

# Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

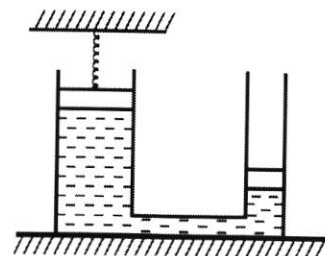
Вариант 09-01

Шифр

(заполняется секретарём)

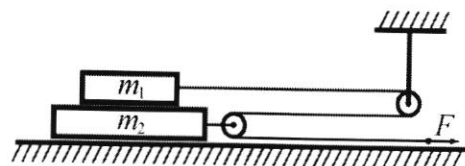
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью  $V_0 = 12$  м/с.
- 1) Через какое время  $t$  после старта скорость камня будет равна по величине  $V_0/3$ ?
  - 2) На какой высоте  $h$ , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине  $V_0/3$ ?
- Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности  $\rho$ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости  $k$  с верхней опорой. Разность уровней жидкости в сосудах равна  $h$ . Площадь сечения левого поршня  $S$ , правого  $S/2$ . Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения  $g$ .



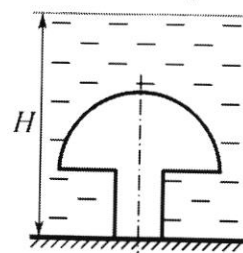
- 1) Найдите деформацию  $x$  пружины.
  - 2) Найдите массу  $m$  груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.
3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты  $h = 0,5R$ , здесь  $R$  – радиус планеты. Плотность планеты  $\rho$ . Гравитационная постоянная  $G$ . Объём шара  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ .
- 1) Найдите ускорение  $g$  свободного падения на расстоянии  $2R$  от центра планеты.
  - 2) Найдите период  $T$  обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков  $m_1 = 2m$ ,  $m_2 = 3m$ . Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен  $\mu$ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



- 1) Найдите величину  $F_0$  горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.
- 2) Найдите величину  $F$  минимальной силы, при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

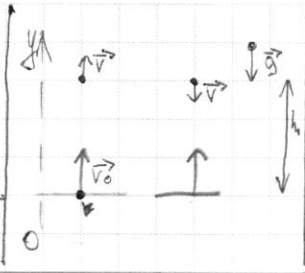
5. Ко дну бассейна глубиной  $H=2,5$  м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции  $V = 8$  дм<sup>3</sup>, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей  $S = 20$  см<sup>2</sup>. Плотность воды  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>, атмосферное давление  $P_0 = 100$  кПа. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



- 1) Найдите давление  $P_1$  вблизи дна.
- 2) Найдите величину  $F$  силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Дано:  
 $V_0 = 12 \frac{м}{с}$   
 $V = V_0/3$   
 $g = 10 \frac{м}{с^2}$



- 1) Заметим, что  $|\vec{V}| = \frac{V_0}{3}$  в двух случаях - когда тело летит вниз, и когда тело летит вверх  
 2) по ЗСЭ  $E_{k1} + E_{m1} = E_{k2} + E_{m2}$   $mg h_1 + \frac{mV^2}{2} = mg h_2 + \frac{mV_0^2}{2}$   
 где  $h_1$  - высота на которой тело летит вверх со скоростью  $\vec{V}$ , а  $h_2$  - высота, на которой тело будет падать со скоростью  $\vec{V}$

и  $|\vec{V}_1|^2 = |\vec{V}_2|^2$ , то  $h_1 = h_2$

3) По формуле рас движения  $g_y = \frac{V_y - V_{0y}}{t}$   $t = \frac{V_y - V_{0y}}{g_y}$

4) Для ~~падения~~ подъема  $g_y = -g = \frac{V_y - V_0}{t}$   $t = \frac{V_y - V_0}{-g}$   $t = \frac{2/3 V_0 - V_0}{-g}$   $t = \frac{2 \cdot 12}{3 \cdot 10} = 0,8 с$

5) Для падения  $g_y = \frac{V_y - V_0}{t}$   $t = \frac{-V_0/3 - V_0}{-g} = \frac{4 V_0}{3 g}$   $t = \frac{4 \cdot 12}{3 \cdot 10} = 1,6 с$

6) Высоту можно рассчитать, подставив  $t$  (любое, доказано, что  $h_1 = h_2$ ) в формулу

$$S_y = \frac{V_{0y} + V_y}{2} t \rightarrow S_y = \frac{V_{0y} + V_y}{2} \cdot \frac{V_y - V_{0y}}{g_y} = \frac{(V_y)^2 - (V_{0y})^2}{2 g_y} = \frac{V^2 - V_0^2}{2 g_y}$$

Заметим, что  $S_y$  - это и есть  $h$  - высота, а:

$$h = \frac{(\frac{V_0}{3})^2 - V_0^2}{-2g} = \frac{V_0^2 - \frac{1}{9} V_0^2}{2g} = \frac{4 V_0^2}{9 \cdot g}$$

$$h = \frac{4 \cdot 12 \cdot 12}{9 \cdot 10} = \frac{4 \cdot 4 \cdot 4}{10} = 6,4 м$$

Ответ: тело будет иметь скорость  $V = \frac{V_0}{3}$  на высоте 6,4 м в моменты времени 0,8 с (вверх) и 1,6 с (падает)

3) Дано:

$$h = 0,5R$$

$$R; g; G;$$

$$g(2R) - ?$$

$$T - ?$$



- 1) Пусть по орбите длиной  $2\pi R$  (от центра) вращается спутник массой  $m$
- 2) На него действует одна сила - сила притяжения к Планете, которую можно вычислить по формуле  $F = G \cdot \frac{m \cdot M}{(2R)^2}$
- 3) По 2-3 Ньютону  $m\vec{a} = \vec{F}$ , причем  $\vec{a} = \vec{g}$ ,

Отсюда:  $mg = F = \frac{GmM}{(2R)^2}$ , откуда  $g = \frac{G \cdot M}{4R^2}$  учитывая, что  $M = \rho V = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$ ,

получим

$$g = \frac{G \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 \cdot \rho}{4R^2} = \frac{G \cdot \pi \cdot R \cdot \rho}{3}$$

4) Для спутника на орбите  $1,5R$   $g = \frac{G \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \rho}{(1,5R)^2} = \frac{G \cdot 4 \cdot \pi R \rho}{3 \cdot 3^2} = \frac{16G \cdot \pi R \rho}{27}$

5) Заметим, что  $\vec{g}$  всегда ориентировано вдоль и центрировано относительно ускорения.

6) По формуле  $a_{\text{цс}} = \frac{v^2}{R_0}$   $v = \frac{2\pi R_0}{T}$   $a_{\text{цс}} = \frac{(2\pi R_0)^2}{T^2 \cdot R_0} = \frac{4\pi^2 R_0^2}{T^2 R_0} = \frac{4\pi^2 R_0}{T^2}$

причем  $R_0 = 1,5R$   $a_{\text{цс}} = \frac{4 \cdot 1,5 \pi^2 R}{T^2}$

т.е.  $a_{\text{цс}} = g$ , то  $\frac{16 \cdot G \cdot \pi \cdot R}{27} = \frac{4\pi^2 R \cdot 1,5}{T^2} \Rightarrow \frac{4G}{27} = \frac{\pi \cdot 1,5}{T^2} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{27\pi}{4G}}$

$$\frac{8G}{27} = \frac{3\pi}{T^2} \quad 8G \cdot T^2 = 81\pi \quad T = \sqrt{\frac{81\pi}{8G}}$$

4) Введем  $d = 1,5R$  - орбита искомого спутника. Аналогично п.1-п.3  $g = \frac{G \cdot M}{d^2}$

$g = \frac{G \cdot (\rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3)}{d^2}$  с другой стороны  $g$  - это же ускорение на орбите  $d$ ,

т.е.  $g = \frac{v^2}{d}$ , где  $v = \frac{2\pi d}{T}$ , т.е.  $g = \frac{4\pi^2 d^2}{T^2 \cdot d} = \frac{4\pi^2 d}{T^2}$

5) соединив выражения, получим  $\frac{4 \cdot G \cdot \rho \cdot \pi \cdot R^3}{3d^2} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot d}{T^2}$

$$G \cdot \rho \cdot R^3 = \frac{3\pi \cdot d^3}{T^2} \quad G \cdot \rho \cdot R^3 = \frac{3 \cdot \pi \cdot (\frac{3}{2}R)^3}{T^2} \quad T^2 = \frac{3\pi \cdot \frac{27}{8}}{G \cdot \rho}$$

$$T = \sqrt{\frac{81 \cdot \pi}{8G \cdot \rho}} \quad T = \sqrt{\frac{81 \cdot \pi}{8 \cdot G \cdot \rho}}$$

Ответ: на расстоянии  $2R$  от центра  $g = \frac{G \cdot \pi \cdot R \cdot \rho}{3}$

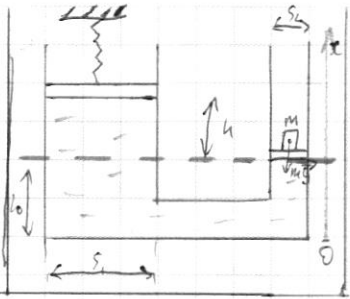
на орбите  $1,5R$  период  $T = \sqrt{\frac{81 \cdot \pi}{8 \cdot G \cdot \rho}}$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

2) Дано:

$\rho, g; k; h;$   
 $S_1 = S; S_2 = S/2; g$

1)  $x = ?$   
2)  $m = ?$



1) Пусть  $h_0$  - уровень воды в правом сосуде (нулевая на рисунке)  $p_{h_0} = p_{atm}$

2)  $p_{(h_0+h)} = p_{atm} - \rho \cdot g \cdot h$  ( $h$  - разность уровней из условия)   
 левый

3) с другой стороны на поршень сверху

должно оказываться такое же давление, т.е. поршень в равновесии

$p_{оно}$  равно  $p_{atm} + p_{упр}$ , где  $p_{упр} = \frac{F_{упр} x}{S}$ ,  $p_{упр}$  - давление, оказываемое

пружинкой, т.е.  $\frac{F_{упр} x}{S} + p_{atm} = p_{atm} - \rho g h$ ,  $F_{упр} x = -\rho \cdot g \cdot h \cdot S$

т.к. по закону Гука  $F_{упр} = -kx$ ,  $x = \frac{-\rho g h S}{-k} = \frac{\rho g h S}{k}$ ,

т.е.  $x > 0$ , пружина растянута

4) Заметим, что во втором сосуде  $\Delta h_2 = 0$ , т.е.  $p_{(h_0+h_2)} = p_{atm}$ .

тогда на уровне  $h_0$   ~~$p_{atm}$~~   $p_{h_0} = p_{(h_0+h_2)} + \rho \cdot g \cdot h = p_{atm} + \rho \cdot g \cdot h$

5) Т.к. давление в жидкостях одно на всех уровнях, то на поршень ~~тоже~~ <sup>правый</sup> вода оказывает давление  $p_{h_0} = p_{atm} + \rho g h$

6) Т.к. с другой стороны, поршень в равновесии, т.е. давление сверху равно

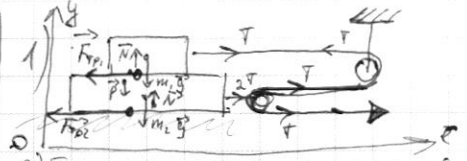
$p_{h_0}$ . Но оно также равно  $p_2 = p_{atm} + p_g$ , где  $p_g = \frac{m g}{S}$  - давление грузика на поршень

т.е.  $p_{atm} + \frac{m g}{S} = p_{atm} + \rho g h$

$m = \frac{\rho \cdot h \cdot g \cdot S \cdot h \cdot S}{2 S} = \frac{\rho g h S}{2}$

Ответ: 1)  $x = \frac{\rho g h S}{k}$  2)  $m = \frac{\rho g h S}{2}$

4) Дано:  
 $m_1 = 2m$   
 $m_2 = 3m$   
 $\mu$ ;



1) Расставим силы натяжения нити:  
 (введем  $T = F$ )

- 1)  $F_{тр1} = 0$
- 2)  $a_{x1} < 0$

2) Т.е. на тело 1 действует сила равная  $T = F$ , на тело 2 -  $2T = 2F$   
 По 2-3 Ньютона:  $m_1 \vec{a}_1 = \vec{F}_{тр1} + \vec{F} + \vec{N}_1 + m_1 \vec{g}$ , т.к.  $F_{тр} = \mu N$ , то  $N_1 = 0$ .  
 По 3-3 Ньютона  $\vec{P} = -\vec{N}$ , (все) м.е. тело  $m_1$  не действует на  $m_2$ .

$F_0 = ?$   $F_2 = ?$

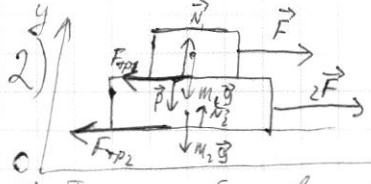
5) Таким образом тела  $m_2$  2 Записи Ньютона выглядят следующим образом:

$$m_2 \vec{a}_2 = \vec{F}_{тр2} + m_2 \vec{g} + \vec{N}_2 + 2\vec{F}$$

$$Oy: 0 = N_2 - m_2 g \quad N_2 = m_2 g \quad F_{тр2} = \mu N_2 = \mu m_2 g$$

$Ox: m_2 a_2 = -F_{тр} + 2F$  Заметим, что если брусок соскользнет, то

$$a_2 = 0 \text{ (действие сил скомпенсировано) т.е. } 2F = F_{тр} \quad F = \frac{F_{тр}}{2} \quad F = \frac{\mu m_2 g}{2} = \frac{3}{2} \mu m g$$



- 1) Воспользуемся рассчитанными в прошлый раз силами натяжения нити ( $F$  и  $2F$ )
- 2) Заметим, что т.к. нижний брусок соскользнет, то действие сил скомпенсировано  $\Rightarrow a_2 = 0$

3) Тогда чтобы верхний брусок двигался влево  $a_{1x} < 0$

4) Заметим, что ~~на~~ верхний брусок действует на нижний весом  $P = m_2 g$   
 По 2-3 Ньютона для ~~нижнего~~ верхнего бруска:

$$m_1 \vec{a}_1 = \vec{F}_{тр1} + \vec{N}_1 + m_1 \vec{g} + \vec{F}$$

$$Ox: m_1 a_{1x} = -F_{тр1} + F$$

$$Oy: 0 = N_1 - m_1 g \quad N_1 = m_1 g \quad F_{тр1} = \mu N_1 = \mu m_1 g$$

$$F - \mu m_1 g = m_1 a_{1x} \quad a_{1x} = \frac{F - \mu m_1 g}{m_1}$$

2-3 Ньютона для нижнего бруска:

$$m_2 \vec{a}_2 = 2\vec{F} + m_2 \vec{g} + \vec{N}_2 + \vec{P}_2 + \vec{F}_{тр2} + \vec{F}_{тр1}$$

$$Ox: m_2 a_2 = 2F - F_{тр2} - F_{тр1}$$

$$Oy: 0 = -m_2 g + N_2 - P_2 \quad N_2 = (m_1 + m_2) g \quad F_{тр2} = \mu (m_1 + m_2) g$$

$$m_2 a_{2x} = 2F - \mu (2m_1 + m_2) g \quad a_{2x} = \frac{2F - \mu (2m_1 + m_2) g}{m_2}$$

Заметим, что левый брусок движется влево относительно нижнего,

когда  ~~$a_{2x} < a_{1x}$~~   $a_{отн} < 0$   $a_{отн} = a_{абс} + a_{нер} = a_{1x} + a_{2x}$ ,

$$\frac{F - \mu m_1 g}{m_1} + \frac{2F - \mu (2m_1 + m_2) g}{m_2} < 0 \quad F m_2 - \mu m_1 m_2 g + 2F m_1 - \mu m_1 (2m_1 + m_2) g < 0$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4) Подставляя  $m_1 = 2 \text{ т}$   $m_2 = 3 \text{ т}$ , получим

$$F(3 \text{ т} + 2 \cdot 2 \text{ т}) - \mu \cdot 2 \text{ т} \cdot 3 \text{ т} \cdot g - \mu \cdot 2 \text{ т} (2 \cdot 2 \text{ т} + 3 \text{ т}) g < 0$$

$$7 F \cdot \text{т} - \mu \cdot 6 \text{ т}^2 g - \mu \cdot 14 \text{ т}^2 g < 0$$

$$7 F \cdot \text{т} < 20 \mu \text{ т}^2 g$$

$$F < \frac{20}{7} \mu \text{ т} g$$

Ответ: 1)  $F_0 = \frac{3}{2} \mu \text{ т} g$  2)  $F = \frac{20}{7} \mu \text{ т} g$

5) Дано:

$$H = 2,5 \text{ м}$$

$$V = 8 \text{ м}^3 = 8 \cdot 10^3 \text{ м}^3$$

$$S = 20 \text{ см}^2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$$

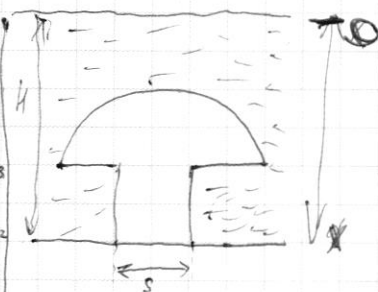
$$g = 1 \frac{\text{с}}{\text{мс}} = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$P_0 = 100 \text{ кПа}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$P_1 = ?$$

$$F = ?$$



1) Запомним, что сила, с которой вода действовала бы на тело, если бы оно не было погружено  $F_A = \rho_B \cdot V_T \cdot g$  (тело погружено)

2) Однако на минимальную грань тела (S) не действует вода, т.е. это значение отличается от  $F_A$ .

3) Оно равно силе давления воды в этой точке

4)  $F_{\text{д}} = P_1 \cdot S$ , т.е.  $F_{\text{д}} = \rho_B \cdot V_T \cdot g - P_1 \cdot S$

5) В самой середине  $P_1 = P_0 + P_T$ ;  $P_T = \rho_B \cdot g \cdot H$  - гидростатическое давление.

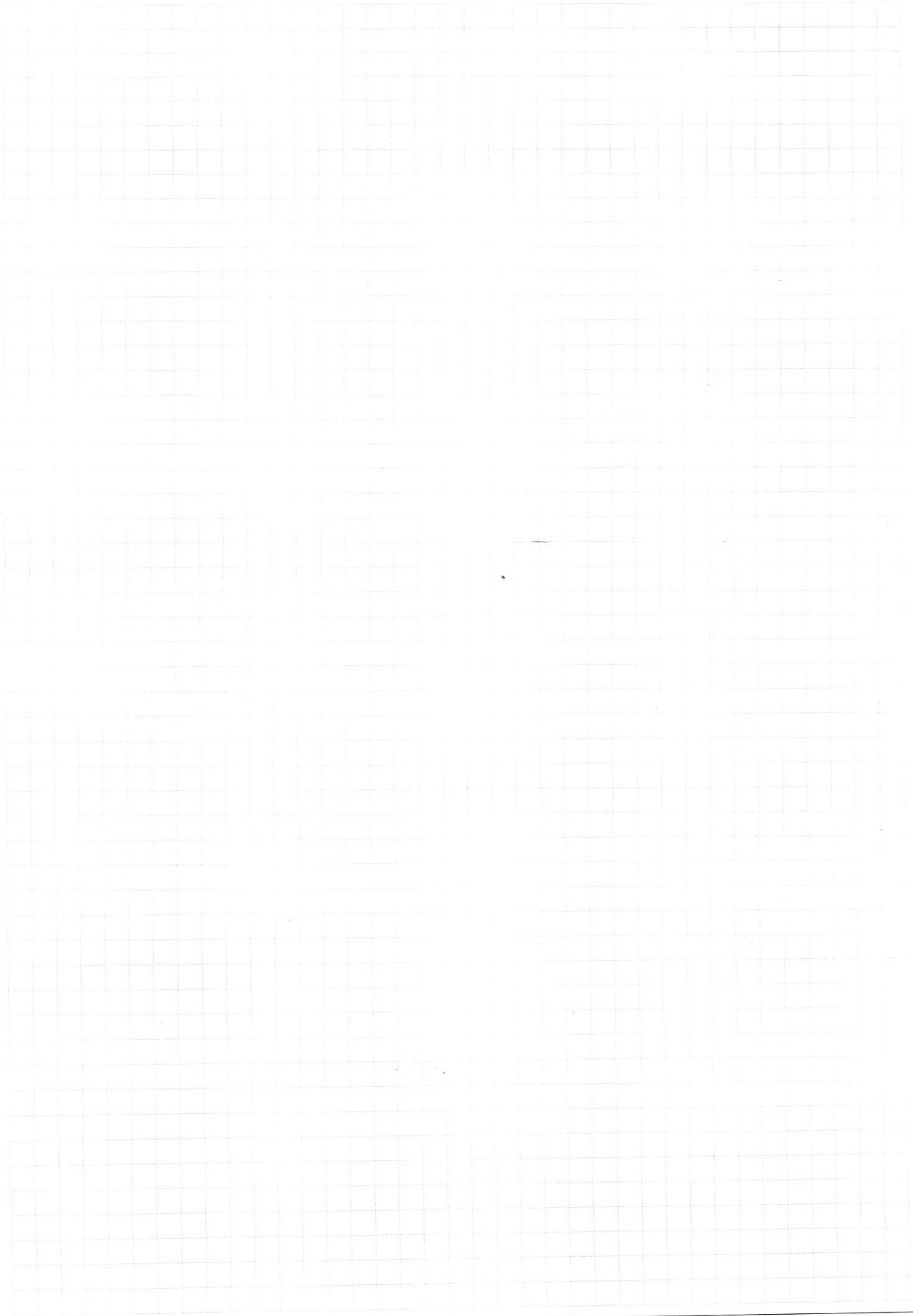
$$P_1 = P_0 + \rho_B \cdot g \cdot H \quad P_1 = 100 \text{ кПа} + 1000 \cdot 10 \cdot 2,5 = 1000 (100 + 25) = 125 \text{ кПа}$$

$$6) F_{\text{д}} = \rho_B \cdot V_T \cdot g - P_1 \cdot S = 1000 \cdot 8 \cdot 10^{-3} \cdot 10 - 125 \cdot 1000 \cdot 2 \cdot 10^{-3} =$$

$$= 80 - 250 = -170 \text{ Н}$$

Заметим, что т.ч.  $F_{\text{д}} < 0$ , а уобычной  $F_A$  она  $> 0$ , то ~~действует~~ действует на тело, давя на него вниз.

Ответ:  $P_1 = 125 \text{ кПа}$   $F_2 = 170 \text{ Н}$ , вверх вниз

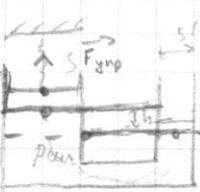


черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)

### ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

12 · 12 = 144



$$\rho = \frac{F}{S}$$

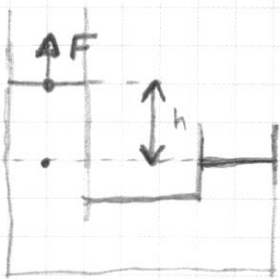


$$\frac{4}{3} = \frac{16}{2 \cdot \frac{2 \pi^2 R}{\tau^2} + 2} = \frac{GM}{R^2}$$

$$g = \frac{GM}{R^2}$$

$$g = \left( \frac{2 \pi \cdot R}{T} \right)^2 \cdot R = \frac{2 \pi^2 R^3}{T^2 \cdot R} = \frac{2 \pi^2 R^2}{T^2}$$

$$\frac{2 \pi^2 \cdot R^3}{G \cdot M} = T^2 \quad \frac{2 \cdot \pi^2 \cdot R^3}{G \cdot \frac{4 \pi R^3}{3}} = T^2 \quad T^2 = \frac{\pi}{G \cdot \frac{2}{3}}$$



$$G = \frac{M \cdot \tau^2}{R^2}$$

$$\frac{M \cdot \tau^2}{M^3} = \frac{M^4}{M^3} = M$$

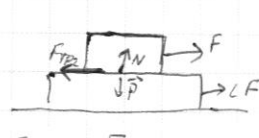
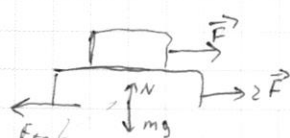
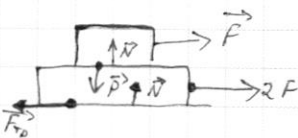
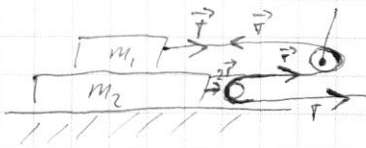
$$\frac{M \cdot \text{кг}^2}{\text{м}^2} \cdot \frac{M \cdot \text{м}}{\text{с}^2} = \frac{M \cdot \text{кг}^3}{\text{м}^6}$$

$$G = \frac{M \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$$

$$\frac{M \cdot \text{кг}^2}{\text{кг}^2} \cdot M = M$$

$$= \frac{M}{\text{с}^2}$$

$$\frac{M \cdot \text{кг}^2}{\text{кг}^2} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \frac{M \cdot \text{м}}{\text{с}^2}$$



$$F_{\text{тр}2} > F$$

$$2F > F_{\text{тр}2} + F_{\text{тр}1}$$



0,1 м  
10 см  
2 см

0,29 м  
0,02 м

$$2 \cdot 10^{-2} - 10^{-1} = 2 \cdot 10^{-3}$$

$$g \cdot M = \frac{\Lambda}{10}$$

$$g \cdot M^3 = \frac{\Lambda}{10^3}$$





черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)



черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №       
(Нумеровать только чистовики)



ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР (заполняется секретарём)
----------------------------------

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

--	--

черновик     чистовик  
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №\_\_  
(Нумеровать только чистовики)