

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

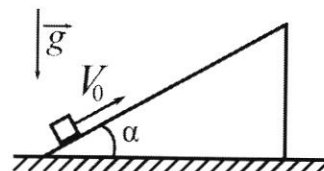
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разбивается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого

равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

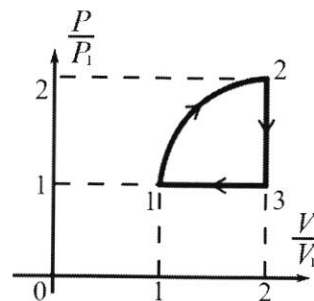
4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R .



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1

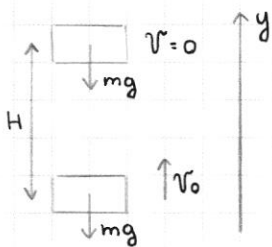
П.к. после взрыва осколки летят во всевозможных направлениях, и модули их скоростей равны, то можно считать их суммарный импульс сразу же после взрыва равным нулю.

Запишем ЗСИ для системы до и после взрыва (его можно писать, т.к. $t_{\text{взрыва}} \approx 0$):

$$m\vec{v} = 0, \text{ где } v - \text{ скорость фреерверка перед взрывом.}$$

$$\vec{v} = 0$$

$$v = 0$$



Запишем 2ЗН для фреерверка вдоль оси y:

$$ma = mg$$

$a = g$, где a - ускорение фреерверка вдоль оси y.

Запишем уравнение зависимости координаты фреерверка от времени, приняв его начальное положение за ноль:

$$y(t) = v_0 t - \frac{g t^2}{2}$$

В момент $t_{\text{взрыва}}$ скорость шайбы v равна 0, с другой стороны она также равна $v = v_0 - t_{\text{взрыва}} g \Rightarrow t_{\text{взрыва}} = \frac{v_0}{g}$

Высота на момент взрыва равна H , т.е.:

$$y(t_{\text{взрыва}}) = v_0 \cdot \frac{v_0}{g} - \frac{g}{2} \cdot \left(\frac{v_0}{g}\right)^2 = H$$

$$\frac{v_0^2}{2g} = H$$

$$v_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 65} = \sqrt{1300} = 10\sqrt{13} \approx 10 \cdot 3,6 \approx 36 \text{ м/с}$$

~~Запишем ЗСИ для системы в начальном моменте и сразу после взрыва:~~

~~...~~

2) Заметим, что первым на землю упадет осколок, скорость которого после взрыва будет направлена вертикально вниз, (пусть его время падения равно τ_1), а последний осколок, скорость которого будет направлена вертикально вверх, (пусть его время падения равно τ_2). По условию: $\tau_2 - \tau_1 = \tau$.

Пусть скорость осколков равна v' . Тогда:

$$-H = -v' \tau_1 - \frac{g \tau_1^2}{2} \Rightarrow \tau_1 = \frac{-v' + \sqrt{v'^2 + 2gH}}{g} \leftarrow \text{(второй корень не подходит)}$$

$$-H = v' \tau_2 - \frac{g \tau_2^2}{2} \Rightarrow \tau_2 = \frac{v' + \sqrt{v'^2 + 2gH}}{g} \leftarrow \text{т.к. } \tau_1 > 0 \text{ и } \tau_2 > 0$$

$$\text{Следовательно: } \tau_2 - \tau_1 = \frac{2v'}{g} = \tau \Rightarrow v' = \frac{g\tau}{2}$$

Найдем суммарную кинетическую энергию осколков:

$$K = \sum \frac{m_i v_i'^2}{2} = \frac{(\sum m_i) v'^2}{2} = \frac{m (g\tau)^2}{8} = \frac{2 \cdot 10^2 \cdot 10^2}{8} = 2500 \text{ Дж}$$

Ответ: 1) $v_0 = 36 \text{ м/с}$; 2) $K = 2500 \text{ Дж}$

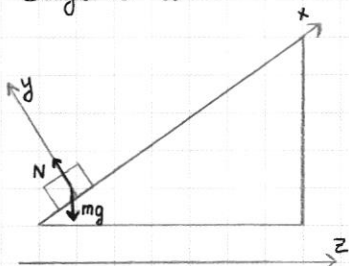


черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 2



1) Введем оси x , y и z (см. рис.)

Расставим силы, действующие на шайбу и запишем для неё 2ЗН на ось:

$$x: ma_x = -mg \sin \alpha, \text{ где } m - \text{масса шайбы}$$

$$y: N = mg \cos \alpha$$

(т.к. вдоль оси y шайба покоится)

a_x - её ускорение вдоль оси x

N - сила реакции опоры на шайбу со стороны клина

Из этого следует, что движение шайбы можно рассматривать как равноускоренное движение вдоль оси x с ускорением $a_x = -g \sin \alpha$. Запишем уравнение зависимости координаты шайбы от времени (примем её начальное положение за ноль):

$$x(t) = v_0 t - \frac{g \sin \alpha t^2}{2}$$

В момент, когда шайба достигнет максимальной высоты, её скорость будет равна 0 \Rightarrow

$$t' = \frac{v_0}{g \sin \alpha}, \text{ где } t' - \text{момент времени, когда шайба достигла макс. высоты}$$

Найдём её координату l в этот момент:

$$l = x(t') = v_0 \cdot \frac{v_0}{g \sin \alpha} - \frac{g \sin \alpha}{2} \cdot \frac{v_0^2}{g^2 \sin^2 \alpha} = \frac{v_0^2}{2g \sin \alpha}$$

Т.к. l - гипотенуза, а H - катет прямоугольного треугольника с углом α , то:

$$H = l \sin \alpha = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{4}{20} = 0,2 \text{ м}$$

2) Заметим, что скорость клина v имеет проекцию ~~v_z~~ на ось z равную по модулю самой скорости клина, т.к. он совершает только движение в горизонтальной плоскости.

В момент, когда шайба снова вернется в точку старта, её скорость будет равна по модулю и противоположна по направлению начальной скорости. Следовательно, проекция её скорости на ось z в этот момент будет равна $v_z' = -v_0 \cos \alpha$, а проекция в начальный момент была равна $v_z = v_0 \cos \alpha$.

Запишем ЗСИ для системы из шайбы и клина на ось z

(т.к. внешние силы не имеют проекции на эту ось):

$$m v_0 z = m v_z' + m v_z$$

$$v_0 \cos \alpha = -v_0 \cos \alpha + v_z$$

$$v_z = 2 v_0 \cos \alpha$$

$$v = v_z = 2 v_0 \cos \alpha = 2 \cdot 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \approx 2 \cdot 1,7 = 3,4 \text{ м/с}$$

Ответ: 1) $H = 0,2 \text{ м}$; 2) $v = 3,4 \text{ м/с}$

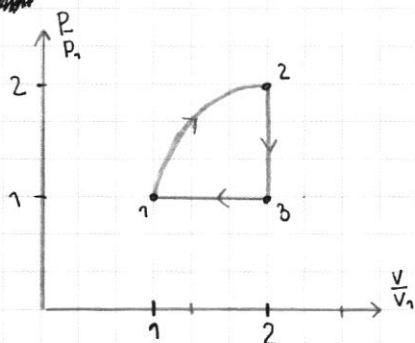


черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 4



~~Исходя из графика:~~

1) Исходя из графика: $P_2 = 2P_1$, $P_3 = P_1$, $V_2 = 2V_1$, $V_3 = 2V_1$, где P_i и V_i - давление и объем газа в i -ой точке.

Запишем 1НТ для процесса 1-2 (процесс расширения):

$$\begin{aligned} Q &= A_{12} + \Delta U_{12} = \\ &= (P_1 V_1 + \frac{1}{4} \pi P_1 V_1) + \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \\ &= \frac{4+\pi}{4} P_1 V_1 + \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \frac{4+\pi}{4} P_1 V_1 + \frac{3}{2} \nu R (\frac{P_2 V_2}{\nu R} - \frac{P_1 V_1}{\nu R}) = \\ &= \frac{4+\pi}{4} P_1 V_1 + \frac{3}{2} (4P_1 V_1 - P_1 V_1) = \frac{22+\pi}{4} P_1 V_1 = \\ &= \frac{22+\pi}{4} \nu R T_1 \approx 62,85 R T_1 \end{aligned}$$

2) Найдем всю работу газа за цикл (как площадь внутри графика цикла):

$$A = \frac{1}{4} \pi P_1 V_1 = \frac{\pi}{4} \nu R T_1 \approx 0,785 R T_1$$

3) Найдем КПД цикла:

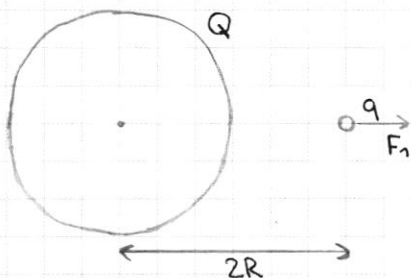
$$\eta = \frac{A}{Q_H} = \frac{A}{Q} = \frac{0,785 R T_1}{62,85 R T_1} \approx 0,012$$

т.к. газу сообщают тепло только в процессе 1-2, то $Q_H = Q$

Ответ: 1) $Q = 62,85 R T_1$, 2) $A = 0,785 R T_1$; 3) $\eta = 0,012$

Задача 5

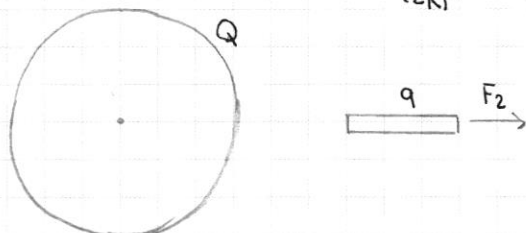
1)



Т.к. сфера однородно заряжена, а шарик небольшой по размерам, то мы можем рассматривать их взаимодействие, как взаимодействие двух точечных зарядов Q и q , находящихся на расстоянии $2R$ друг от друга. Тогда они отталкиваются (т.к. они оба положительные) с силой:

$$F_1 = \frac{kQq}{(2R)^2} = \frac{kQq}{4R^2}$$

2)



Т.к. заряд на стержне в среднем удален от центра сферы на $\frac{5}{2} R$, то мы можем их взаимодействие, как взаимодействие двух точечных зарядов Q и q на расстоянии $\frac{5}{2} R$.

Тогда они отталкиваются с силой:

$$F_2 = \frac{kQq}{(\frac{5}{2} R)^2} = \frac{4kQq}{25R^2}$$

Ответ: 1) $F_1 = \frac{kQq}{4R^2}$; 2) $F_2 = \frac{4kQq}{25R^2}$

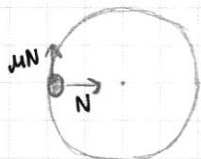


черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

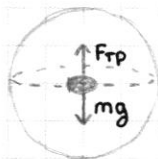
Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 3



Вид ~~справа~~ сверху



Вид сбоку

1) Рассмотрим силы, действующие на машинку:

- Сила нормальной реакции опоры N придает машинке центростремительное ускорение: $ma_{цс} = N \Rightarrow$
 $\Rightarrow N = \frac{mv_0^2}{R}$

- Сила трения скольжения равна $\mu N =$
 $= \mu \frac{mv_0^2}{R}$

- Сила трения покоя равна силе тяжести mg .

Таким образом, полная сила реакции опоры равна:

$$N_{\text{полн}} = \sqrt{(\mu N)^2 + N^2 + (mg)^2} = \sqrt{(\mu^2 + 1) \frac{m^2 v_0^4}{R^2} + m^2 g^2} = m \sqrt{(\mu^2 + 1) \frac{v_0^4}{R^2} + g^2} =$$

$$= 0,4 \cdot \sqrt{(0,9^2 + 1) \cdot \frac{3,2^4}{1,2^2} + 10^2} \approx 0,4 \cdot 18 = 7,2 \text{ Н}$$

По третьему закону Ньютона $P = N_{\text{полн}} = 7,2 \text{ Н}$

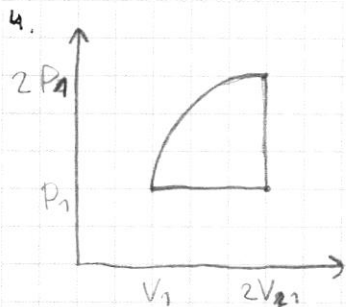
Ответ: 1) $P = 7,2 \text{ Н}$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$p_1 V_1 = \nu R T_1 \quad p_2 - p_1 = \nu_2 - \nu_1$$

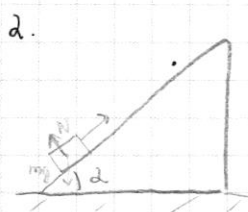
$$1 - 2 \cdot (p - p_1) + (V - V_1)^2 = (p_2 - p_1)^2 = (\nu_2 - \nu_1)^2$$

$$Q = A + \Delta U = p_1 V_1 + \dots = \frac{3}{2} \nu R \Delta T = \frac{3}{2} p_1 V_1$$

$$T_1 = \frac{p_1 V_1}{\nu R} \quad T_2 = \frac{p_2 V_2}{\nu R}$$

$$\frac{3,14}{4} \quad \frac{-25,14}{29} \quad \frac{4}{118}$$

$$= \frac{31}{2} p_1 V_1 + \frac{3}{4} \pi p_1 V_1 = \left(\frac{31}{2} + \frac{3\pi}{4} \right) R T_1 = \frac{22 + \pi}{4} R T_1 \approx \frac{32}{20}$$



$$mg \cos \alpha = N$$

$$ma = mg \sin \alpha \quad a = g \sin \alpha$$

$$v(t) = g \sin \alpha \cdot t - v_0 = 0 \quad t = \frac{v_0}{g \sin \alpha}$$

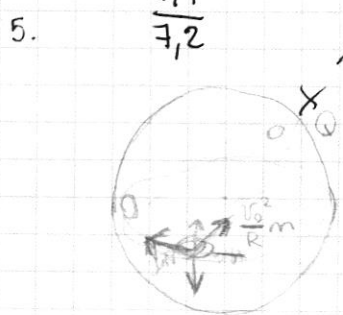
$$L = v_0 t - \frac{g \sin \alpha}{2} t^2 = \frac{v_0^2}{g \sin \alpha} (v_0 - \frac{v_0}{2}) = \frac{v_0^2}{2g \sin \alpha}$$

$$H = L \sin \alpha \quad 0 = v_0 t - \frac{g \sin \alpha}{2} t^2 \Rightarrow t_n = \frac{2v_0}{g \sin \alpha}$$

$$\frac{250 \cos \alpha}{g}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 23,7 \\ \times 3,7 \\ \hline 259 \\ + 111 \\ \hline 13,69 \end{array}$$

$$\frac{m v_0^2}{2} = \frac{3 \cdot 10}{2} \times 0,4 = 7,2$$



$$-H = -v_0 t_1 - \frac{g t_1^2}{2}$$

$$\frac{g}{2} t_1^2 + v_0 t_1 - H = 0 \quad t_1 = \frac{-v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gH}}{g}$$

$$2 - H_2 = v_0 t_2 - \frac{g t_2^2}{2}$$

$$t_2 = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + 2gH}}{g}$$

$$\frac{2v_0}{g} = t_2 \quad v = 1,81 \quad k = \sum \frac{m_i v_i^2}{2} = 12,996$$

$$\begin{array}{r} 13,69 \\ - 12 \\ \hline 16 \\ 12 \\ \hline 49 \\ 48 \\ \hline 114 \\ + 114 \\ \hline 228 \end{array}$$

$$\sqrt{(kN)^2 + (mg)^2} + \frac{v_0^4}{R} m$$

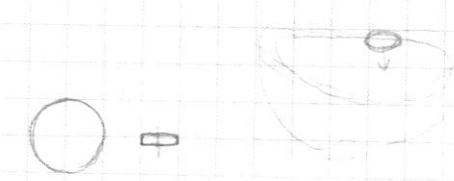
$$\frac{kQq_i}{(2R)^2} + \frac{kQq_i}{(3R)^2} = \dots$$

$$\frac{kQq_i}{R^2} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{9} \right) = \frac{13}{36} \frac{kQq_i}{R^2}$$

$$\frac{5}{2} \quad \frac{4}{25}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 17 \\ \times 17 \\ \hline 119 \\ + 119 \\ \hline 289 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 1,7 \\ \times 1,7 \\ \hline 11,9 \\ + 11,9 \\ \hline 28,9 \end{array}$$

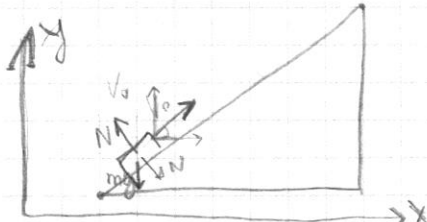


$$\frac{5}{2} \quad \frac{4}{25}$$

$$\begin{array}{r} 157 \\ 185 \\ \hline 62850 \\ 12570 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ 3,6 \\ \times 3,6 \\ \hline 276 \\ + 108 \\ \hline 1296 \\ \approx 1250 \\ 250 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3,14 \cdot 4 \\ 28,10,785 \\ - 34 \\ \hline 28,10,751 \end{array}$$



$$g \sin \alpha \cos \alpha$$

$$g \cos \alpha \cdot v_0 \cos \alpha$$

$$g$$

$$g(1 - \cos^2 \alpha) = g \sin^2 \alpha$$

$$t = \frac{v \sin \alpha}{g \sin \alpha} = \frac{v_0}{g \sin \alpha}$$

$$v = \frac{2v_0}{g \sin \alpha}$$

$$H = v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{g \sin^2 \alpha t^2}{2} = \frac{v_0^2}{g} - \frac{v_0^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g}$$