

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

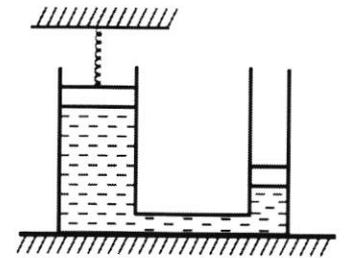
Вариант 09-02

Шифр

(заполняется секретарём)

1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 10$ м/с.
- 1) Через какое время t после старта скорость камня будет равна по величине $V_0/2$?
 - 2) На какой высоте h , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине $V_0/2$?
- Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности ρ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Деформация пружины равна x . Площадь сечения левого поршня S , правого $S/3$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g .

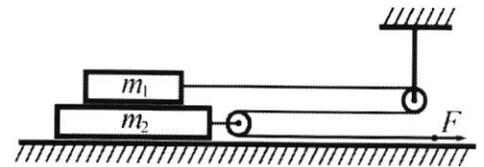


- 1) Найдите разность h уровней жидкости в сосудах.
- 2) Найдите массу m груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.

3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты $h = R$, здесь R – радиус планеты. Плотность планеты ρ . Гравитационная постоянная G . Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

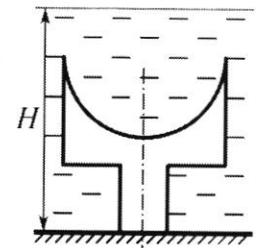
- 1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $3R$ от центра планеты.
- 2) Найдите период T обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков $m_1 = 3m$, $m_2 = 5m$. Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен μ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



- 1) Найдите величину F_0 горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.
- 2) Найдите минимальную силу F , при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

5. Ко дну бассейна глубиной $H=3$ м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции $V = 5$ дм³, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей $S = 10$ см². Плотность воды $\rho = 1$ г/см³, атмосферное давление $P_0 = 100$ кПа. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

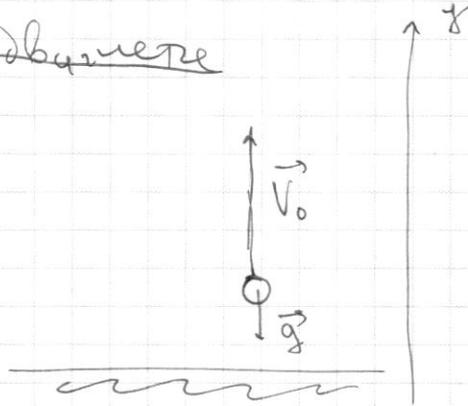


- 1) Найдите давление P_1 вблизи дна.
- 2) Найдите величину F силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.

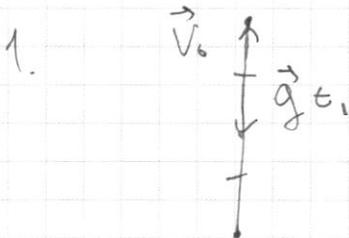
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Тело движется



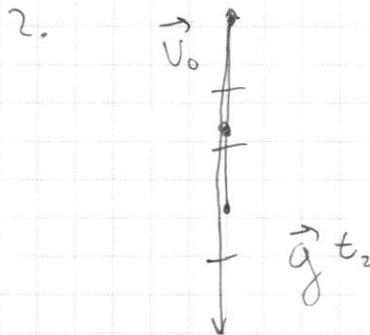
Тело движется с g скоростью g .
Существует два момента времени, когда
скорость тела станет $\frac{v_0}{2}$. 1-ый когда тело
поднимается вверх, а 2-ой когда оно опуска-
ется вниз.



$$t_1 \cdot g = \frac{v_0}{2}$$

$$g t_1 = \frac{v_0}{2g} = 0.5c$$

$$t = \begin{bmatrix} 0.5c \\ 1.5c \end{bmatrix}$$



$$t_2 \cdot g = \frac{3v_0}{2}$$

$$t_2 = \frac{3v_0}{2g} = 1.5c$$

~~Чтобы найти высоту, запишем 3-ю
сохраненн мех. энергии~~

Заметим, что в моменты времени t_1 и t_2
тело находится на одной высоте h , т.к.
модуль скорости тела не изменился, а по
3-му сохраненн мех. энергии для Земли
и канале: $\Delta W_{\text{кин}} = -\Delta W_{\text{пот}} = 0 = mgh, dh = 0$.
Чтобы найти высоту h , воспользуем
3-ю сохраненн мех. энергии для Земли и
канале:

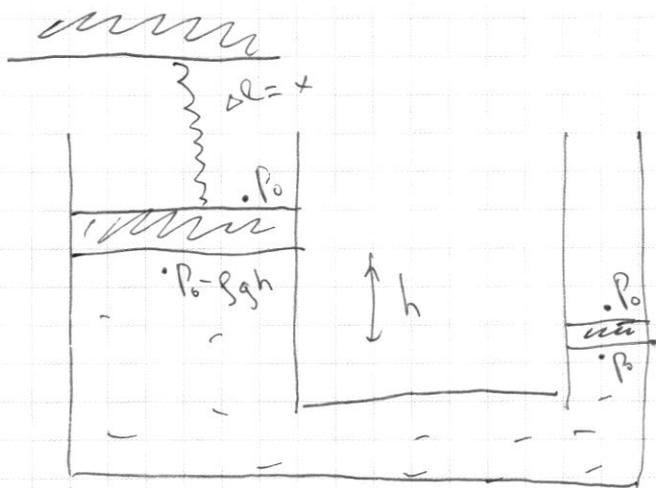
$$\Delta W_{\text{кин}} = -\Delta W_{\text{пот}}$$

$$\frac{mV_0^2}{8} - \frac{mV_0^2}{2} = 0 - mgh$$

$$\frac{3}{8}V_0^2 = gh$$

$$h = \frac{3V_0^2}{8g} = 3,75 \text{ м}$$

№2



p_0 — атм. давление

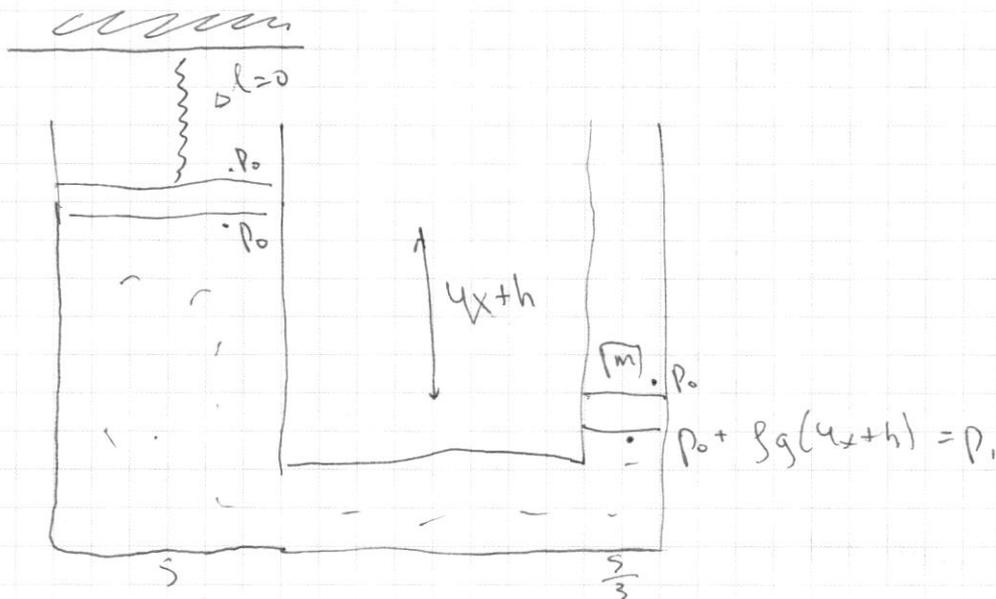
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

12 продолж.

Давление над большим поршнем ρ_0 тем же
давление под ним. Значит пружина растя-
нута. Запишем $u.c.$ p -я большого поршня.

$$\rho g h \cdot S = kx$$

$$h = \frac{kx}{\rho g S}$$



Заметим, что левый поршень поднят
на x , т.к. пружина стала растянутой.
Значит правый поршень опустился на $3x$,
т.к. в левый перетекает $V_0 = xS$, а
из-под правого поршня такой объём вытек,
т.е. он опустился на $x' = \frac{xS}{S/3} = 3x$.
Значит разность уровней воды $4x + h$.

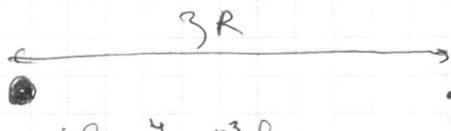
Заметим, что и сверху, и снизу большого корня не давление равно, т.к. он покоится и мушка не растягивается. Запишем уравнение равновесия правого корня:

$$mg = \rho (r_1 - r_0) \cdot \frac{S}{3}$$

$$m = \rho (4x + h) \cdot \frac{S}{3} = \rho \left(4x + \frac{kx}{\rho g S} \right) \cdot \frac{S}{3}$$

13

1)



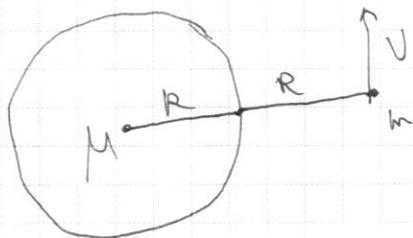
$$M = V \cdot \rho = \frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \rho$$

Запишем 3-й закон Ньютона для этих двух тел:

$$mg = G \frac{M \cdot m}{9R^2}$$

$$g = G \cdot \frac{\frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \rho}{9R^2} = \frac{4}{27} \cdot G \cdot \pi \cdot R \cdot \rho$$

2)



Запишем 2-й 3-й законы Ньютона в проекциях на ось между ч.м. тел для планеты и спутника:

$$m \cdot \frac{v^2}{2R} = G \frac{M \cdot m}{4R^2}$$

$$v^2 = \frac{G \cdot M}{2R} = \frac{G \cdot \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3}{2R} = \frac{2}{3} G \pi R^2 \rho$$

$$m_2 \cdot a = 2F_0 - \mu \cdot N, \quad N = (m_1 + m_2)g$$

$$m_1 \cdot a = F_0 - 0, \text{ т.к. } F_{TP,2} = 0$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{2F_0 - \mu(m_1 + m_2)g}{F_0}$$

$$\frac{5}{3} F_0 = \frac{6}{3} F_0 - 8 \mu m g$$

$$\frac{1}{3} F_0 = 8 \mu m g$$

$$F_0 = 24 \mu m g$$

к 2) } грузики движутся с ускорениями a_1 и a_2 соотв. Чтобы л-ый скользя по 2-ому было $a_2 \geq a_1$. Запишем 2-й и 3-й Ньютона в проекциях на ось X для обоих грузиков.

$$\left\{ \begin{array}{l} m_2 a_2 = 2F - \mu N = F - \mu(m_1 + m_2)g \\ m_1 a_1 = F - \mu m_1 g \end{array} \right.$$

$F_{TP} = F_{TP,2}$ т.к. грузики движутся
 F_{TP} скользя

$$\left\{ \begin{array}{l} 5m \cdot a_2 = 2F - 8 \mu m g \\ 3m \cdot a_1 = F - 3 \mu m g \end{array} \right.$$

$$a_2 = \frac{2F}{5m} - \frac{8 \mu m g}{5}$$

$$a_1 = \frac{F}{3m} - \mu g$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

α_2
и продолж.

$$a_2 \geq a_1$$

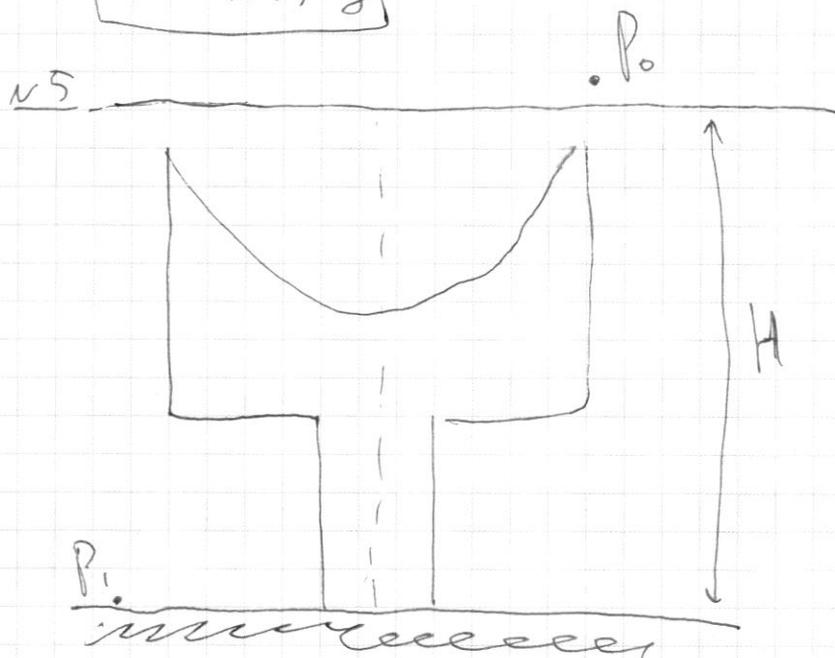
$$\frac{2F}{5m} - \frac{8\mu g}{5} \geq \frac{F}{3m} - \mu g$$

$$\frac{F}{15m} \geq \frac{3\mu g}{5}$$

$$F \geq 9\mu g m$$

знают минимальное значение F !

$$F = m \cdot 9\mu g$$



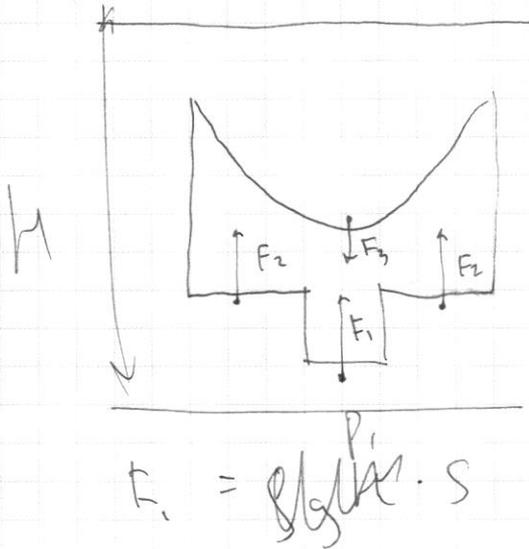
$$P_1 = \rho g H + P_0 =$$

$$= (1000 \cdot 10 \cdot 3 + 10^5) \text{ Па} =$$

$$= 130 \text{ кПа}$$

конструкция приклеена, значит вода снизу

не поднимает. 3 конструкции што-што при
 поднимать. Тогда сила давления на $\frac{1}{2} \rho g V$
 шаров гитт не увеличивается, но $\rho g V$
 еще одна сила, направленная от $\frac{1}{2} \rho g V$
 действ. на эту конструкцию

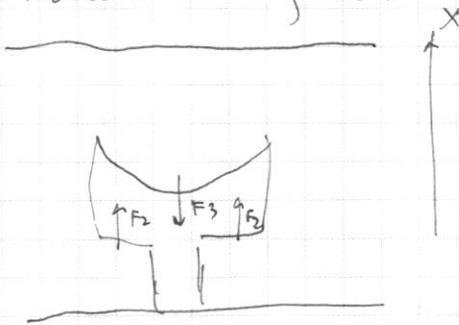


F_2 — сила давления
 набок. гитт
 F_3 — сила давления
 сверху

$$-F_3 + 2F_2 + F_1 = F_{арх} = \int V g \rho$$

$$-F_3 + 2F_2 = \int V g \rho - \rho g V + \rho g V - \rho_i \cdot S$$

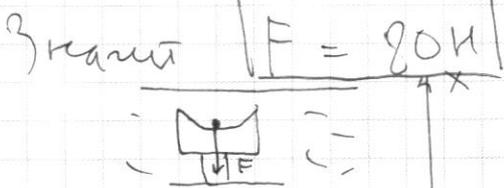
В камне сучье:



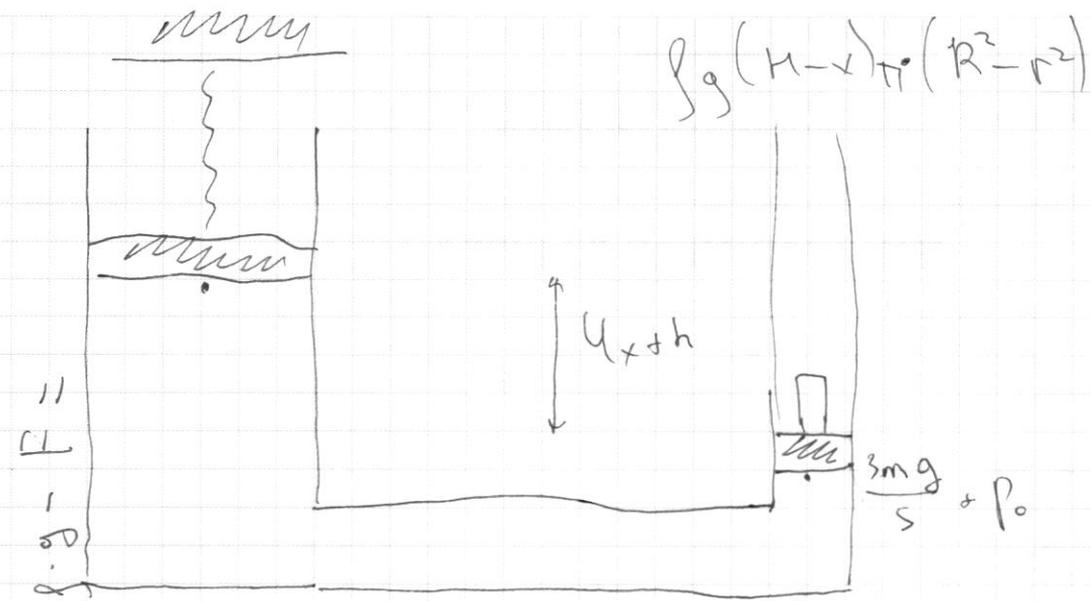
$$F_x = 2F_2 - F_3 = \int V g \rho - \rho_i \cdot S$$

ρ пр. на X

$$F_x = \int V g \rho - \rho_i \cdot S = 1000 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 10 - 130000 \cdot 10 \cdot 10^{-4} = 50 - 130 = -80 \text{ Н}$$



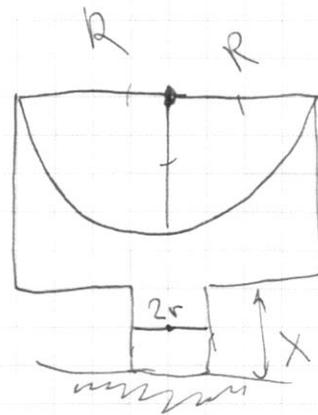
и направлена против O_x ,
 симметрично
 на ось центра



$$\int_0^H \rho \cdot g \cdot \pi R^2 dx + \rho \cdot g \cdot \pi R^2 (R^2 - r^2)$$

$$x \rho = x' \frac{\rho}{3}$$

$$x' = 3x$$



$$\frac{3mg}{s} + p_0 - \rho g (u_{x+h}) = p_0 \quad \Rightarrow v = \sqrt{\frac{s}{\rho}}$$

$$\frac{3mg}{s} = \rho g (u_{x+h})$$

$$\frac{4 \pi R}{\sqrt{G \cdot \frac{4}{3} \pi R^3}} = \frac{4 \pi R}{\sqrt{G \cdot \frac{8}{3} \pi R^2}}$$

$$m = \rho \left(u_x + \frac{kx}{\rho g s} \right) \cdot \frac{s}{3}$$

$$\rho_0 = G \cdot \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3}{g R^2} = G \cdot \frac{4 \rho \pi R}{27}$$

$$\cancel{m} \cdot \frac{v^2}{2R} = G \frac{m \cdot M}{4R^2}$$

$$v^2 = \frac{G \cdot M}{2R}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$t = \frac{v_0}{g} = 1c$$

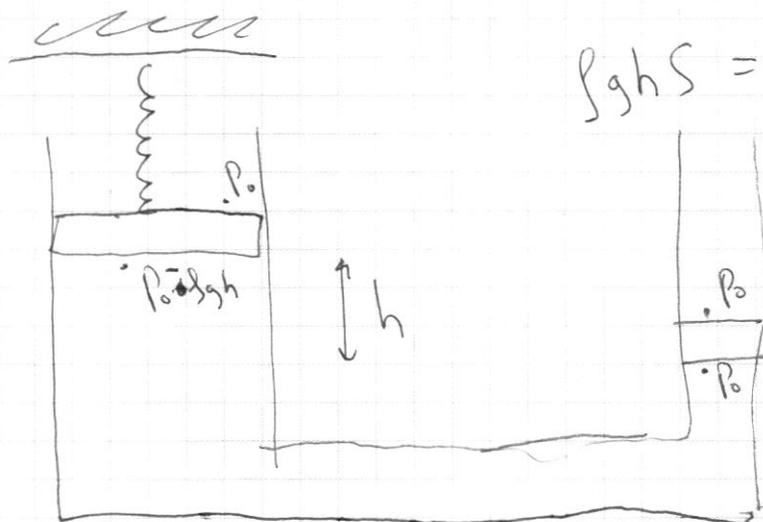
$$\frac{v_0}{2} = gt$$

$$t = \frac{v_0}{2g} = 0.5c \quad , \quad 2e \quad \text{знамен!} \quad 1,5e$$

$$\frac{mv_0^2}{2} - \frac{mv_0^2}{8} = mgh$$

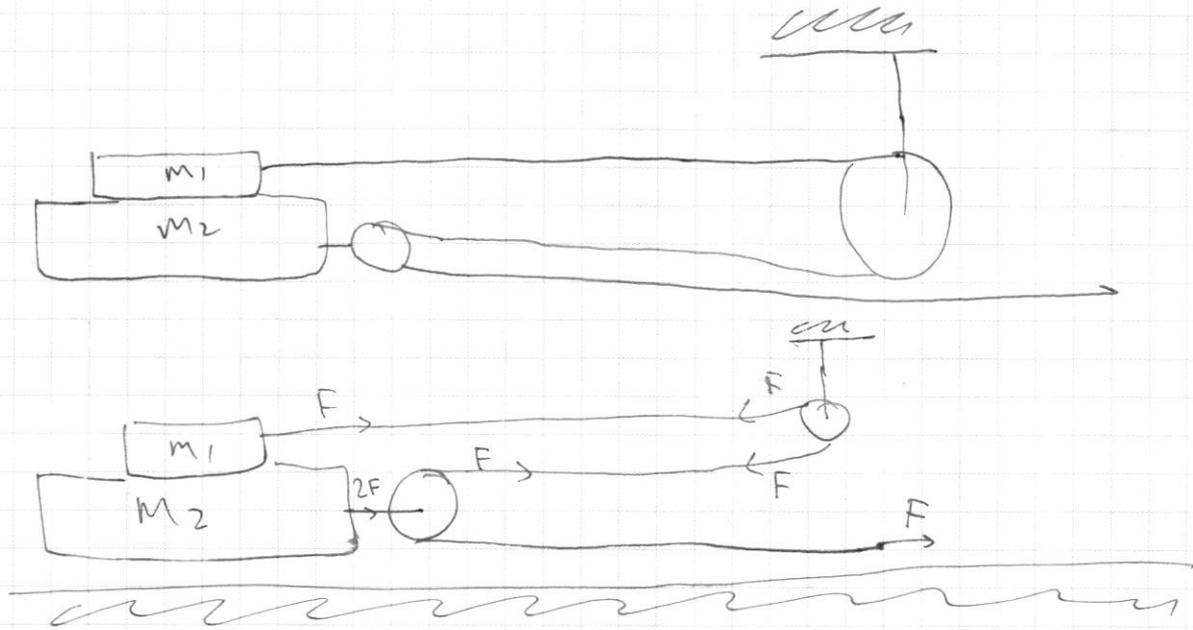
$$\frac{3v_0^2}{8g} = h \quad 3.75m$$

$$v_0 t - \frac{gt^2}{2} = 5 - \frac{10 \cdot 0.25}{2} = 5 - 1.25 = 3.75m$$



$$\rho_0 g h S = kx \quad h = \frac{kx}{\rho_0 g S}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$m_2 a = 2F - \mu m_2 g$$

$$m_1 a = \mu m_2 g$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{2F - \mu m_2 g}{\mu m_2 g}$$

$$\frac{5}{3} F = 2F - \mu m_2 g$$

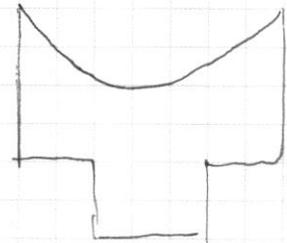
$$\frac{1}{3} F = \mu m_2 g$$

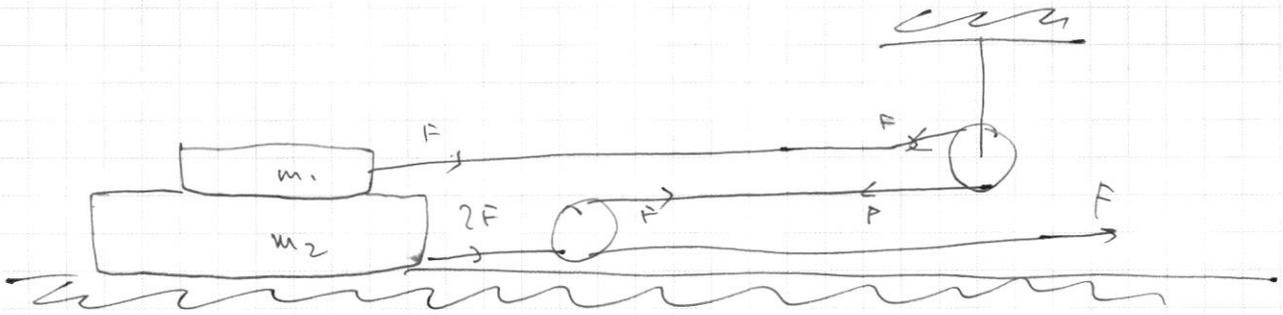
$$F = 1.5 \mu m_2 g$$

$$m_1 a =$$

$$m_2 a_2 = 2F$$

$$F = \mu m_1 g$$





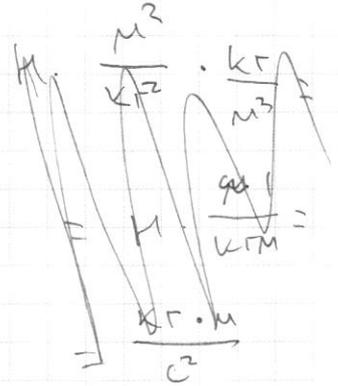
$$m_2 a = 2F - \mu(m_1 + m_2)g$$

$$\div m_1 a = F$$

$$\frac{5}{3}F = 2F - 8\mu mg$$

$$\frac{1}{3}F = 8\mu mg$$

$$F_0 = 24\mu mg$$



$$m_2 a_2 = 2F - \mu(m_1 + m_2)g$$

$$m_1 a_1 = F - \mu m_1 g$$

$$\frac{F}{15m} \geq \frac{3\mu g}{5}$$

$$a_2 \geq a_1$$

$$a_2 = \frac{2F}{5m} - \frac{8}{5}\mu mg$$

$$F \geq 9\mu mg$$

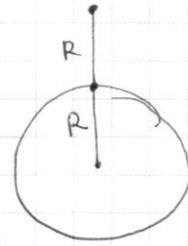
$$a_1 = \frac{1}{3}F - \mu g$$

$$\frac{2F}{5m} - \frac{8\mu g}{5} \geq \frac{F}{3m} - \mu g$$

$$\frac{6F}{15m} - \frac{5F}{15m} \geq \frac{8\mu g - 5\mu g}{5}$$

$$mg = G \frac{mM}{gR^2}$$

$$g = G \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3}{gR^2} = \frac{4}{27} \cdot G \rho \pi R$$

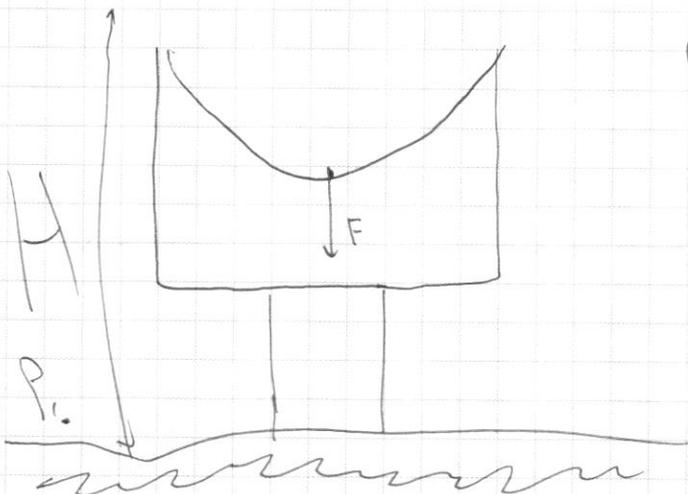


$$m \frac{v^2}{2R} = G \frac{mM}{4R^2}$$

$$v^2 = G \cdot \frac{M}{2R} = G \cdot \frac{\frac{4}{3} \pi R^3 \cdot \rho}{2R} = \frac{2}{3} \pi G \rho R^2$$

$$v = R \cdot \sqrt{\frac{2}{3} \pi G \rho}$$

$$T = \frac{4\pi}{\sqrt{\frac{2}{3} \pi G \rho}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 16 \pi^3 \cdot 3}{2 \pi G \rho}} = \sqrt{\frac{24\pi}{G \rho}}$$

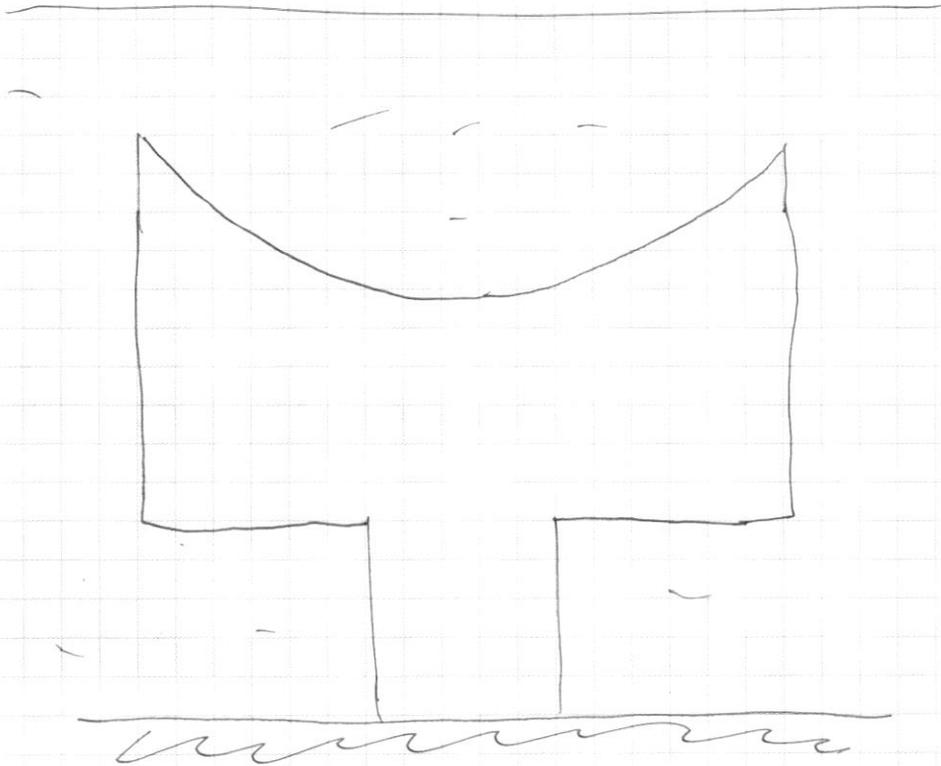


$$P_1 = \rho g H + p_0 = 1000 \cdot 10 \cdot 3 + 100000 = 130 \text{ kPa}$$

$$F = P_1 S - \rho g V = 130000 \cdot 10 \cdot 10^{-4} - 1000 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 130 - 50 = 80 \text{ N}$$

$$P_1 S - F = \rho g V$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$P_1 = \rho g h_{\text{ср}} =$$

$$P_1 = \rho g H \cdot \frac{1}{2} =$$

$\rho g V$

$$P_1 \cdot S - F = \rho V g$$

$$F = |P_1 \cdot S - \rho V g| = \left| \rho g (S H - V) \right| =$$

$$= \left| 1000 \cdot 10 \cdot \left(\overset{0,01}{\text{архив}} \cdot 3 - 0,05 \right) \right| =$$

$$= 10^5 \cdot 0,02 = 2 \text{ кН}$$