

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

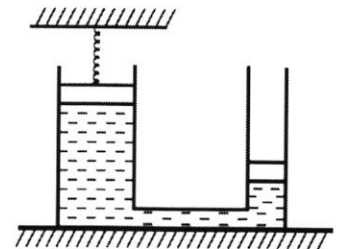
Вариант 09-01

Шифр

(заполняется секретарём)

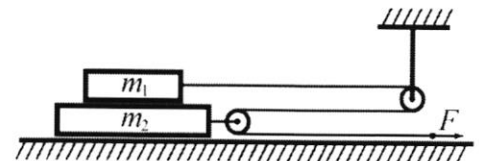
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 12$ м/с.
- 1) Через какое время t после старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?
 - 2) На какой высоте h , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?
- Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности ρ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Разность уровней жидкости в сосудах равна h . Площадь сечения левого поршня S , правого $S/2$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g .

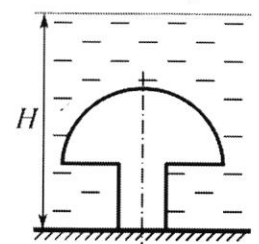


- 1) Найдите деформацию x пружины.
 - 2) Найдите массу m груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.
3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты $h = 0,5R$, здесь R – радиус планеты. Плотность планеты ρ . Гравитационная постоянная G . Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.
- 1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $2R$ от центра планеты.
 - 2) Найдите период T обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков $m_1 = 2m$, $m_2 = 3m$. Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен μ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.

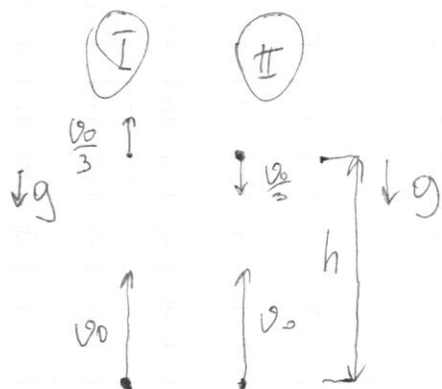


- 1) Найдите величину F_0 горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.
 - 2) Найдите величину F минимальной силы, при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.
5. Ко дну бассейна глубиной $H=2,5$ м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции $V = 8$ дм³, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей $S = 20$ см². Плотность воды $\rho = 1$ г/см³, атмосферное давление $P_0 = 100$ кПа. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².
- 1) Найдите давление P_1 вблизи дна.
 - 2) Найдите величину F силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1



Дано: $v_0 = 12 \frac{м}{с}$, $g = 10 \frac{м}{с^2}$

Ⓘ Пусть направление скорости $\frac{v_0}{3}$ совпадает с направлением скорости $v_0 \Rightarrow$ Тогда $v_0 - \frac{v_0}{3} = t g \Rightarrow$

$$\Rightarrow t = \frac{2v_0}{3g} ; t = \frac{2 \cdot 12}{3 \cdot 10} = 0,8 \text{ (с)}$$

Ⓜ Пусть направление скорости $\frac{v_0}{3}$ противоположно скорости v_0 тогда пусть t_{max} (с) - время за которое тело поднимается на максимальную высоту $\Rightarrow v_0 - 0 = g \cdot t_{max} \Rightarrow$

$$\Rightarrow t_{max} = \frac{v_0}{g} ; \text{ Пусть } t_1 \text{ (с) - время за которое тело}$$

из нижней точки снова падает на высоту

$$\frac{v_0}{3} \Rightarrow \frac{v_0}{3} - 0 = g t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{v_0}{3g} \Rightarrow t = t_1 + t_{max} = \frac{v_0}{g} + \frac{v_0}{3g} =$$

$$= \frac{4v_0}{3g} ; t = \frac{4 \cdot 12}{3 \cdot 10} = 1,6 \text{ (с)}$$

$$h = v_0 \cdot t - \frac{g t^2}{2}$$

Ⓘ (когда направление скоростей совпадают) \Rightarrow

$$\Rightarrow h = \frac{v_0 \cdot 2v_0}{3g} - \frac{g \cdot v_0^2 \cdot 4}{2 \cdot 9g^2} = \frac{6v_0^2 - 4v_0^2}{9g} = \frac{4v_0^2}{9g} = \frac{4 \cdot 144}{9 \cdot 10} = 6,4$$

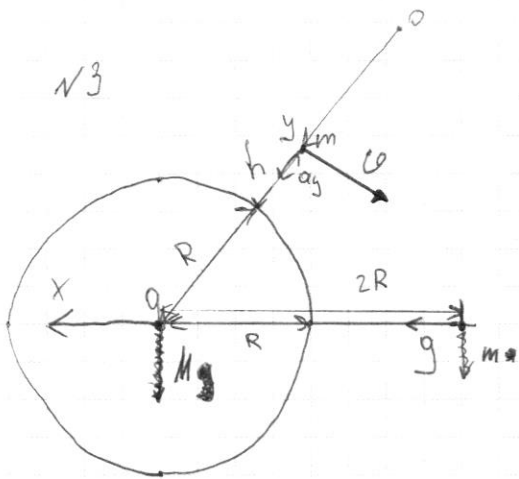
Ⓜ (когда направление скоростей противоположно) \Rightarrow

N1 - много ответов

$$h = -\frac{gt^2}{2} + v_0 \cdot t = \frac{4v_0^2 \cdot 1^3}{3g} - \frac{g \cdot 16v_0^2}{9g^2 \cdot 2} = \frac{12v_0^2 - 8v_0^2}{9g} = \frac{4v_0^2}{9g}$$

$$= \frac{4 \cdot 144}{9 \cdot 10} = 6,4 \text{ (м)}$$

Отвечая: $\begin{cases} t = 0,8 \text{ (с)} \\ L = 1,6 \text{ (с)} \end{cases}; h = 6,4 \text{ (м)}$



Дано: $R; h=0,5R; g; G$ | $g=?; T=?$

Разместим такой же спутник на расстоянии $2R$ от центра Земли.

Пусть масса спутника m .

Запишем закон Всемирного

Тяготения для спутника на расстоянии

или $2R$ от центра Земли, и для Земли:

$$F_1 = G \frac{m \cdot M}{4R^2}, \text{ где } M - \text{масса Земли} \Rightarrow M = \frac{3}{4R^2} \frac{4\pi R^3 \rho}{3} = \frac{4\pi R^3 \rho}{3}$$

Запишем II закон Ньютона для спутника, находящегося на расстоянии

на расстоянии $2R$ от центра Земли по оси Ox :

$$mg = F_1 = G \frac{\pi R m}{3} = \frac{m \cdot 4R^3 \rho}{3 \cdot 4R^2} G \Rightarrow g = \frac{G \pi R \rho}{3}$$

Запишем закон Всемирного Тяготения для спутника, находящегося на расстоянии $R+h$ от центра Земли, и для Земли:

$$F = G \frac{mM}{(R+h)^2}. \text{ Запишем II закон Ньютона для этого спутника}$$

по оси Oy :

$$m a_y = F = \frac{G \cdot m \cdot M}{(R+h)^2} \Rightarrow a_y = \frac{M G}{(R+h)^2}. a_y = \frac{v^2}{(R+h)} \Rightarrow v = \sqrt{a_y \cdot (R+h)}$$

$$= \sqrt{\frac{M G}{R+h}}; \text{ тк } h=0,5R \Rightarrow v = \sqrt{\frac{M G}{1,5R}}; \text{ тк } M = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho \Rightarrow$$

№3 - продолжение:

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{\pi R^3 G}{1,5 R}} = \frac{R}{1,5} \sqrt{2 \pi G}$$

$T = \frac{L}{v}$, где L - длина орбиты: $L = 2\pi(R+h) = 3\pi R \Rightarrow$

$$\Rightarrow T = \frac{3\pi R \cdot 1,5}{R \sqrt{2\pi G}} = \frac{3\pi \cdot 1,5}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{\sqrt{2G}}{\sqrt{2G}} = \frac{4,5 \sqrt{2G\pi}}{2G}$$

$$= \frac{2,25 \sqrt{2G\pi}}{G}$$

От формул: $g = \frac{G \pi R}{3}$; $T = \frac{2,25 \sqrt{2G\pi}}{G}$

№5

Дано: $H = 2,5 \text{ м}$

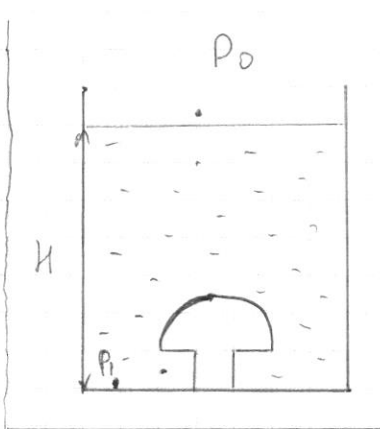
$V = 8 \text{ м}^3 = 8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$

$S = 20 \text{ см}^2$

$\rho = \frac{12}{\text{см}^3} = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$

$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$P_0 = 100 \cdot 10^3 \text{ Па}$



$$P_1 = P_0 + \rho g H$$

$$P_1 = 100 \cdot 10^3 + 1000 \cdot 10 \cdot 2,5 = (100 + 25) \cdot 10^3 = 125 \text{ кПа}$$

На конструкцию будет действовать

выталкивающая сила (со стороны воды).

Она всегда направлена к поверхности жидкости, в которую погружено тело (в нашем случае вертикально вверх). $F_A = \rho g V$; $F_A = 10^3 \cdot 8 \cdot 10^{-3} \cdot 10 = 80 \text{ Н}$

Ответ: $P_1 = 125 \text{ кПа}$; вода будет действовать

на конструкцию вертикально вверх с силой 80 Н.

№2



Дано: $S_1 = S_2 = S$, ρ , h , K , g

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 2 - продолжение. Запишем уравнения равновесия сообщающихся сосудов:

$$\begin{cases} P_1 = P_2 & \text{II} \\ P_3 = P_4 & \text{I} \end{cases}$$

Рассмотрим (I) уравнение:

$$\begin{cases} P_3 = P_4 \\ P_3 = P_0 + \rho g(H+h) - \frac{F_y}{S} \\ P_4 = P_0 + \rho g H \\ F_y = Kx \end{cases} \Rightarrow P_0 + \rho g H = P_0 + \rho g h + \rho g H - \frac{F_y}{S} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho g h S = Kx \Rightarrow x = \frac{\rho g h S}{K}$$

Рассмотрим (II) уравнение:

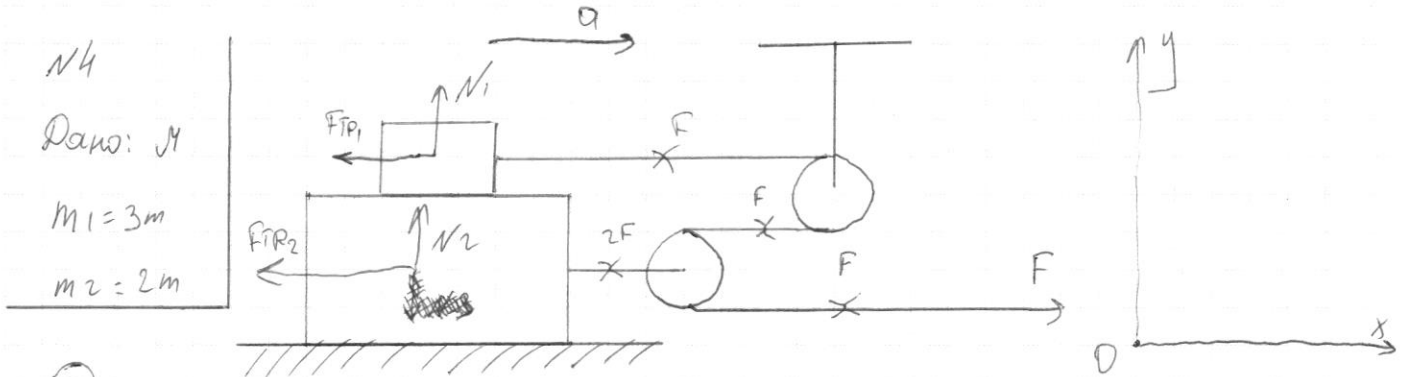
$$\begin{cases} P_1 = P_2 \\ P_1 = \rho g(H+h+x) - \frac{F_{y1}}{S} \\ P_2 = \rho g(H-2x) + \frac{mg}{S} \\ F_{y1} = 0 \end{cases} \Rightarrow \rho g(H+h+x) = \rho g(H-2x) + \frac{mg}{S} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \rho(H-h+h+3x) = \frac{m}{S} \Rightarrow \begin{cases} m = \rho(h+3x) \cdot S \\ x = \frac{\rho g h S}{K} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = \frac{\rho h S (K + \rho g S)}{K} = \rho h S \left(1 + \frac{\rho g S}{K} \right)$$

Ответ: $x = \frac{\rho g h S}{K}$; $m = \frac{\rho h S (K + \rho g S)}{K}$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



\textcircled{I} $F = F_0$
 $F_{TP1} = 0 \Rightarrow F_0 < N_1 \cdot M$. Запишем II 3-н Ньютона для
 тела массой m_1 по оси Oy : $\Rightarrow 0 = N_1 - m_1 g \Rightarrow N_1 = m_1 g \Rightarrow$
 $\Rightarrow F_0 < m_1 g M$. Запишем II 3н Ньютона для тела массой
 m_2 по оси Oy : $0 = N_2 - (m_1 + m_2)g \Rightarrow (m_1 + m_2)g = N_2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow F_{TP2} = N_2 \cdot M = (m_1 + m_2)g M$. Запишем II 3-н Ньютона
 для тела массой m_2 по оси Ox : $2F_0 - F_{TP2} = a m_2 = 1$
 $\Rightarrow 2F_0 - F_{TP2} \geq 0 \Rightarrow 2F_0 \geq (m_1 + m_2)g M \Rightarrow$
 $\Rightarrow \begin{cases} F_0 < m_1 g M \\ 2F_0 \geq (m_1 + m_2)g M \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2F_0 < 6g M m \\ 2F_0 \geq 5m g M \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_0 < 3g M m \\ F_0 \geq 2,5 m g M \end{cases} \Rightarrow$
 $\Rightarrow F_0 \in [2,5 m g M ; 3 g M m)$

\textcircled{II} ~~F - минимальная сила при которой выполняется условие, в таком случае ускорение блока массы m_1 будет минимальным $\Rightarrow F - F_{TP1} = 0 \Rightarrow F = F_{TP1} = m_1 g M$~~
 F - минимальная сила, при которой выполняется это условие, тогда оба тела будут двигаться с одинаковым ускорением. Пусть a - это то ускорение.

№ 4 - продолжение

$$\begin{cases} F_{TP2} = N_2 M + F_{TP1} = M(N_2 + N_1) = (2m_1 + m_2)gM = 8m gM. \\ F_{TP1} = N_1 M = m_1 g M = M \cdot g \cdot 3m \end{cases}$$

Запишем IIЗ-Н для обоих тел по оси OX:

$$\begin{cases} \text{Тело массой } m_1: a_{m1} = F - F_{TP1} = F - m_1 \cdot g \cdot M \\ \text{Тело массой } m_2: a_{m2} = 2F - F_{TP2} = 2F - (2m_1 + m_2)gM \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3a_m = F - 3m g M & \text{вместе с } \textcircled{I} \textcircled{II} \\ 2a_m = 2F - 8m g M & \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6a_m = 2F - 6m g M & \text{вместе с } \textcircled{I} \textcircled{II} \\ 2a_m = 2F - 8m g M & \textcircled{III} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4a_m = 2m g M \Rightarrow 2a = g M \textcircled{III} \quad \text{подставим } \textcircled{III} \text{ в } \textcircled{II} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow g M m = 2F - 8m g M \Rightarrow g m g M = 2F \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F = \frac{g m g M}{2} = 4,5 m g M$$

Ответ: $F_0 \in [2,5 m g M; 3 m g M)$, $F = 4,5 m g M$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\frac{v_0 \cdot 2v_0}{3g} - g \frac{24v_0^2}{9g^2 \cdot 2} = \frac{2v_0^2}{3g} - \frac{2v_0^2}{9g} = \frac{4v_0^2}{9g}$$

$$\frac{4v_0^2}{3g} - \frac{816v_0^2}{9g^2 \cdot 2} = \frac{(12-8)v_0^2}{9g}$$

$$Pgh - 2Pgx + mg \frac{v}{g} =$$

$$h = v_0 \cdot t - \frac{gt^2}{2}$$

$$t = \frac{4v_0}{3g}$$

$$\frac{Ph}{k} (k + Pgs) \quad Pg(h + h + h)$$

$$Pgh(1+3x) = mg \frac{v}{g}$$

$$\frac{P(h+3x)}{s} =$$

$$m = \frac{3}{h} R^3 \pi$$

$$\frac{11 \cdot 12 \cdot 12}{9 \cdot 9} = \frac{4 \cdot 4 \cdot 4}{10} = 2,4$$

$$P \left(h + \frac{Pghs}{k} \right) \cdot s = m$$

$$m = \frac{Ph(k + Pgs)}{s}$$

Заметим заметим

вспирного Телогемит:

$$F = G \cdot \frac{m \cdot M}{4R^2}$$

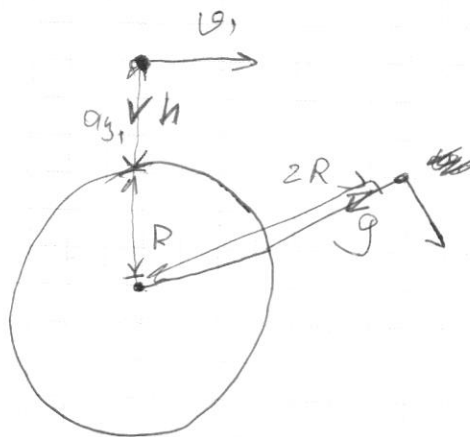
Заметим ИЗ-Н рм стигно

ра вом 2R:

$$gm = F = G \frac{m \cdot M}{4R^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow g = \frac{GM}{4R^2} = \frac{3G R \cdot \pi}{16}$$

№3



$$\frac{G \cdot 4 R^3 \pi}{3 \cdot 4 R^2} = \frac{G \pi R}{3}$$

Найти зам зам бери Тери гот аге у ~~Спринг~~ на Зас:

$$F = \frac{G m M}{R^2} = \frac{G m M}{(R+h)^2}$$

Зам II Зм гот ~~Непан~~ ам на бери R+h:

$$m a_y = F = \frac{G m M}{(R+h)^2}$$

$$M = \frac{3 \pi R^3}{4}$$

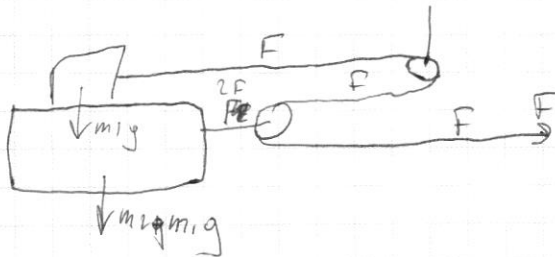
$$\begin{array}{r} 4,5 \mid 2 \\ -45 \mid 2,5 \\ \hline -40 \\ \hline 10 \end{array}$$

$$a_y = \frac{G M}{(R+h)^2}$$

$$\frac{v^2}{R+h} = a_y = 0 \quad v = \sqrt{\frac{G M (R+h)}{(R+h)^2}} = \sqrt{\frac{G M}{R+h}}$$

$$= \frac{G \pi R^3}{4 \cdot 1,5 R} = \frac{G \pi R^2}{6}$$

$$T = \frac{L}{v} = \frac{2 \pi (R+h)}{v} = \frac{2 \pi \cdot 1,5 R \cdot \sqrt{2}}{R \cdot \sqrt{G \pi}} = \frac{2 \sqrt{2} \pi \sqrt{3}}{G}$$



$$F T P_2 = N_2 M = F T P \text{ обм } m_1 g \mu < F$$

$$3 a_m = F - 3 m g / 2$$

$$5 a_m = 2 F - 5 m g$$

$$\mu g \quad (m_2 + m_1) g > 2 F$$

$$2 m g \mu < F$$

$$3 m g \mu < F$$

$$5 m g \mu = 2 F$$

$$5 m g \mu = 2 F$$

$$F \in (2,5 m g \mu ; 3 m g \mu)$$

$$3 a_m = F - 3 m g \mu / 2$$

$$5 a_m = 2 F - 5 m g \mu$$

$$6 a_m = 2 F - 6 m g \mu$$

$$a_m = 2 m g$$

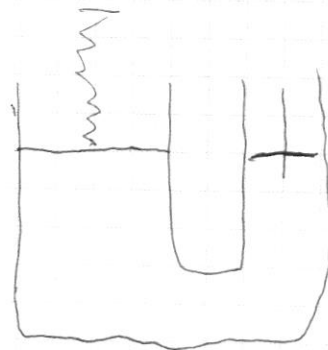
$$a = 2 g$$

$$\underline{F m g = F}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$v_0 = 12 \frac{m}{c}$
 $0,5m = 2T - 5mg$
 $0,2m \cdot 3 = T - 3mg$
 $\frac{15}{10} \frac{m}{s} = \frac{v_0}{g} = \frac{v_0}{10}$
 $\frac{v_0 \cdot v_0}{3} = g t \Rightarrow$
 $\Rightarrow t = \frac{2v_0}{3g} = \frac{2v_0}{30} = \frac{v_0}{15} = 0,8c$
 $t = \frac{v_0}{10} + \frac{v_0}{30} = \frac{4v_0}{30} = \frac{2v_0}{15} = 1,6c$
 $4m a_2 = 5m a_1$
 $h = v_0 t - \frac{g t^2}{2}$
 $h = \frac{v_0 \cdot 2v_0}{3g} - \frac{g \cdot 4v_0^2}{9g^2 \cdot 2} = \frac{2v_0^2}{3g} - \frac{2v_0^2}{9g} = \frac{4v_0^2}{9g} = \frac{4 \cdot 12^2}{9 \cdot 10} = 6,4(m)$

$\frac{F_1}{S} = \frac{2F_2}{S}$
 $\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} + \rho g h_1$



$M = \frac{4}{3} \pi R^3$

$L = \frac{2\pi R \cdot 1,5 \sqrt{\frac{3}{6\pi\rho}}}{2R} = 4,5 \sqrt{\frac{6\pi\rho}{G\rho}}$

$v = \sqrt{\frac{6 \cdot 4 \pi R^3}{3 \cdot 1,5^2 R}} = \frac{2R}{1,5} \sqrt{\frac{6\pi\rho}{3}}$

$P_A =$
 $m a = G \cdot \frac{m \cdot M}{4R^2} \Rightarrow a = \frac{6M}{4R^2}$

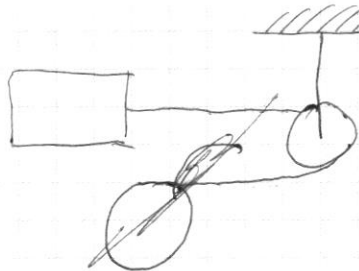
$\Rightarrow L = \frac{2\pi R}{6m}$
 $a = \frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{6M}{4R}}$

$h = 0,5R$
 G
 R
 P

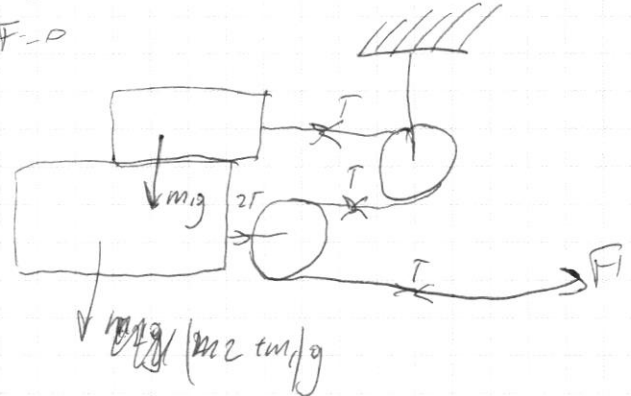
$H = 2R$

Замени закон сохранения

N4

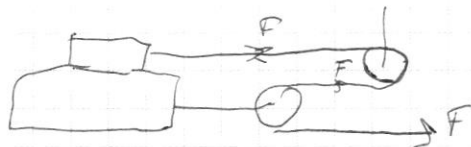


$mg \sin \alpha = 0$
 $F = 0$



$2T \geq (m_2 + m)g \sin \alpha$

$T \leq m_1 g \sin \alpha$



$\alpha = 0$

$F = 0$

$2T \geq 5mg \sin \alpha$

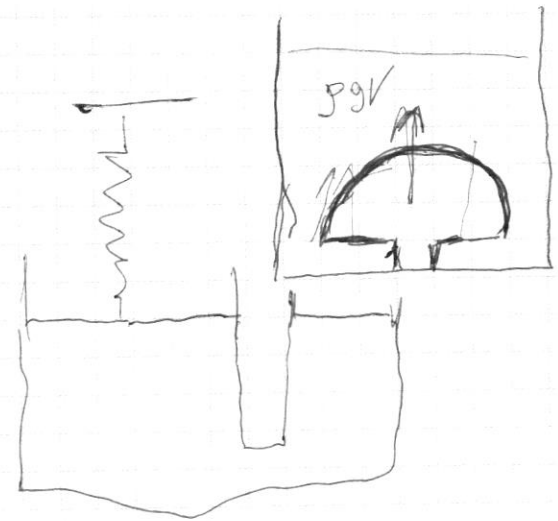
$T \leq 2mg \sin \alpha$

m_1, m_2

$S = 20 \text{ cm}^2$
 $\rho g h + P_0$
 $\rho g V \Rightarrow$

$\rho g h$

$\frac{F}{S}$



$\rho g h = \frac{F}{S} = \frac{kx}{S}$

$\Rightarrow x = \frac{\rho g h S}{k}$

$x = 0 \Rightarrow \rho g h = \frac{2mg}{S} + \frac{kx}{S} \Rightarrow \frac{\rho g h S}{2g} = m$