

# Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

Вариант 09-01

Шифр

(заполняется секретарём)

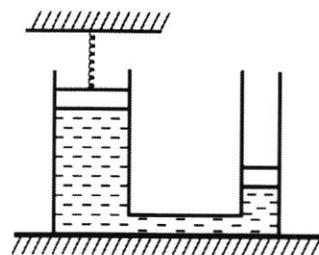
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью  $V_0 = 12$  м/с.

1) Через какое время  $t$  после старта скорость камня будет равна по величине  $V_0/3$ ?

2) На какой высоте  $h$ , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине  $V_0/3$ ?

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности  $\rho$ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости  $k$  с верхней опорой. Разность уровней жидкости в сосудах равна  $h$ . Площадь сечения левого поршня  $S$ , правого  $S/2$ . Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения  $g$ .



1) Найдите деформацию  $x$  пружины.

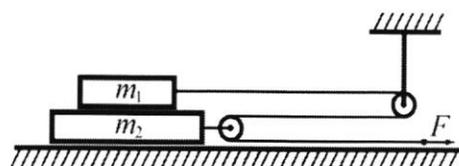
2) Найдите массу  $m$  груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.

3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты  $h = 0,5R$ , здесь  $R$  – радиус планеты. Плотность планеты  $\rho$ . Гравитационная постоянная  $G$ . Объём шара  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ .

1) Найдите ускорение  $g$  свободного падения на расстоянии  $2R$  от центра планеты.

2) Найдите период  $T$  обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков  $m_1 = 2m$ ,  $m_2 = 3m$ . Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен  $\mu$ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



1) Найдите величину  $F_0$  горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.

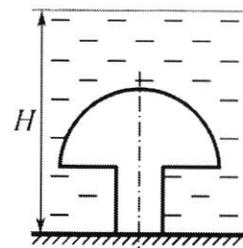
2) Найдите величину  $F$  минимальной силы, при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

5. Ко дну бассейна глубиной  $H=2,5$  м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции  $V = 8$  дм<sup>3</sup>, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей  $S = 20$  см<sup>2</sup>. Плотность воды  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>, атмосферное давление  $P_0 = 100$  кПа.

Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.

1) Найдите давление  $P_1$  вблизи дна.

2) Найдите величину  $F$  силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.



## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

Дано:

$$v_0 = 12 \text{ м/с}$$

$$v_1 = \frac{1}{3} v_0$$

t - ?

h - ?

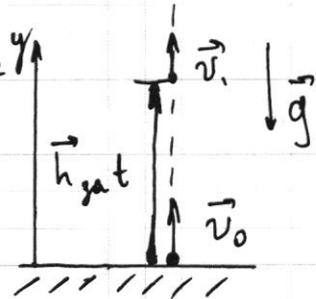
Решение:

- Запишем уравнения кинематики

1)  $\vec{v}_0 + \vec{g}t = \vec{v}_1$  для скорости и перемещения  $y$

$$y: v_0 - gt = v_1 \Rightarrow t = \frac{v_0 - v_1}{g}$$

$$\boxed{t = \frac{2}{3} \frac{v_0}{g}} \quad t = \frac{2}{3} \cdot \frac{12}{10} = \underline{\underline{0,8 \text{ с}}}$$



2)  $2\vec{g} \vec{h} = v_1^2 - v_0^2$

$$y: 2gh = v_1^2 - v_0^2 \Rightarrow h = \frac{v_0^2 - v_1^2}{2g}$$

$$h = \frac{4}{9} \frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow \boxed{h = \frac{4}{9} \frac{v_0^2}{g}} \quad h = \frac{4}{9} \cdot \frac{12^2}{10} = \frac{4^3}{10} = \underline{\underline{6,4 \text{ м}}}$$

Ответ:  $t = 0,8 \text{ с};$

$h = 6,4 \text{ м}.$

№3.

Дано:

$$G; \rho; R$$

$$h = 0,5R$$

g - ? (на  $H = 2R$ )

T - ?

Решение: 1) запишем уравнение силы тяжести на высоте  $H$

$$F_T = G \cdot \frac{M_{пл} \cdot m}{H^2} \quad (1)$$

$$M_{пл} = \rho \cdot V = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \quad (3)$$

$$F_T = mg \quad (2)$$

$$(1) = (2)$$

$$mg = G \cdot \frac{M_{пл} \cdot m}{H^2} \Rightarrow g = \frac{G \cdot M_{пл}}{H^2} = \frac{G \cdot \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3}{4R^2} \Rightarrow$$

(см. шаг. стр.)

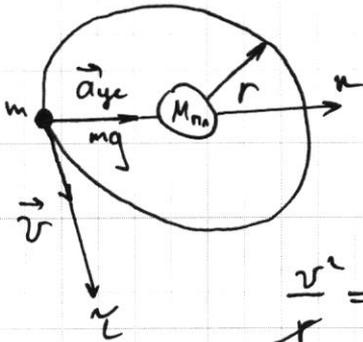
$$\Rightarrow g = \frac{G \cdot \rho \pi R}{3}$$

2) Запишем уравнение (2-ой Закон Ньютона) при движении по окружности:

$$m \vec{a}_{цс} = m \vec{g}'$$

$$n: \mu \frac{v^2}{r} = \mu g'$$

$r = R + h = 1,5R$  — это диаметр от центра.



— Запишем ур. силы тяжести на высоте  $h$ :

$$\mu g' = G \frac{M_{пл} \mu}{r^2} \quad (4) \text{ — подставим в верхнее выражение}$$

$$\frac{v^2}{r} = G \cdot \frac{M_{пл}}{r^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G M_{пл}}{1,5R}} \quad (5)$$

— Т.к. тело делает полный оборот то  $T = \frac{2\pi R}{v}$ , подставим в него (5) ур.:

$$T = \frac{2\pi r \cdot \sqrt{r}}{\sqrt{G \cdot \rho \pi \frac{4}{3} R^3}} \Rightarrow$$

$$T = 4,5 \sqrt{\frac{\pi}{2 G \rho}}$$

Ответ:  $g = \frac{G \cdot \rho \pi R}{3}$ ;  $T = 4,5 \sqrt{\frac{\pi}{2 G \rho}}$ .

Дано:

$\rho; h; k$

$S_1 = S$

$S_2 = \frac{1}{2} S$

$x - ?$

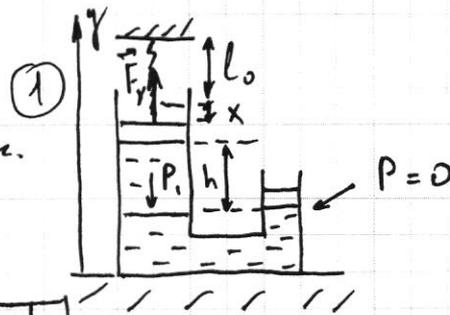
$m - ?$

Решение:

1) Запишем ур. гидрост. баланса: (см. 1)

$$y: F_y \cdot S - P_1 = 0$$

$$kx \cdot S = P_1 \Rightarrow x = \frac{\rho g h}{k S}$$



2) Запишем ур. гидрост. баланса: (см. 2)

$$y: 0 - P_2 = -m g \cdot S$$

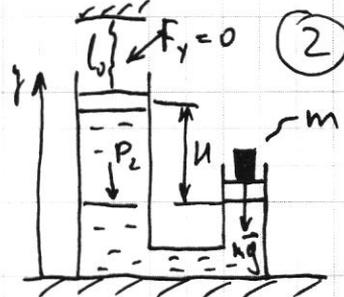
$$\rho g H = m g \cdot S$$

$H = h + 2x$ , т.к. верхний

(левый) поршень поднимется на  $x$  (ур. момента  $F_y = 0$ ), а нижний (правый) поршень опустится на такую же высоту ниже  $x$ .

$$\rho (h + 2x) = m \cdot S \Rightarrow m = \frac{\rho}{S} (h + 2x)$$

(см. след. стр.)



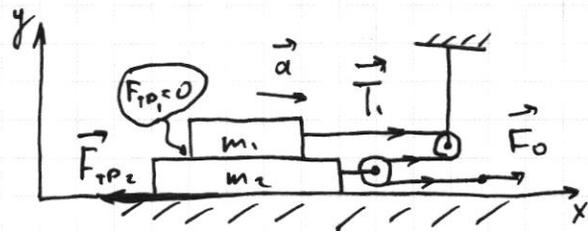
## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ:  $x = \frac{\rho g h}{k S}$  ;  
 $m = (h + 2x) \frac{\rho S}{S}$ .

Уч.  
Дано:  
 $m_1 = 2m$   
 $m_2 = 3m$   
 $\mu$   
 $F_0 = ?$   
 $F = ?$

Решение:

1) т.к.  $F_{TP1} = 0$ , то  
бруски движутся с  
одинаковым ускорением  $a$ , тогда запишем 2-ой  
закон Ньютона для обеих тел.

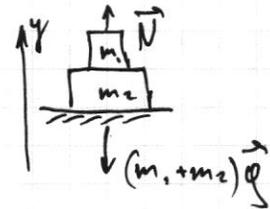


$F_0 = T_1$

$m_1 a = T_1 - F_{TP1} = 0$  (1)

$m_2 a = 2T_1 - F_{TP2} - F_{TP1} = 0$  (2)

$\frac{(2)}{(1)} \quad \frac{3}{2} = \frac{2T_1 - 5\mu m g}{T_1}$



$\begin{cases} F_{TP2} = \mu N \\ y: (m_1 + m_2)g = N \end{cases}$

$F_{TP2} = \mu \cdot 5mg$

$3T = 4T - 5\mu m g \Rightarrow T_1 = 10\mu m g$

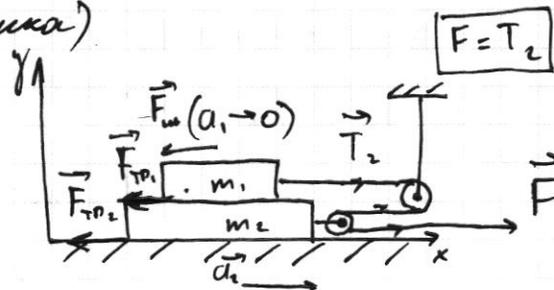
Т.о.  $F_0 = 10\mu m g$

2) Тело 1 движется влево (начиная) отн. второго, то введем  
не ИСО. ( $a_1$  — отн. второго бруска)

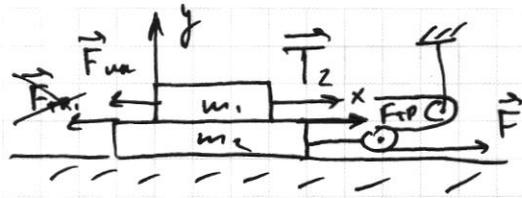
$-m_1 a_1 = -F_{\text{уп}} - F_{TP1} + T_2$  (3)

$m_2 a_2 = 2T_2 - F_{TP1} - F_{TP2}$  (4)

$F_{\text{уп}} = m_1 a_2$  (см. след. стр.)



$$\begin{aligned} (3) \quad m_1 a_2 &= T_2 + F_{TP1} \\ (4) \quad m_2 a_2 &= 2T_2 - F_{TP1} - F_{TP2} \\ \frac{2}{3} &= \frac{T_2 + 2\mu mg}{2T_2 - \mu mg} \end{aligned}$$



$$4T_2 - 14\mu mg = 3T_2 + 6\mu mg \Rightarrow T_2 = 20\mu mg$$

Т.о.  $F = 20\mu mg$

Ответ:  $F_0 = 10\mu mg$ ;  
 $F = 20\mu mg$ .

№5.

Дано:

$$H = 2,5 \text{ м}$$

$$V = 8 \text{ дм}^3$$

$$S = 20 \text{ см}^2$$

$$\rho = 1 \text{ т/м}^3$$

$$P_0 = 100 \text{ кПа}$$

$$P_1 = ?$$

$$F = ?$$

Решение:

1) Запишем уравнение давления на глубине H:

$$P_1 = P_0 + \rho g H$$

$$P_1 = 100 \text{ кПа} \quad P_1 = 100 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 2,5 = 125 \text{ кПа}$$

2) В силу симметрии конструкцией силы действ.

на конструкцию с двух сторон

компенсируют друг друга,

некоторые силы сверху,

компенсируются нижними, а не компенсируемой силой

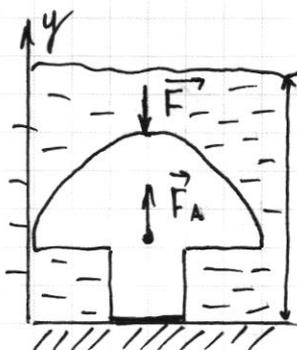
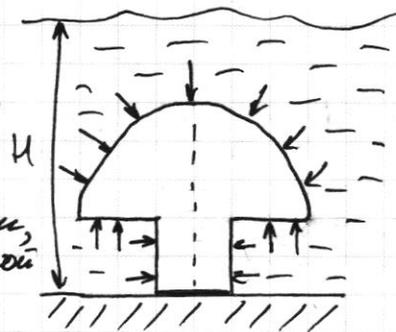
будет F. Запишем

уравнение для разности давлений  $P_1$  и  $P_2$ ,

и где давление  $P_2 = \frac{F}{S} + P_0$ .

$$\rho g V = S \cdot (P_1 - P_2)$$

$$\rho g V = S \cdot \left( \rho g H + P_0 - \frac{F}{S} - P_0 \right)$$



(см. след. стр.)

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$\vec{v}_0 + \vec{g}t = \vec{v}_1$$

$$y: v_0 - gt = v_1$$

$$v_1 = \frac{v_0}{3}$$

$$v_0 - \frac{v_0}{3} = gt \Rightarrow t = \frac{2}{3} \frac{v_0}{g} = \frac{2}{3} \frac{12}{10} = 0,8 \text{ c}$$

$$kx \cdot S = \rho g h$$

$$k \cdot x S = \rho g h = 0$$

$$x = \frac{\rho g h}{k \cdot S}$$

~~$$v_0^2 - v_1^2 = 2gh$$~~

$$2gh = v_0^2 - v_1^2$$

$$y: -2gh = \left(\frac{1}{3}v_0\right)^2 - (v_0)^2$$

$$h = \frac{v_0^2 - \frac{1}{9}v_0^2}{2g} =$$

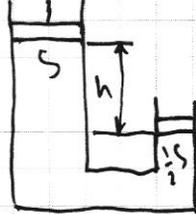
$$F_1 \cdot S = F_2 \cdot \frac{1}{2} S \quad \rho g h = mg \cdot \frac{1}{2} S$$

$$F_1 = \frac{F_2}{2}$$

$$360^\circ \sim 2\pi$$

$$m = \frac{2\rho h}{S}$$

$$= \frac{v_0^2 \cdot 2}{2g} = \frac{12^2 \cdot 2}{2 \cdot 10} = \frac{144}{10} = 14,4 \text{ m}$$



$$T = d \cdot r^3$$

$$T = \frac{2\pi R}{v}$$

$$g = \frac{M_{пл} \cdot G}{(2R)^2}$$

$$M_{пл} = \rho V = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$r = R + h = \frac{3}{2} R$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{mv_1^2}{2}$$

$$T = \frac{2\pi \cdot 27R}{2 \cdot 4}$$

$$g = \frac{\rho \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot G}{4R^2} = \frac{G \cdot \rho \pi R}{3}$$

$$v^2 = \frac{GM_{пл}}{r}$$

$$= \frac{27}{4} \pi R$$

$$T = R^2 \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot 4,5$$

~~$$T^2 = \frac{4\pi r^3}{GM_{пл}}$$~~

$$m a_{ce} = m g'$$

$$g' = \frac{\rho \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot G \cdot 4}{g \cdot R^2} = \frac{16}{27} \rho \pi R \cdot G$$

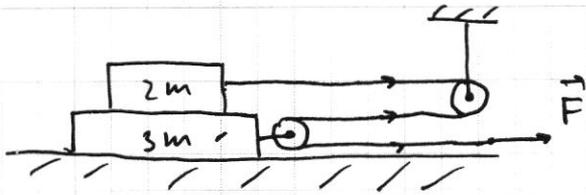
$$T^2 = 2\pi \cdot \frac{3}{2} R \cdot \frac{27}{8} R^3$$

$$\frac{v^2}{R} = g'$$

$$T = \sqrt{\quad}$$

$$v^2 = \frac{16}{27} \rho \pi R \cdot G \cdot r$$

$$T^2 = \frac{4\pi \cdot 27 \cdot 3}{16 \cdot \rho \pi R \cdot G \cdot 2} = \frac{27 \cdot 3}{8} \frac{\pi}{G}$$



$$2m a = T \quad (1)$$

$$3m a = 2T - 5\mu m g \quad (2)$$

$$\frac{(2)}{(1)} \quad \frac{3}{2} = \frac{2T - 5\mu m g}{T}$$

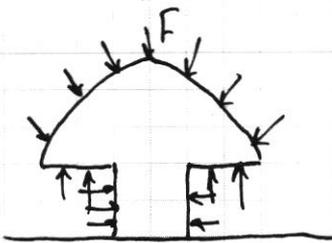
$$3T = 6T - 10\mu m g$$

~~$$5\mu m g = 3T - 5\mu m g$$~~

$$F_0 = T = \frac{10}{g} \mu m g$$

~~Выводим~~ ~~измен~~

$$P_1 = P_0 + \rho g H = 100 \text{ кПа} + 2,5 \text{ м} \cdot 1000 \cdot 10 = 125 \text{ кПа}$$



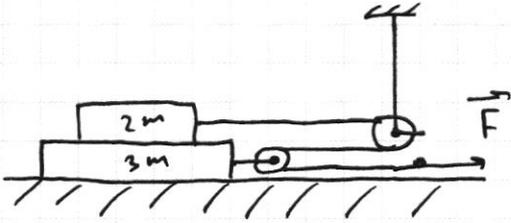
$$F = P_2 \cdot S =$$

$$v^2 = G \frac{M_{пл}}{1,5R}$$

$$T = \frac{2\pi \cdot \frac{3}{2} R}{\sqrt{G \frac{M_{пл}}{1,5R}}} = \frac{3\pi R \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{R}}{\sqrt{G M_{пл}}}$$

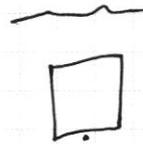
$$= \frac{3\pi R \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{R}}{\sqrt{G} \cdot \sqrt{\rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{R}}{\sqrt{G} \cdot 2\sqrt{2} \sqrt{\rho} \cdot R} = \frac{g \sqrt{3}}{2\sqrt{2} \sqrt{G}}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\left. \begin{aligned} 2ma &= T \\ 3ma &= 2T - 5\mu mg \end{aligned} \right\} F_0 = \frac{10}{9} \mu mg$$

$$P = \frac{F}{S}$$



$$3ma_1 = 2T - 5\mu mg - 2\mu mg$$

$$2ma_2 = 2ma_1 - T - 2\mu mg$$

$$a_2 \rightarrow 0$$

$$2ma_1 = T + 2\mu mg \quad (3)$$

$$3ma_1 = 2T - 7\mu mg \quad (4)$$

$$P = \frac{\rho V g}{S}$$

$$\rho g H = \frac{F}{S}$$

$$F = \rho g H \cdot S$$

$$\frac{(4)}{(3)} \quad \frac{3}{2} = \frac{2T - 7\mu mg}{T + 2\mu mg}$$

$$F_A = mg - N$$



$$4T - 14\mu mg = 3T + 6\mu mg$$

$$F = T = 10\mu mg$$

$$F = \rho V g$$

$$S(P_1 - P_2) = \rho V g$$

$$\rho g \bar{V} = S \cdot (\rho g H - P_2) \Rightarrow P_2 = \frac{\rho g H \cdot S - \rho g \bar{V}}{S} = \frac{F}{S}$$

$$F = \rho g (H \cdot S - \bar{V}) = 1 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot (2,5 \cdot 20 \cdot 10^{-4} - 8 \cdot 10^{-3}) =$$

$$= 10(2,5 \cdot 2 - 8) = 30 \text{ Н}$$

$$\rho g V = \rho g H \cdot S - F \Rightarrow F_y = \rho g (H \cdot S - V), \text{ т.к. в проекции на } y \text{ } F < 0,$$

то знак перед его на (-1),  
формула примет вид.

$$F = \rho g (V - H \cdot S)$$

$$F = 1 \cdot 10^3 \cdot 10 (8 \cdot 10^{-3} - 2,5 \cdot 20 \cdot 10^{-4}) = 10 (8 - 5) = \underline{\underline{30 \text{ Н}}}$$

Ответ:  $P_1 = 125 \text{ кПа};$

$F = 30 \text{ Н}.$