

$$gt = \frac{4}{3} v_0 \Rightarrow t = \frac{4v_0}{3g} - \frac{v_0}{3} = v_0 - gt$$

$$gt = \frac{2}{3} v_0 \quad t = \frac{2v_0}{3g}$$

# Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

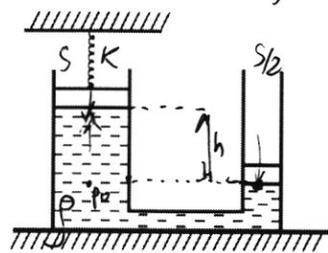
Вариант 09-01

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью  $v_0 = 12$  м/с.
- Через какое время  $t$  после старта скорость камня будет равна по величине  $v_0/3$ ?
  - На какой высоте  $h$ , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине  $v_0/3$ ?
- Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности  $\rho$ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости  $k$  с верхней опорой. Разность уровней жидкости в сосудах равна  $h$ . Площадь сечения левого поршня  $S$ , правого  $S/2$ . Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения  $g$ .



- Найдите деформацию  $x$  пружины.
- Найдите массу  $m$  груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.

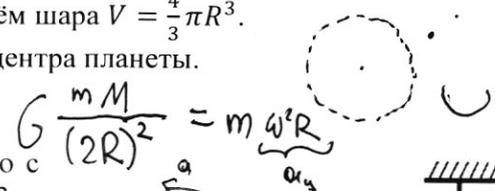
$$\rho_0 \frac{S}{2} + mg = \rho \frac{S}{2}$$

$$\rho = \frac{1}{2} \rho_0 + \frac{mg}{S}$$

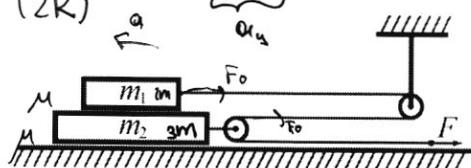
$$\frac{mg}{S} = \frac{1}{2} \rho_0 + \frac{mg}{S} - \rho g h \quad (\frac{1}{2} \rho_0 + \frac{mg}{S} - \rho g h) S = \rho_0 S \quad \frac{1}{2} \rho_0 + \frac{mg}{S} - \rho g h = \rho_0$$

3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты  $h = 0,5R$ , здесь  $R$  – радиус планеты. Плотность планеты  $\rho$ . Гравитационная постоянная  $G$ . Объём шара  $V = \frac{4}{3} \pi R^3$ .

- Найдите ускорение  $g$  свободного падения на расстоянии  $2R$  от центра планеты.
- Найдите период  $T$  обращения спутника.

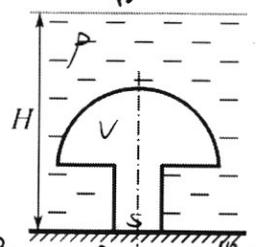


4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков  $m_1 = 2m$ ,  $m_2 = 3m$ . Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен  $\mu$ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



- Найдите величину  $F_0$  горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.
- Найдите величину  $F$  минимальной силы, при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

5. Ко дну бассейна глубиной  $H=2,5$  м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции  $V = 8$  дм<sup>3</sup>, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей  $S = 20$  см<sup>2</sup>. Плотность воды  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>, атмосферное давление  $P_0 = 100$  кПа.



- Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.
- Найдите давление  $P_1$  вблизи дна.
  - Найдите величину  $F$  силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.

$$4 \cdot \frac{3}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$(p - \rho g h) S = kx$$

$$x = \frac{(p - \rho g h) S}{k}$$

$$\rho_0 (p_0 - \rho g h) S = kx + \rho_0 S$$

$$p - \rho g h = \frac{kx + \rho_0 S}{S}$$

$$x = \frac{\rho g h S}{k}$$

$$\frac{1}{3} G \rho = \frac{6 \pi}{r^2}$$

$$\frac{4}{3} \pi R^3 \rho = \frac{6 \pi}{r^2}$$

$$\frac{4}{3} \pi R^3 \rho = \frac{6 \pi}{r^2}$$

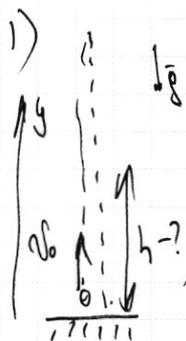
$$\frac{4}{3} R^3 \rho = \frac{6}{r^2}$$

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{12}{9} = \frac{12 - 8}{9} = \frac{4}{9}$$

$$F_{\text{св}} - (F_{\text{сп}} - \Delta F) = F_{\text{сп}} - F_{\text{сп}} + \Delta F = \Delta F - F_a$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№ 1



Заметим, что таких значений  $t$  "двух"  
два:  $t$  - ~~тогда~~  $|\bar{v}| = |\frac{v_0}{3}|$  при этом  $\bar{v}$  направлено  
вверх; и  $t$  ~~тогда~~  $|\bar{v}| = |\frac{v_0}{3}|$  при этом  
 $\bar{v}$  направлено вниз. Рассмотрим  
оба случая.

I с.

По законам кинематики:  ~~$t = \frac{v_0}{g}$~~

$$v = v_0 - g t$$

Но в нашем случае  
проекция  $\bar{v}$  на ось  $y$  будет  $< 0$

Научим:

$$\frac{v_0}{3} = v_0 - g t \Rightarrow g t = v_0 - \frac{v_0}{3} = \frac{2}{3} v_0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{2v_0}{3g}$$

II с.

По законам кинематики

$$\bar{v} = v_0 + a t$$

$$-\frac{v_0}{3} = v_0 - g t \Rightarrow g t = v_0 + \frac{v_0}{3} = \frac{4}{3} v_0 \Rightarrow t = \frac{4v_0}{3g}$$

т.к. мы рассматриваем II случай,  
где  $\bar{v}$  направлено вниз

2) ~~По законам кинематики,  $\bar{v}$  направлено~~  
~~отсюда,  $\bar{v}$  направлено~~ вверх и для I и для II случая  
высота "h" будет одинаковой.

№1 (продолжение)

Запишем ур-я на координаты для момента времени  $t$ :

$$h = y = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

I сл.:  $h = v_0 \cdot \frac{2v_0}{3g} - \frac{g}{2} \cdot \frac{4v_0^2}{9g^2} \Rightarrow h = \frac{2v_0^2}{3g} - \frac{2v_0^2}{9g} = \frac{4v_0^2}{9g}$

II сл.:  $h = v_0 \cdot \frac{4v_0}{3g} - \frac{g}{2} \cdot \frac{16v_0^2}{9g^2} \Rightarrow h = \frac{4v_0^2}{3g} - \frac{8v_0^2}{9g} = \frac{4v_0^2}{9g}$

т.е.  $h = \frac{4v_0^2}{9g}$

Ответ: 1) I сл.:  $t = \frac{2v_0}{3g}$

II сл.:  $t = \frac{4v_0}{3g}$

2)  $h = \frac{4v_0^2}{9g}$

№3.

1) По ~~формуле~~ Закону Всемирного Тяготения:

$$F_{\text{тяж}} = G \cdot \frac{mM}{r^2}; \text{ т.е. } g = G \frac{M}{r^2} \text{ где } M - \text{масса планеты; } r - \text{расстояние от центра до ц.м. планеты.}$$

$m$  - масса любого-то рассматриваемого тела

тогда, получаем:

$$g = G \frac{M}{(2R)^2} = G \frac{\rho \cdot V}{(2R)^2} = G \frac{\rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3}{4R^2} = \frac{1}{3} G \rho \pi R$$

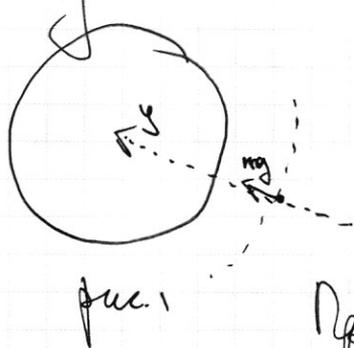
$g = \frac{1}{3} G \rho \pi R$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3 (продолжение)

2) Запишем II з.Н. для ~~спутника~~ спутника;  
пусть его масса  $m$ , тогда:

$m\varrho = m a_y$  (в проекции на ось  $y$ ; см. рис.1)



$$\varrho = a_y$$

$$\frac{1}{3} G \rho \pi R = \omega^2 (R+h)$$

указан радиус орбиты  
скорость вращения  
спутника

При этом:  $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2}$  получаем:

$$\frac{1}{3} G \rho \pi R = \frac{4\pi^2}{T^2} \left( R + \frac{1}{2} R \right) = \frac{4\pi^2}{T^2} R \left( 1 + \frac{1}{2} \right) = \frac{4\pi^2}{T^2} R \cdot \frac{3}{2}$$

$h = 0,5R$

$$\frac{1}{3} G \rho \pi R = 6\pi^2 \frac{R}{T^2}$$

$$\frac{1}{3} G \rho \pi = \frac{6\pi^2}{T^2} \Rightarrow T^2 = \frac{6\pi^2}{\frac{1}{3} G \rho \pi} = \frac{6\pi}{\frac{1}{3} G \rho} = \frac{18\pi}{G \rho}$$

$$T = \sqrt{\frac{18\pi}{G \rho}}$$

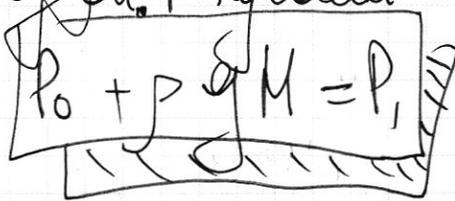
Ответ: 1)  $\varrho = \frac{1}{3} G \rho \pi R$   
2)  $T = \sqrt{\frac{18\pi}{G \rho}}$

№5

1) Давление  $P$ , вышущи для шаровидается из атмосферного равнения и равнения, воздушной воры. Равнаа:

$$P_1 = P_0 + P_v = P_0 + \rho g M = P_1$$

равнение воры



$$P_1 = 100 \cdot 10^3 \text{ Па} + 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 2,5 \text{ м} = 100\,000 \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}^2} + 25\,000 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{м} \cdot \text{с}^2} = 125\,000 \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}^2} = 125 \text{ (кПа)}$$

2) По определению (пусть  $F_{\text{рей}}$  вух вверх, иначе - поцкии  $F < 0$ , но по модулю  $F_{\text{рей}}$  как и  $F_{\text{рей}}$ ):

$$F_{\text{Арх}} = F_{\text{рсн}} - F_{\text{рсв}} = \rho g V$$

сила равнения воры снизу      сила равнения воры сверху

$\rho g V = F_{\text{рсн}} - F_{\text{рсв}}$   
 При этом, после приклеивания сила равнения воры сверху никак не изменяется (воры как воры, сверху, так и равна).

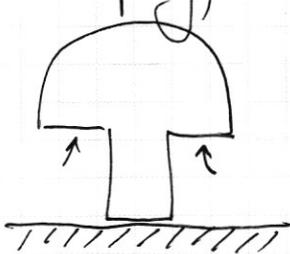


рис. 1.

Давление воры снизу на штыку (см. рис. 1) тоже не меняется, т.к. пор штыкой воры нет.

Т.е. равнение от воры меняется только в нашей штыковой части, где есть штык т.е. нет портемошия,  $\Rightarrow$  сила равнения воры, которая дей ствована на штычок "S" просто передает дей ствовать поше штыку штыковой штык. Воры, новая сила равнения штык равна:

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№5 (продолжение):

~~$$F = F_{\text{сш}} - \Delta F - F_{\text{св}} = F_a - \Delta F = \rho g V - \Delta F$$~~

равнение  
состояния  
воды на участке с  
было перекачане  
если бы  
было перекачане

При этом:

$$\Delta F = P_1 \cdot S$$

тогда:

$$F = \rho g V - P_1 S \quad \boxed{F = \rho g V - (p_0 + \rho g M) S}$$

вычисляем:

$$F = \rho g V - P_1 S = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \frac{8}{10^3} \text{м}^3 - 125000 \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}^2} \cdot \frac{20}{100^2} \text{м}^2 =$$

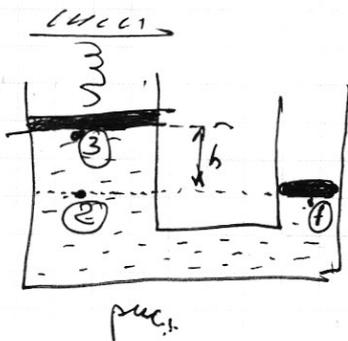
$$= 80 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} - \frac{125 \cdot 2 \cdot 10^3 \cdot 10}{10^4} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} = 80 - 250 = -170 (\text{Н})$$

Т.е.  $\vec{F}$  действует вниз (а не вверх), при этом  $|\vec{F}| = 170 (\text{Н})$

Ответ: 1)  $P_1 = 125 (\text{кПа})$

2)  $\vec{F}$  действует вниз;  $|\vec{F}| = 170 (\text{Н})$

№2



1) Т.к. сосуд соединяющийся,  
а масса поршня 0,  
получим:

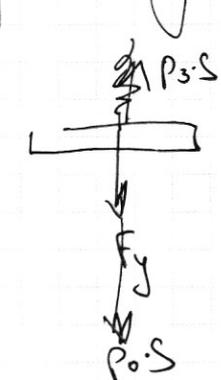
$$P_1 = P_2 \quad \Rightarrow \quad P_2 = P_0$$

атмосферное  
давление

~~$$P_3 + \rho g h = P_2 \Rightarrow P_3 = P_2 - \rho g h = P_0 - \rho g h$$~~

№2 (продолжение):  
 (иначе, получим пр-е)

Пусть пружина стала. Тогда, рассмотрим по ПЗ.Н. силы действующие на поршень:

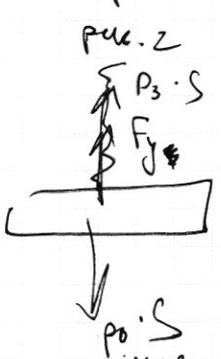


$$P_3 \cdot S = F_y + P_0 \cdot S$$

$$(P_0 - \rho g h) \cdot S = kx + P_0 \cdot S$$

$$P_0 \cdot S - \rho g h \cdot S = kx + P_0 \cdot S \Rightarrow -\rho g h \cdot S = kx; \text{ пр-е, } \Rightarrow$$

$\Rightarrow$  пружина растянута



Тогда:

$$F_y + P_3 \cdot S = P_0 \cdot S$$

$$kx + (P_0 - \rho g h) \cdot S = P_0 \cdot S$$

$$kx + P_0 \cdot S - \rho g h \cdot S = P_0 \cdot S$$

$$kx = \rho g h \cdot S \Rightarrow x = \frac{\rho g h \cdot S}{k}$$

$$x = \frac{\rho g h \cdot S}{k}$$

2) ~~...~~  
 мол,  $\Rightarrow$  на равновесии воды. Тогда:

Если пружина стала, то на поршень действует только сила атмосферного давления, а сила равновесия

$$P_0 \cdot S = P'_3 \cdot S$$

$\Rightarrow P'_3 = P_0$ , тогда:



равновесие в точке 2

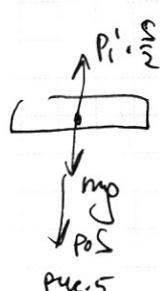
$$P'_3 + \rho g h = P'_2$$

равновесие в точке 1

т.к. сосуды сообщаются, то:

$$P'_2 = P'_1 \Rightarrow P'_1 = P_0 + \rho g h$$

Затем ПЗ.Н. для правого поршня:



$$P'_1 \cdot \frac{S}{2} = mg + P_0 \cdot \frac{S}{2}$$

$$(P_0 + \rho g h) \cdot \frac{S}{2} = mg + P_0 \cdot \frac{S}{2}$$

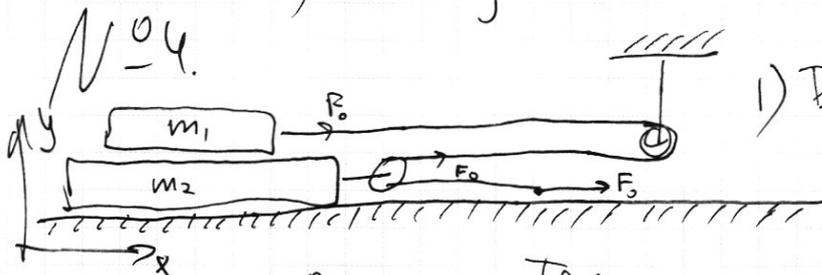
$$P_0 \cdot \frac{S}{2} + \rho g h \cdot \frac{S}{2} = mg + P_0 \cdot \frac{S}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \rho g h \cdot S = m; m = \frac{1}{2} \rho g h \cdot S$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№2 (продолжение):

Ответ: 1)  $x = \frac{\rho \rho h S}{k}$

2)  $m = \frac{1}{2} \rho h S$



1) ~~Тогда~~ сила  $F$  одинакова по всей длине нити (т.к. нить нерастяжима).

рис. 1. Тогда, на брусок  $m_2$  действуют только  $F_{тр}$  снизу, вес бруска  $m_1$ , сила реакции, и 2 силы  $F_0$  справа. Тогда запишем  $\sum F_x$  на брусок  $m_2$ :

Оу:  $\underbrace{P_1 + m_2 g}_{\text{вес бруска}} = N$  (при этом по  $\sum F_x$  для  $m_1$ :  $m_1 g = N$ ;  $N_1 = P_1 = m_1 g$ )

$m_1 g + m_2 g = N$

Ох:  $2F_0 - F_{тр} = m_2 a$

$2F_0 - \mu N = m_2 a \Rightarrow 2F_0 - \mu(m_1 g + m_2 g) = m_2 a$

$m_1 = 2m$ ;  $m_2 = 3m$ , тогда:

$2F_0 - \mu(2mg + 3mg) = 3ma$

$2F_0 - 5\mu mg = 3ma$

Перейдем в ИСЦО груза  $m_2$ . Тогда, на груз  $m_1$  вправо действует только  $F_0$ , а влево, сила реакции, равная (по модулю)  $m_1 a$  (сила трения нет).

Получаем:

№4 (продолжение):

$$F_0 = m_1 a ; F_0 = 2ma$$

Получаем систему ур-й:

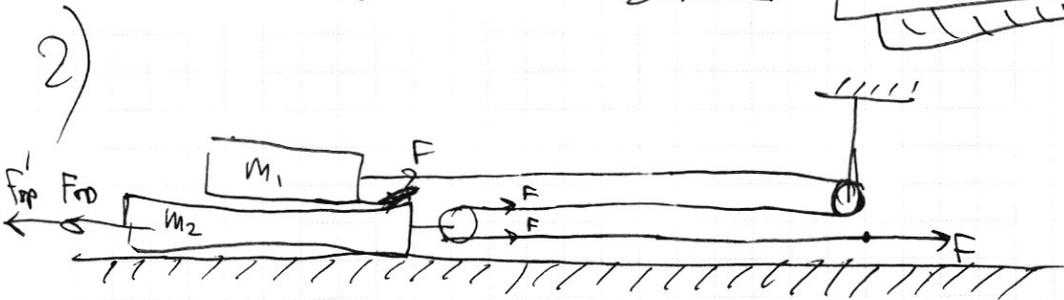
$$\begin{cases} F_0 = 2ma \\ 2F_0 - 5\mu mg = 3ma \end{cases}$$

$$a = \frac{F_0}{2m} ; \text{Тогда:}$$

$$2F_0 - 5\mu mg = 3m \cdot \frac{F_0}{2m}$$

$$2F_0 - 5\mu mg = \frac{3}{2}F_0 \Rightarrow 2F_0 - 1,5F_0 = 5\mu mg$$

$$\frac{1}{2}F_0 = 5\mu mg \Rightarrow \boxed{F_0 = 10\mu mg} \quad \boxed{F_0 = 10\mu mg}$$



т.е.  $m_1$  движется влево т.к. на  $m_1$  сила трения  $F_{тр}$  действует влево  $\Rightarrow$  эта же сила  $F_{тр}$  действует на  $m_2$  влево (по III з.Н.). Получаем

$$2F - F_{тр} - F'_{тр} = m_2 a$$

$$2F - 5\mu mg - \mu N' = 3ma$$

ок-по предыдущ. пункту  $(N' = m_1 g = 2mg)$

$$2F - 5\mu mg - 2\mu mg = 3ma$$

$$2F - 7\mu mg = 3ma$$

В НУЛО  $m_2$  при  $m_1$ , по 3. М:



Уг:  $m_2 g = N'$   
 ОХ:  $m_1 a - F - F_{тр} = m_1 a_{отн}$

$a_{отн}$   
 ↑ от масс. ускорение  
 груза  $m_2$

$2m_1 a - F - \mu N' = 2m_1 a_{отн}$   
 $2m_1 a - F - 2\mu m_2 = 2m_1 a_{отн}$

$F$  минимально  $\Rightarrow 2F - 2\mu m_2$  мин-но (т.к. все, кроме  $F$  фиксированно)  $\Rightarrow$  значит мин-но  $\Rightarrow a$  максимальна.

~~Значит, что минимальное значение  $a_{отн}$  равно 0.~~  
 ~~$0 \Rightarrow 0$  тогда  $2F - 2\mu m_2 = 0 \Rightarrow 2F = 2\mu m_2 \Rightarrow F = \mu m_2$~~

$2m_1 a - F - 2\mu m_2 = 2m_1 a_{отн}$

$2m_1 a = 2m_1 a_{отн} + F + 2\mu m_2$

0 - минимально,  $F$  мин-но,  $\Rightarrow 2m_1 a_{отн}$  мин-но,  $\Rightarrow$

$\Rightarrow a_{отн}$  мин-но.

Максимальное отн-ое ускорение - т.е.  $a_{отн} = 0$ . Тогда:

$2m_1 a - F - 2\mu m_2 = 0$

$2m_1 a = F + 2\mu m_2 \Rightarrow a = \frac{F + 2\mu m_2}{2m_1}$

Представим:

~~$2F - 2\mu m_2 = 3m_1 \cdot \frac{F + 2\mu m_2}{2m_1} \cdot 1.2$~~

$4F - 14 \mu m_2 = 3F + 6 \mu m_2$

$F = 6 \mu m_2 + 14 \mu m_2 = 20 \mu m_2$

$F = 20 \mu m_2$

Ответ: 1)  $F_0 = 10 \mu m_2$   
 2)  $F = 20 \mu m_2$

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

**Diagram 1: Piston in fluid**  
 A piston of area  $S$  and height  $h$  is submerged in a fluid of density  $\rho_0$ . The fluid above the piston has density  $\rho$ . The piston is displaced by a distance  $x$  from its equilibrium position. Forces shown:  $\rho_0 g h S$  (up),  $\rho g h S$  (down),  $\rho_0 g x S$  (up),  $\rho g x S$  (down), and spring force  $kx$  (up).

**Diagram 2: Pulley system**  
 A block of mass  $m$  is connected to a pulley system. The pulley is supported by a fixed point and a spring. The block is displaced by a distance  $3m$  from its equilibrium position. Forces shown:  $F_{\text{спр}}$  (up),  $F$  (right),  $F$  (left), and  $F$  (right).

**Equations and derivations:**

$$(\rho_0 - \rho g h) S + kx = \rho_0 S$$

$$\rho_0 S - \rho g h S + kx = \rho_0 S$$

$$kx = \rho g h S \Rightarrow x = \frac{\rho g h S}{k}$$

$$\rho S = \rho_0 S$$

$$\rho = \rho_0$$

$$\rho_0 + \rho g h = \rho_0 + \frac{m g}{S} \Rightarrow \rho h = \frac{m}{S} \Rightarrow m = \rho h S$$

$$2F - F_{\text{спр}} = 3m a$$

$$2kx - kx = 3m a$$

$$kx = 3m a$$

$$k \frac{\rho g h S}{k} = 3m a$$

$$\rho g h S = 3m a$$

$$m = \rho h S$$

$$\rho g h S = 3 \rho h S a$$

$$g = 3a$$

$$a = \frac{g}{3}$$

**Final calculations:**

$$2F_0 - 5 \mu m g = 3 m a$$

$$2F_0 - 5 \mu m g = 3 m \cdot \frac{g}{3}$$

$$2F_0 - 5 \mu m g = m g$$

$$3 m g = 5 \mu m g$$

$$3 a = 5 \mu g$$

$$a = \frac{5 \mu g}{3}$$

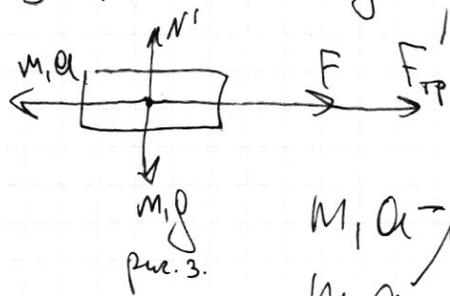
**Boxed answers:**

$$a = \frac{2F_0 - 5 \mu m g}{m}$$

$$F_0 = \frac{10 \mu m g}{3}$$

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

В НЕИСО  $m_2$  для  $m_1$  по II з.М.:



ОУ:  $m_1 g = N'$   
 ОХ:  $m_1 a - F - F_{тр} = m_1 a'$

$m_1 a - \mu N' = m_1 a' + F$   
 $m_1 a - 2\mu m_1 g = m_1 a' + F$

ускорение в  
направление с.о.

~~2ma~~ ~~2\mu m\_1 g~~  $2ma - 2\mu m_1 g = 2m a' + F$

Получаем:

$\begin{cases} 2ma - 2\mu m_1 g = 2m a' + F \\ 2F - 7\mu m_1 g = 3ma \end{cases}$

$2F = 3ma + 7\mu m_1 g$  ~~...~~  $F$  - минимумы  $\Rightarrow$   
 $3ma$  - минимумы (т.е. остальные орисированно)  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow a$  - минимумы

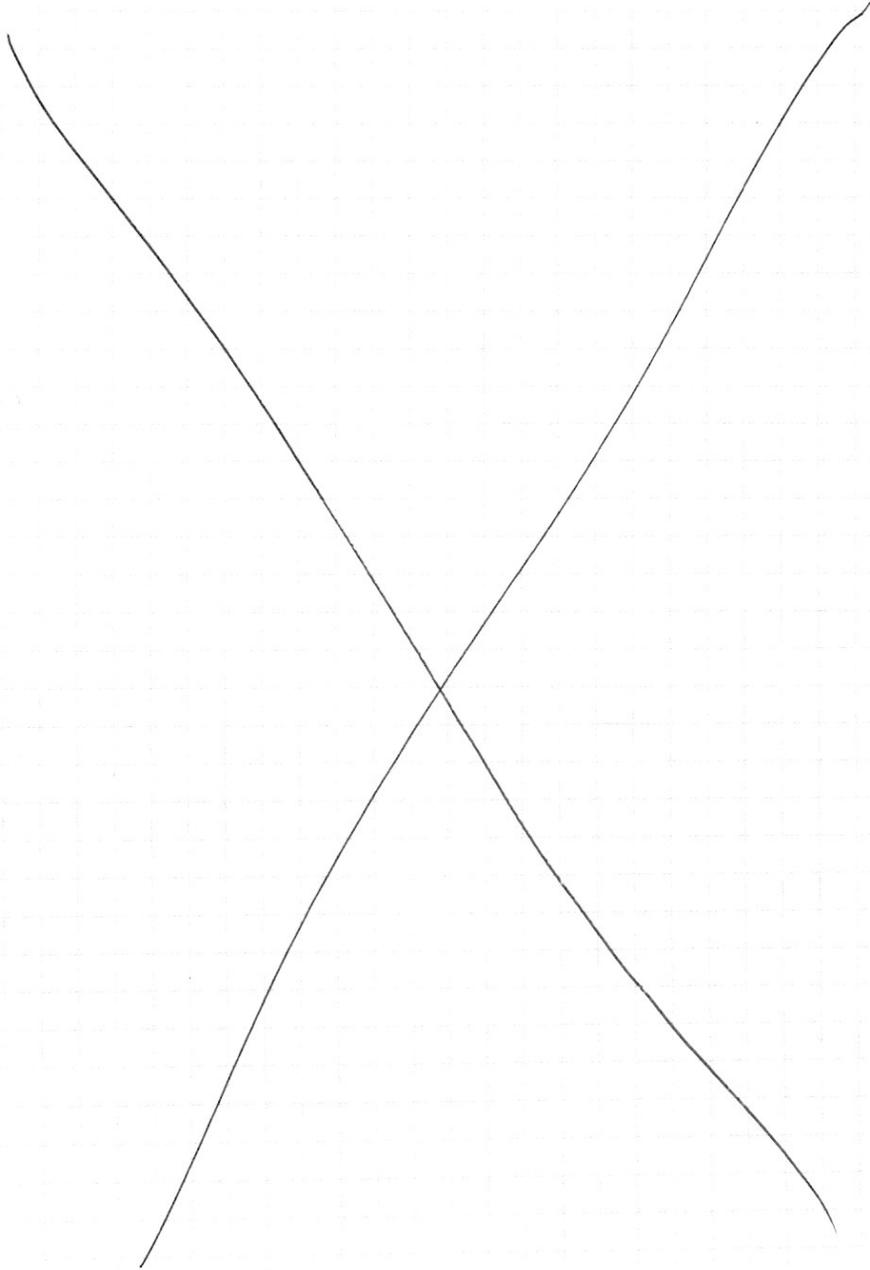
$2ma - 2\mu m_1 g = 2m a' + F$   
 $a$  - минимумы  $\Rightarrow 2ma' + F$  - минимумы;  
 $F$  - минимумы т.е. и  $a'$  - минимумы.

тогда  $a' = 0$  (min значение  $a'$ ). Получаем:

$2ma - 2\mu m_1 g = F \Rightarrow 2ma = F + 2\mu m_1 g \Rightarrow a = \frac{F + 2\mu m_1 g}{2m}$

$2F - 7\mu m_1 g = 3ma \Rightarrow 2F - 7\mu m_1 g = 3m \cdot \frac{F + 2\mu m_1 g}{2m} \cdot 1.2$

$4F - 14\mu m_1 g = 3F + 6\mu m_1 g \Rightarrow 4F - 3F = F = 6\mu m_1 g + 14\mu m_1 g$   
 $F = 20\mu m_1 g$   
 Ответ: 1)  $F_0 = 10\mu m_1 g$   
 2)  $F = 20\mu m_1 g$



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)