot кг\,(м \cdot кг \cdot с^{-2})}{м^3 \cdot кг^2 \cdot с^2}}$$

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot 1{,}5R}{v} = \frac{3\pi R}{v} = \frac{3\pi R \cdot \sqrt{2{,}25R}}{\sqrt{G \cdot M_П}} = \frac{4{,}5\pi R^{1{,}5}}{\sqrt{G \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \rho}} = \cancel{\frac{4{,}5\sqrt{3}\,\pi}{\sqrt{2G\pi}}}$$

$$\frac{м^2 \cdot кг \cdot м \cdot м}{м^3 \cdot с^2} = \frac{кг \cdot м}{с^2} = Н$$

~~Ответ: $g = G\frac{\pi R \rho}{3}$; $T = \frac{4{,}5\pi R^{1{,}5}}{\sqrt{G \cdot M_П}}$~~ =

$$= \frac{4{,}5 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{\pi}}{2 \cdot \sqrt{G}} = 2{,}25 \cdot \cancel{\sqrt{3}}\sqrt{\ }\sqrt{\frac{3\pi}{G}}$$

Ответы: $G = \frac{G\pi R\rho}{3}$ $\quad T =$

$$\frac{кг \cdot \cancel{м} \cdot м^3 \cdot м}{м^6 \cdot \cancel{кг} \cdot \cancel{кг}}$$

$$\sqrt{\rho G} = \sqrt{\frac{Н \cdot м^2}{кг^2} \cdot \frac{кг}{м^3}} = \sqrt{\frac{м^3 \cdot с^2 \cdot кг^2}{кг^2 \cdot м^3}}$$

$$\frac{м \cdot кг^2 \cdot Н \cdot \cancel{м}}{м^6 \cdot кг \cdot Н}$$

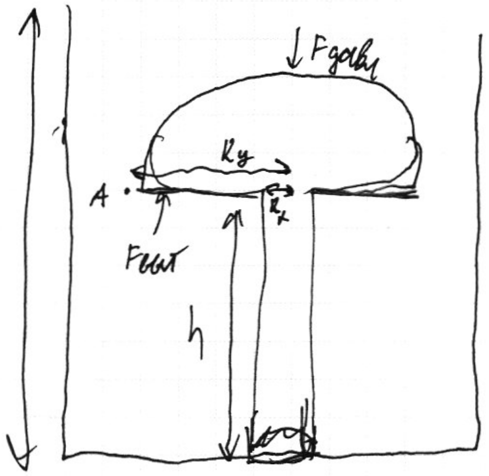
☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №

(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



№5

Дано:

$H = 2{,}5$ м

$V = 8$ дм^3

$S = 20$ см^3

$\rho = 1$ г/см^3

$P_0 = 100$ кПа

$g = 10$ м/с^2

$P_1 - ?$

$F - ?$

$P_1 = P_0 + \rho g H =$

$= \cancel{100 \cdot 10}\ 10^5 + 10^4 \cdot 2{,}5$ Па $=$

$= 12{,}5 \cdot 10^4$ Па $= 125$ кПа

~~От~~ $|\vec{F}_{давл}| = \rho g \left(\pi R_y^2 (H-h) - \frac{2}{3}\pi R_y^3\right) = \rho \pi R_y^2 \left(H - h - \frac{2}{3}R_y\right) g$

сила ~~дав~~ давления воды на грибок.

$|\vec{F}_{выт}| = \cancel{\rho g}\ \rho g (H-h)\cdot\left(\pi R_y^2 - \pi R_x^2\right) = \rho g \pi (H-h)(R_y^2 - R_x^2)$ —

выталкивающая сила, действующая на грибок (со стороны воды).

$\vec{F} = \vec{F}_{давл} - \vec{F}_{выт}$

~~Допустим, сила F направлена вниз, значит~~

$$\boxed{|\vec{F}| = \left||\vec{F}_{давл}| - |\vec{F}_{выт}|\right| = \left|\rho g \pi \left(\left(H - h - \frac{2}{3}R_y\right)R_y^2 - (H-h)(R_y^2 - R_x^2)\right)\right|}$$

$\begin{cases} V = \overset{\text{объём ножки}}{Sh} + \frac{2}{3}\pi R_y^3 \text{ — объём шляпки} \\ S = \pi R_x^2 \end{cases}$

$\Downarrow$

$\begin{cases} R_y = \sqrt[3]{\dfrac{1{,}5(V-Sh)}{\pi}} \\ R_x = \sqrt{\dfrac{S}{\pi}} \end{cases}$

$\Downarrow$

~~$|\vec{F}| = |\rho g \pi((H-h-\frac{2}{3}\sqrt[3]{\frac{1{,}5(V-Sh)}{\pi}})^2$~~

$$|\vec{F}| = \left|\rho g \pi\left(\left((H-h)-\frac{2}{3}\sqrt[3]{\frac{1{,}5(V-Sh)}{\pi}}\right)\left(\frac{1{,}5(V-Sh)}{\pi}\right)^{\frac{2}{3}} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \left((H-h)\left(\left(\frac{1{,}5(V-Sh)}{\pi}\right)^{\frac{2}{3}} - \frac{S}{\pi}\right)\right)\right)\right| =$$

$$= \left|\rho g \pi\left(\frac{S(H-h)}{\pi} - \cancel{\frac{2}{3}} \frac{V-Sh}{\pi}\right)\right| = \left|\rho g \pi\left(\frac{SH-V}{\pi}\right)\right| =$$

$$= |\rho g(SH-V)|$$

$$|\vec{F}| = |10^4(20\cdot10^{-4}\cdot 2{,}5 - 8\cdot10^{-3})| = 10^4|\underbrace{(50-80)}_{<0}(10^{-3})|$$

~~т.к.~~

$\Downarrow$

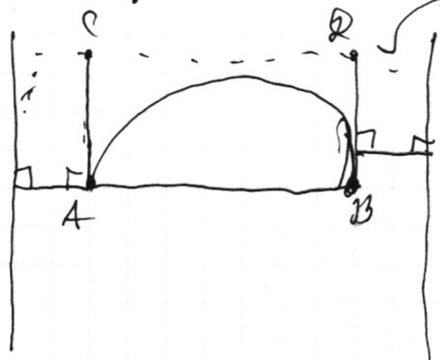
сила $\vec{F}$ действует ~~вверх~~ вниз т.к. $F_{давл} < F_{выт}$

$|\vec{F}| = 300\,Н$

Ответ: $P = 125$ кПа; $|\vec{F}| = 300\,Н$, она направлена вниз

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Теперь объясню ~~т~~ ~~ф~~ как я получил формулы для $|\vec{F}_{\text{довл}}|$ и $|\vec{F}_{\text{выт}}|$



$|\vec{F}_{\text{довл}}|$ – ~~масса~~ вес жидкости, находящийся над шляпкой грибка. ~~Тоесть~~ А это (объём цилиндра ($V_ц$) ABCD – объём ~~со~~ полусферы ($V_п$)) $\cdot g \cdot \rho$

$\cancel{V_ц =}$ $V_ц = \pi R_ц^2 \cdot \underset{H-h}{AC} = \pi R_ц^2 (H-h)$

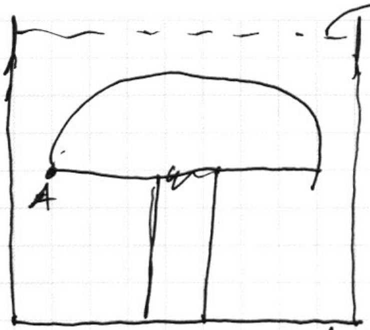
$V_п = \frac{2}{3}\pi R_ц^3$

$\Downarrow$

$(V_ц - V_п) = \pi R_ц^2 \left(H - h - \frac{2}{3}\cancel{\pi} R_ц\right)$

$\Downarrow$

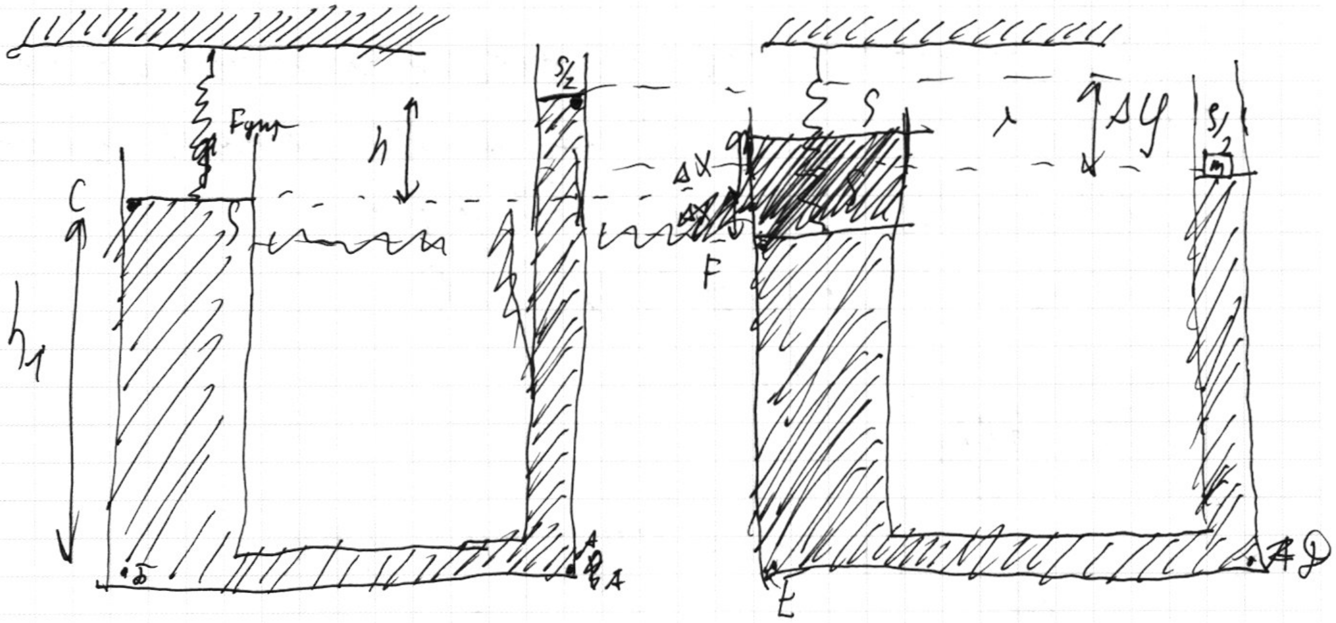
$\cancel{P_ж} = |\vec{F}_{\text{довл}}| = \rho g \pi R_ц^2 \left(H - h - \frac{2}{3} R_ц\right)$



$$\begin{cases} |\vec{F}| = p \cdot S \Rightarrow |\vec{F}_{выт}| = \cancel{p} \cdot S \cdot p_A \\ p_A = \rho g (H - b) \\ S = \pi (R_y^2 - R_x^2) \end{cases}$$

$$\Downarrow \quad |\vec{F}_{выт}| = \rho g \pi (R_y^2 - R_x^2)$$

№ 2



$p_A = \rho g (h + h_1) = p_Б$ – давление в т. A и т. Б

$p_C = p_A - \rho g h_1 = \rho g h$ – давление в т. C

~~т.к.~~ т.к. поршень ~~Рек~~ двигается, то

$p_C = \frac{|\vec{F}_{упр}|}{S} = \frac{k \Delta x}{S} = \rho g h \Rightarrow \boxed{\Delta x = \frac{\rho g h S}{k}}$

h, Δx – алгебраические величины (могут быть ≤ 0)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$P_E = P_D = \rho g(h_1 + h - \Delta y) + \frac{2mg}{S}$ – давление в т. D и E

$P_F = \frac{2mg}{S} + \rho g(h_1 + h - \Delta y - h_1 - \Delta x) = \frac{2mg}{S} + \rho g(h - \Delta x - \Delta y) = 0$

т.к. во втором случае $F_{упр} = 0$ т.к. поршень покоится

$\Delta x \cdot S = \frac{\Delta y \cdot S}{2}$ – условие несжимаемости воды

$\Delta y = 2\Delta x$

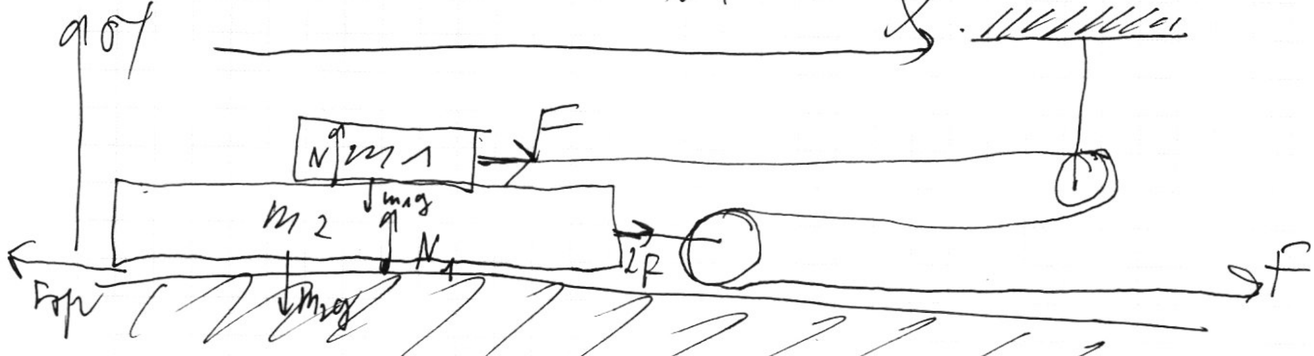
$\frac{2m}{S} = 3\rho \Delta x$

$\frac{2m}{S} = \frac{3\rho^2 g h S}{k}$

$m = \frac{1{,}5\, S^2 \rho^2 g h}{k}$

Ответы: $\Delta x = \frac{\rho g h S}{k}$ $m = \frac{1{,}5\, S^2 \rho^2 g h}{k}$

№4



$|\vec{F}_{тр}| = |\vec{N_1}|\mu = (m_1 + m_2)|\vec{g}|\mu$

т.к. $(m_1 + m_2)|\vec{g}| = |\vec{N_1}|$ (II Закон Ньютона, проекции на ось Oy)

т.к I брусок скользит, то $2F \geq (m_1+m_2)\mu g$

Запишем II З.Н для системы тел в проекции на ось Х:

$$(m_1+m_2)a = 3F_0 - (m_1+m_2)\mu g$$

$$\Downarrow$$

$$a = \frac{3F_0 - (m_1+m_2)\mu g}{m_2+m_1}$$

Сила трения между брусками будет отсутствовать если второй брусок будет тоже двигаться с ускорением a, относительно Земли.

$$\Downarrow \begin{cases} m_1 a = F_0 \\ a = \frac{3F_0 - (m_1+m_2)\mu g}{m_1+m_2} \end{cases}$$

$$4\frac{F_0}{m_1} = \frac{3F_0 - (m_1+m_2)\mu g}{m_2+m_1}$$

☑ черновик ☐ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

Пусть ускорение нашей системы тел будет $a (a>0)$, тогда

$5ma = 3F_0 - 5m\mu g$ — II з. Н. для системы тел

Силы трения между I и II бруском не будет, если брусок будет двигаться ~~сжать~~ с ускорением a отн. Земли

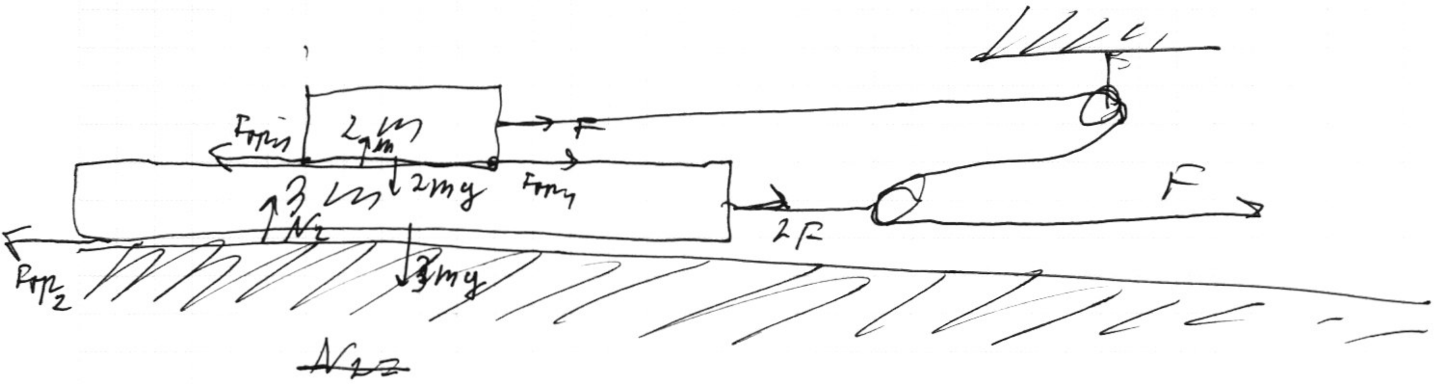
Тогда: $\begin{cases} 2ma = F_0 \\ 5ma = 3F_0 - 5m\mu g \end{cases}$

$\Downarrow$

$$\frac{F_0}{2m} = \frac{3F_0 - 5m\mu g}{5m}$$

$5F_0 = 6F_0 - 10m\mu g$

$\Downarrow$ $\boxed{F_0 = 10m\mu g}$



Ответ: $F_0 = 10\mu mg$

☐ черновик ☑ чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

☐ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)