

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

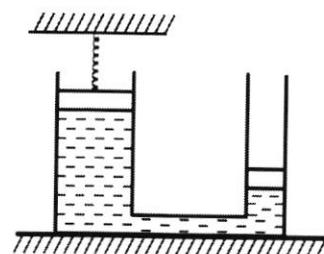
Вариант 09-02

Шифр

(заполняется секретарём)

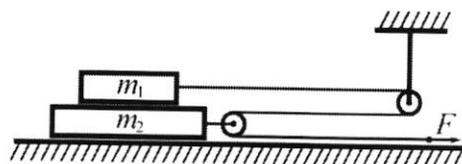
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 10$ м/с.
- 1) Через какое время t после старта скорость камня будет равна по величине $V_0/2$?
 - 2) На какой высоте h , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине $V_0/2$?
- Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности ρ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Деформация пружины равна x . Площадь сечения левого поршня S , правого $S/3$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g .



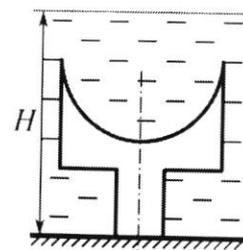
- 1) Найдите разность h уровней жидкости в сосудах.
 - 2) Найдите массу m груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.
3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты $h = R$, здесь R – радиус планеты. Плотность планеты ρ . Гравитационная постоянная G . Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.
- 1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $3R$ от центра планеты.
 - 2) Найдите период T обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков $m_1 = 3m$, $m_2 = 5m$. Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен μ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



- 1) Найдите величину F_0 горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.
- 2) Найдите минимальную силу F , при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

5. Ко дну бассейна глубиной $H=3$ м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции $V = 5$ дм³, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей $S = 10$ см². Плотность воды $\rho = 1$ г/см³, атмосферное давление $P_0 = 100$ кПа. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



- 1) Найдите давление P_1 вблизи дна.
- 2) Найдите величину F силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

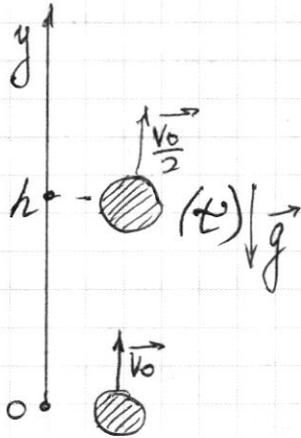
№1. Дано:

$$v_0 = 10 \frac{м}{с}$$

$$g = 10 \frac{м}{с^2}$$

$t = ?$

$h = ?$



1. Законы движения

$$y(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

$$v_y(t) = v_0 - gt$$

2. В момент t :

$$v_y = \frac{v_0}{2} \quad (1)$$

$$y = h \quad (2)$$

$$(1) \quad \frac{v_0}{2} = v_0 - gt$$

$$gt = \frac{v_0}{2}$$

$$t = \frac{v_0}{2g}$$

$$t = \frac{10}{20}$$

$$\boxed{t = 0,5 \text{ с}}$$

$$(2) \quad h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

Подставим t , получим

$$h = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{v_0^2}{8g}$$

$$h = \frac{3v_0^2}{8g}$$

$$h = \frac{300}{80}$$

$$\boxed{h = 3,75 \text{ м}}$$

Ответ: $t = 0,5 \text{ с}$

$h = 3,75 \text{ м}$

№3. Дано:

$$h = R$$

$$R$$

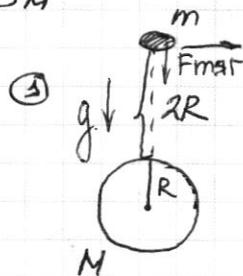
$$\rho$$

$$G$$

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$g = ?$

$T = ?$



1) В данном случае g -ускорение свободного падения и центростремительное ускорение планеты, поэтому по II закону Ньютона:

$$F_{нат} = mg$$

2) По закону Всемирного тяготения

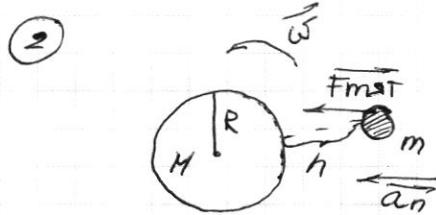
$$F_{нат} = \frac{GmM}{(3R)^2}$$

$$3) \quad M = \rho V = \frac{4}{3}\rho\pi R^3$$

4) Из пунктов 1, 2 и 3

$$mg = \frac{4GM\rho\pi R^3}{3 \cdot 9R^2}$$

$$g = \frac{4}{27} G\rho\pi R$$



1) Из пункта 1.3 $M = \frac{4\rho\pi R^3}{3}$, т.к. масса объёма постоянна

2) По II закону Ньютона:
 $F_{m\pi T} = ma_n$

3) По закону всемирного тяготения:
 $F_{m\pi T} = \frac{GMm}{(R+h)^2} = \frac{4G\rho\pi R^3 m}{3(2R)^2} = \frac{G\rho\pi R m}{3}$

4) Из п. 2 и 3
 $ma_n = \frac{G\rho\pi R m}{3}$

5) $T = \frac{2\pi}{\omega} \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T}$

6) $a_n = \omega^2(R+h) = 2\omega^2 R = \frac{8\pi^2 R}{T^2}$

7) Из пунктов 4, 5 и 6
 $\frac{G\rho\pi R m}{3} = \frac{8\pi^2 R m}{T^2}$

Ответ: $g = \frac{4}{27} G\rho\pi R$

$$T = 2\sqrt{\frac{6\pi}{G\rho}}$$

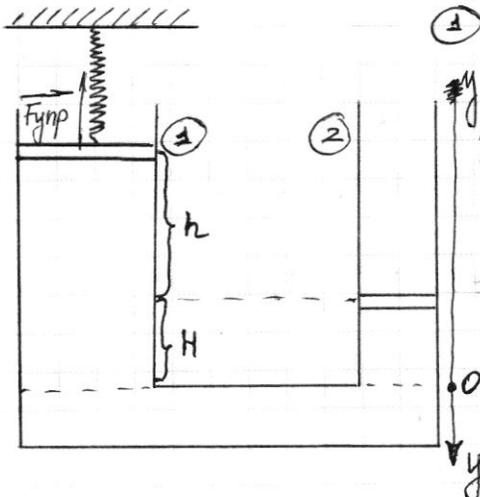
$$T^2 = \frac{24\pi}{G\rho}$$

$$T = 2\sqrt{\frac{6\pi}{G\rho}}$$

N2 Дано:

ρ g
 k $F_{mp} = 0$
 α
 β
 γ
 δ
 ϵ

$h - ?$
 $m - ?$



1) $F_{упр}$ направлено вверх т.к. в п. 2 написано, что $F_{упр} = 0H$, если добавить груз на правую часть, т.е. на правой поршень

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Обозначим за 0 точку где сосуды имеют общее пространство вплоть до дна (см рисунок ранее)
Пусть H - высота правого поршня.

Обозначим левый поршень цифрой 1, а правой 2.

Т.к. сосуды сообщаются в т. 0 $P_1 = P_2$

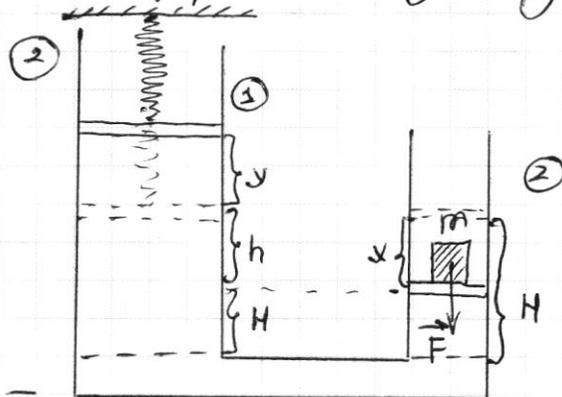
$$P_1 = \rho g (h+H) + \frac{F_{упр}}{S}$$

$$P_2 = \rho g H$$

$$\rho g h + \rho g H = \frac{kx}{S} = \rho g H$$

$$h = \frac{kx}{\rho g S}$$

$F_{упр} = kx$ по закону Гука



$$P_1 = \rho g (H+h+x) \quad (2)$$

$$P_2 = \rho g (H-x) + \frac{3F}{S} \quad (3)$$

$$F = mg \quad (4)$$

Получим из ф. 1, 2, 3 и 4

$$F_{упр} = 0$$

$$\text{как и в п. 1 } P_1 = P_2 \quad (1)$$

$$\rho g (H+h+x) = \rho g (H-x) + \frac{3mg}{S}$$

$$\rho g (h+2x) = \frac{3mg}{S}$$

$$m = \frac{\rho (h+2x) S}{3}$$

Подставим h из предыдущего решения

$$m = \frac{\rho S}{3} \left(\frac{kx + 2\rho g S'}{\rho g S} \right) = \frac{x}{3} \left(\frac{k + 2\rho g S'}{g} \right) = \frac{x}{3g} (k + 2\rho g S')$$

Ответ: $m = \frac{x}{3g} (k + 2\rho g S')$; $m = \frac{\rho S'}{3} (h+2x)$ без подстановки h

№4. Дано:

$$m_1 = 3m$$

$$m_2 = 5m$$

μ

$$m_H, m_B, F_{mpB} \rightarrow 0$$

F_0 , если:

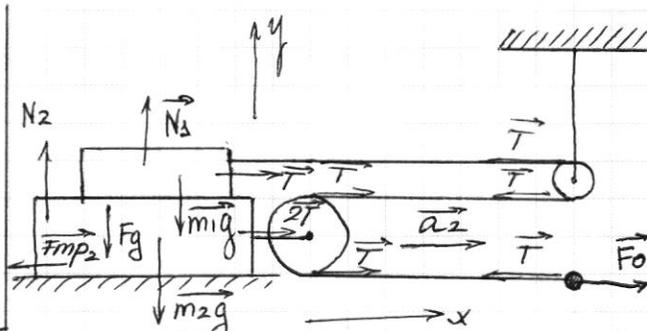
$$a_2 > 0$$

$$F_{mp3} = 0$$

F : $a_2 > 0$

$$a_1 > 0$$

1 брусок \rightarrow
влево отн.
2 бруска



м.к. $F_{mp3} = 0$, но она не изображена

$F_{mp3} \leq \mu N_3$ по определению, м.к.

$F_{mp3} = 0$ Н, но F_{mp3} - трение покоя, это значит, что брусок 1 покоится (имеет $0 = v$; $a = 0$) относительно бруска 2.

При этом в условии сказано, что 2 брусок скользит по столу \rightarrow имеет своё ускорение $a_2 \rightarrow$ $a_1 = a_2$, м.к. $a_{отн} = 0 \frac{м}{с^2}$.

По II закону Ньютона:

$$x: 2T - F_{mp2} = m_2 a_2 \quad (4) \quad y: N_2 - F_g - m_2 g = 0 \quad (1)$$

$$T = m_1 a_2 \quad (3)$$

$$N_1 - m_1 g = 0 \quad (2)$$

По III закону Ньютона: $T = F_0 \quad (5)$
 $F_g = N_1$

Сложим 1 и 2; найдем N_2

$$N_2 = (m_1 + m_2)g$$

$$N_2 = 8mg$$

$$F_{mp2} = 8\mu mg$$

Выразим из 3 a_2 : $a_2 = \frac{T}{m_1} = \frac{T}{3m}$

Подставим F_{mp2} и a_2 в 4

$$2T - 8\mu mg = \frac{5m}{3m} T$$

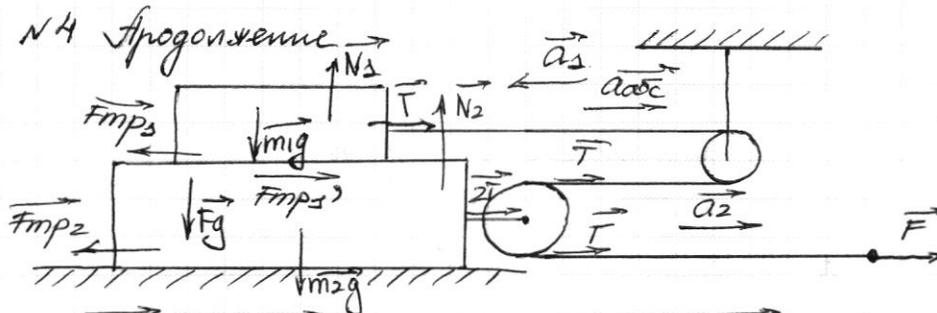
$$\frac{1}{3}T = 8\mu mg$$

$$T = 24\mu mg$$

Ответ 1: $F_0 = 24\mu mg$

Из 5 формулы $F_0 = T$, $F_0 = 24\mu mg$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\vec{a}_{abc} = \vec{a}_{отн} + \vec{a}_{пер.}$$

$$\vec{a}_{отн} = \vec{a}_{abc} - \vec{a}_{пер.}$$

$$\vec{a}_{abc} = \vec{a}_{abc}$$

$$\vec{a}_{пер.} = \vec{a}_2$$

$$\vec{a}_{отн} = \vec{a}_1$$

$$\vec{a}_{отн} = \vec{a}_2 - \vec{a}_{abc}$$

$$\boxed{a_1 = a_2 - a_{abc}}$$

$$a_{abc} \geq 0$$

$$a_2 - a_1 \geq 0$$

$$\boxed{a_1 \leq a_2}$$

$$\vec{a}_{отн} = \vec{a}_{abc} - \vec{a}_2$$

$$a_{отн} > 0$$

$$a_2 > a_{abc}$$

a_{abc} бруска может быть направлено только вправо, т.е.

$$T - F_{mp1} = m_1 a_{abc}$$

$$F_{mp1} = T, F_{mp1} \leq \mu N_1, \text{ т.е.}$$

пока $T \leq \mu N_1$, F_{mp} - попола,

$a_{abc} = 0$, а далее $F_{mp1} = \mu N_1$.

По II закону Ньютона:

$$x: 2T + F_{mp1}' - F_{mp2} = m_2 a_2$$

$$T - F_{mp1} = m_1 a_{abc}$$

$$y: N_2 - m_2 g - F_g = 0$$

$$N_1 - m_1 g = 0 \rightarrow N_1 = m_1 g = 3mg$$

По III з. Ньютона:

$$F_g = N_2$$

$$F_{mp1} = F_{mp1}'$$

$$F = T$$

По определению F_{mp} :

$$F_{mp1} = \mu N_1 = 3\mu mg$$

$$N_2 \text{ из } \Delta \text{ части задачи } N_2 = 8mg$$

$$F_{mp2} = \mu N_2 = 8\mu mg$$

Подставим все в ур-я по x , выразим a_2 и a_{abc}

$$2F + 3\mu mg - 8\mu mg = 5m a_2 \rightarrow a_2 = \frac{2F}{5m} - \mu g$$

$$F - 3\mu mg = 3m a_{abc} \rightarrow a_{abc} = \frac{F}{3m} - \mu g$$

Найдем a_1 :

$$a_1 = a_2 - a_{abc} = \frac{2F}{5m} - \mu g - \frac{F}{3m} + \mu g = \frac{F}{15m}$$

Подставим в отношение $(a_1 \leq a_2)$ a_1 и a_2 :

$$\frac{F}{15m} \leq \frac{2F}{5m} - \mu g$$

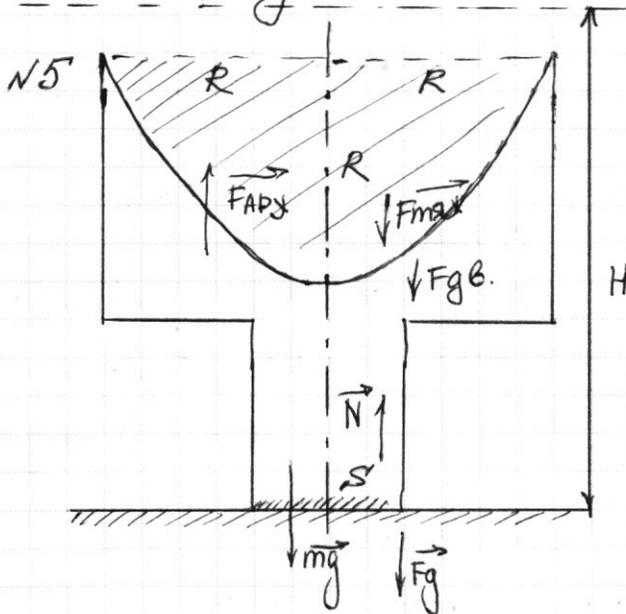
$$\frac{2F}{5m} - \frac{F}{15m} \geq \mu g$$

$$\frac{5F}{15m} \geq \mu g$$

$$F \geq 3m\mu g$$

$$F_{\min} = 3\mu mg$$

Ответ: $F = 3\mu mg$



Дано: $H = 3\text{ м}$

$$V_T = 5\text{ м}^3 = 5 \cdot 10^3 \text{ см}^3$$

$$S = 10 \text{ см}^2$$

$$\rho_B = 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$$

$$P_0 = 100 \text{ кПа}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$P_2 - ?$$

$$F - ?$$

$$F' - ?$$

P_2 - давление на дно бассейна рядом с конструкцией \rightarrow
 $\rightarrow P_2 = P_0 + P_B$

$$P_0 = 100000 \text{ Па}$$

$$P_B = \rho_B g H = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 3 \text{ м} = 3 \cdot 10^4 \text{ Па}$$

$$P_2 = 100000 + 30000 = 130000 \text{ Па} = 130 \text{ кПа}$$

F действие воды - сила выталкивающая или сила Архимеда, т.к. P_B на все части конструкции одинакова и скомпенсирована, а F_{APX} - единственная сила, с которой вода может действовать на конструкцию ~~поэтому~~

$$F = F_{\text{max}} \text{ воды} + F_{APX}$$

$$F_{\text{max}} \text{ воды} = F_g \text{ воды} = m_B g = V_B \cdot \rho_B \cdot g = \frac{S \cdot 2HR}{2} \cdot \rho_B \cdot g = \rho_B S H R g = 3,14 \cdot 10^2 R = 314R \text{ Н}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

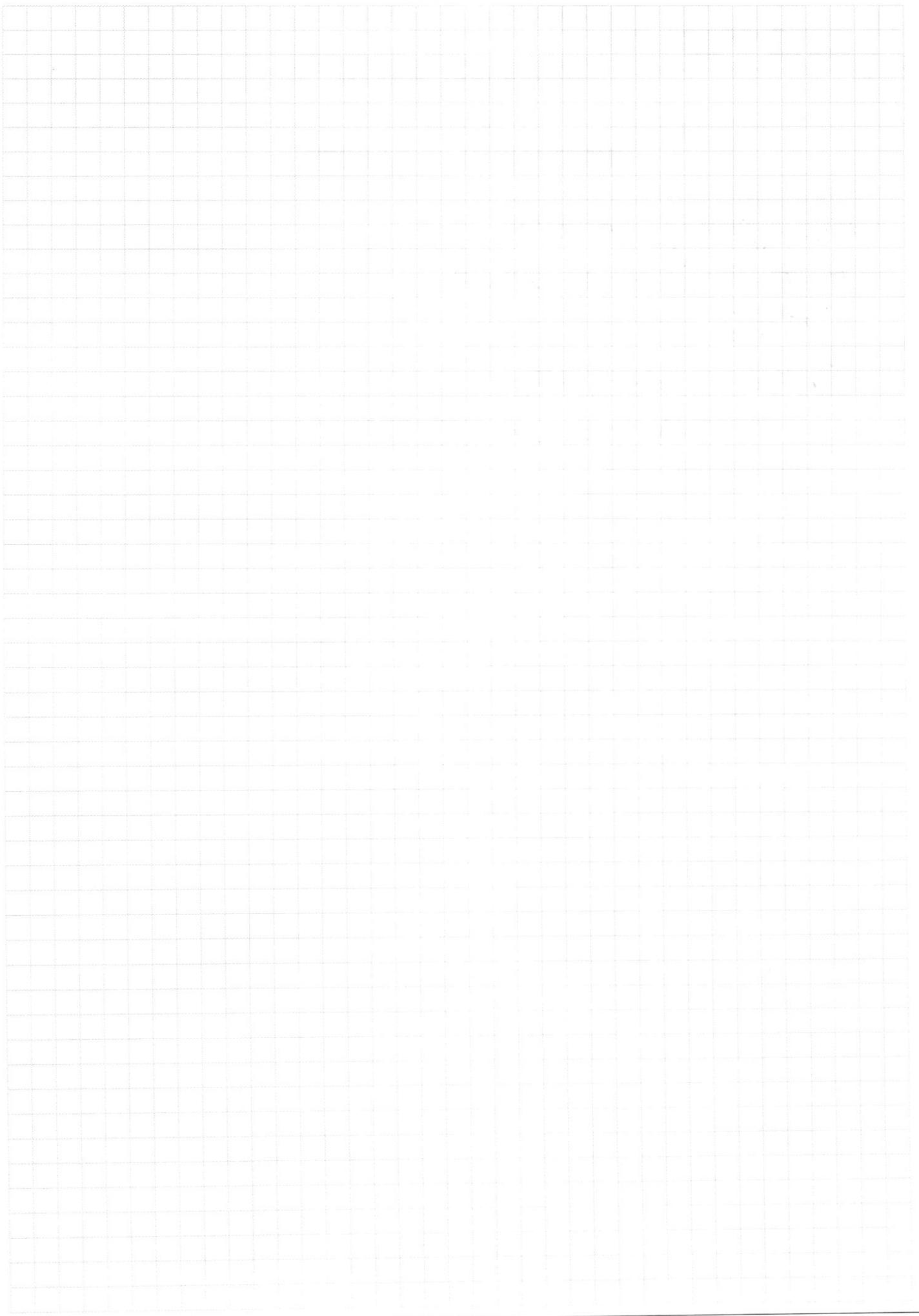
$$F_{APX} = \rho V g = 5 \cdot 10^4 \text{ Н}$$

$$F = F_{APX} = 50000 \text{ Н} = 50 \text{ кН}$$

$$\vec{F} \uparrow \uparrow \vec{F}_{APX}$$

Ответ: 50 кН; вверх

$$P_{\Delta} = 130 \text{ кДж}$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)

$$\frac{3}{5} \frac{2F}{5m} - \frac{5}{3m} F > 0$$

$$\frac{6F - 5F}{15m} > 0$$

$$\frac{F}{15m} > 0 \quad | \cdot 15m \quad (\text{знак не изменится, т.к. } m > 0)$$

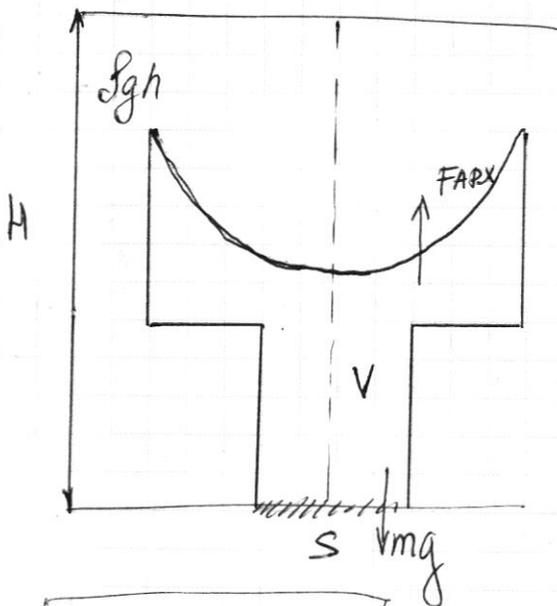
$F > 0 \rightarrow$ такая сила имеется

Из отношения $a_1 > a_2 \rightarrow$

$\rightarrow \frac{a_2}{a_1} > 1$ подставим значение

$$\frac{2F - 5mg}{5m} \cdot \frac{3m}{F - 3mg} > 1 \quad | \cdot 5(F - 3mg)$$

P_A



$$P_{\Delta} = P_A + P_B$$

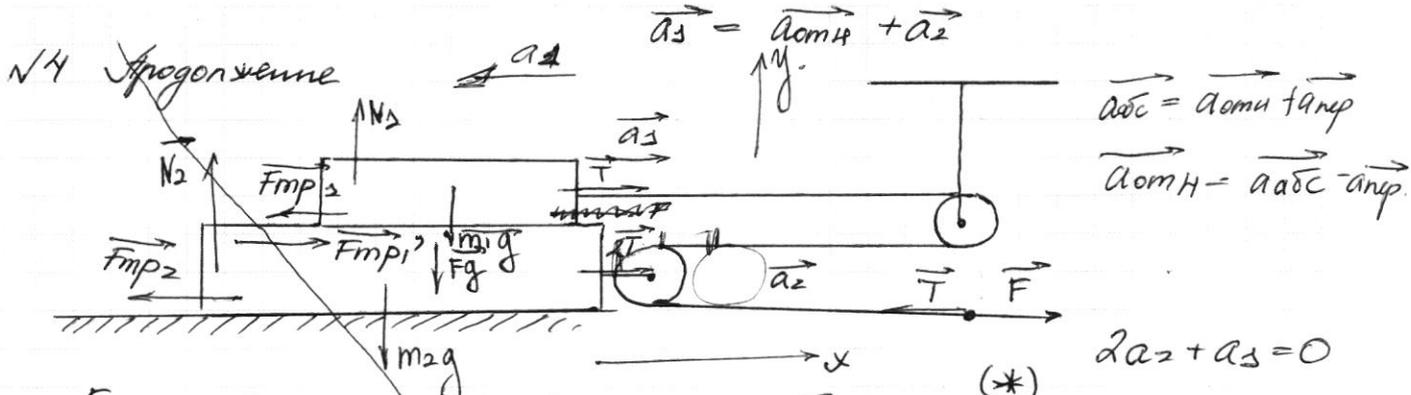
~~F_{BPX}~~

$$F_{APX} = S_0 \rho g h$$

$$mg = S \rho g h$$

R

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



Брусок 1 движется влево отн. бруска 2: (*)

$$v_{абс1} < v_{абс2} \quad | \Delta$$

$$\Delta v_{абс1} < \Delta v_{абс2} \quad | \Delta t$$

$$a_{абс1} < a_{абс2}$$

$$\boxed{a_3 < a_2}$$

* Брусок 1 обязан поехать вправо или остановиться, т.к. $F_{mp1} \leq T$, F_{mp1} не может двигать брусок, это сила сопротивления, а не движение.

По II закону Ньютона:

$$x: 2T + F_{mp1}' - F_{mp2} = m_2 a_2 \quad (1) \quad y: N_2 - m_2 g - F_g = 0$$

$$T - F_{mp1} = m_1 a_1 \quad (2) \quad F_{mp1} - T = 0 \quad N_1 - m_1 g = 0 \rightarrow N_1 = 3mg$$

По III закону Ньютона: $3mg - F > 0$

По определению:

$$T = F$$

$$F_{mp1} = F_{mp1}' = 5ma_2$$

$$N_1 = F_g$$

$$2F + 3mg - 8mg = F_{mp1} = \mu N_1 = 3mg$$

$$F_{mp2} = \mu N_2$$

$$\frac{2F}{5m} - \mu g = a_2$$

из 1 части задачи $N_2 = 8mg$

$$F_{mp2} = 8\mu mg$$

Подставим известные величины в (1) и (2), найдем a_1, a_2 .

$$2F + 3\mu mg - 8\mu mg = 5ma_2 \rightarrow a_2 = \frac{2F}{5m} - \mu g$$

$$F - 3\mu mg = 3ma_1 \rightarrow a_{абс} = \frac{F}{3m} - \mu g$$

Воспользуемся отношением $a_1 < a_2$

$$\frac{F}{3m} - \mu g < \frac{2F}{5m} - \mu g$$

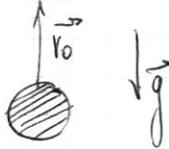
$$\frac{6F - F}{15m} \geq \mu g$$

$$\frac{2F}{5m} - \mu g - \frac{F}{3m} + \mu g = a_{отн}$$

$$\frac{F}{15m} = a_{отн} \quad \frac{F}{15m} \leq \frac{2F}{5m} - \mu g$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

v_0



$$y(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$$

$$v_y(t) = v_0 - gt$$

$$\frac{v_0}{2} = v_0 - gt$$

$$gt = \frac{v_0}{2}$$

$$t = \frac{v_0}{2g}$$

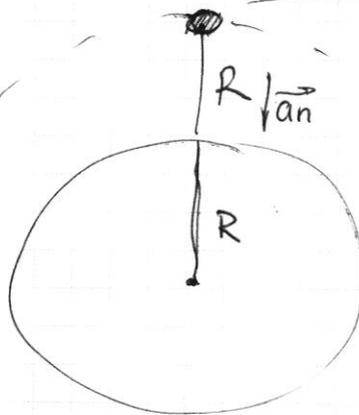
$$y = \frac{v_0 \cdot v_0}{2 \cdot 2g} - \frac{g \cdot v_0^2}{2 \cdot 4g}$$

$$y = \frac{v_0^2}{2g} - \frac{v_0^2}{8g}$$

$$y = \frac{3v_0^2}{8g}$$

$$\begin{array}{r} 30 \overline{) 8} \\ 24 \quad 3,75 \\ \underline{-60} \\ 56 \\ \underline{-40} \\ 40 \end{array}$$

3



$$F_{\text{норм}} = m a_n$$

$$\frac{GM}{(3R)^2} = m a_n$$

$$a_n = g$$

$$g = \frac{GM}{9R^2}$$

$$M = \rho V = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$$

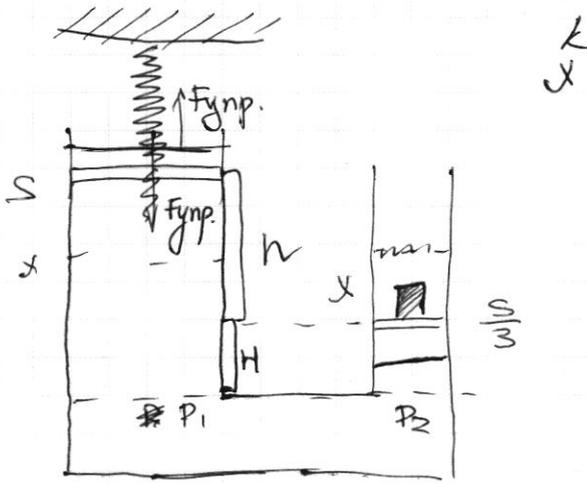
$$G = \frac{FR^2}{mM} = \frac{H \cdot M^2}{k R^2} \cdot \frac{k}{M^3} \cdot R g = \frac{4G\rho\pi R^3}{3 \cdot 9R^2}$$

$$[g_{\text{норм}}] = \frac{v}{R} \cdot t = \frac{H \cdot G}{\epsilon M}$$

$$\frac{H}{M} = \frac{H}{\epsilon^2}$$

$$\frac{k \cdot M}{\epsilon^2} = H$$

R
G
F
V



$$P = \frac{F}{S} = \left[\frac{H}{M^2} \right]$$

$$P_{B1} - \frac{F_{\text{spring}}}{S} = P_{B2}$$

$$P_{B1} = \rho g (h+H)$$

$$P_{B2} = \rho g (H)$$

$$\frac{k \cdot \Delta x}{S} = \frac{H}{M^2} \cdot \frac{k}{C^2}$$

$$\rho g h + \rho g H - \frac{kx}{S} = \rho g H$$

$$\rho g h = \frac{kx}{S}$$

$$h = \frac{kx}{\rho g S} \cdot \frac{H}{\frac{k \cdot \Delta x}{M^2 C^2} \cdot M^2}$$

$$P_{B1} = P_{B2} + F$$

$$\rho g (H+h+x) = \rho g (H-x) + 3mg$$

$$\rho g (H+h+x-H+x) = \frac{3mg}{S} \quad \rho g \left(\frac{kx + 2x \rho g S}{\rho g S} \right)$$

$$m = \frac{\rho S (h+2x) S}{3}$$

$$x (k + 2 \rho g S) = \frac{M \left(\frac{H}{M} + \frac{k \cdot \Delta x}{M^2 C^2} \cdot M^2 \right)}{3g}$$

$$F = ma = mg = \rho \cdot S \cdot (H+h) g$$

$$\frac{F - 3mg}{3m} = \frac{2F - 5mg}{5m}$$

$$\frac{2F - 5mg}{5m} - \frac{F - 3mg}{3m} > 0$$

$$\frac{6F - 15mg - 5F + 15mg}{15m} > 0$$

$$\frac{F}{15m} > 0$$

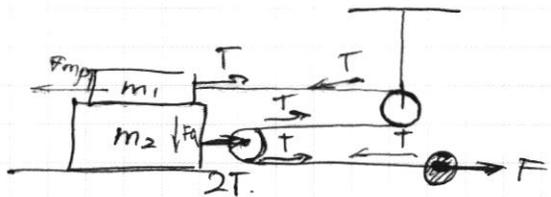
$$\frac{F - 3mg}{3m}$$

$$\frac{2F - 5mg}{5m} \cdot \frac{3m}{F - 3mg} > 1$$

$$2F - 5mg > F - 3mg$$

$$F > 2mg$$

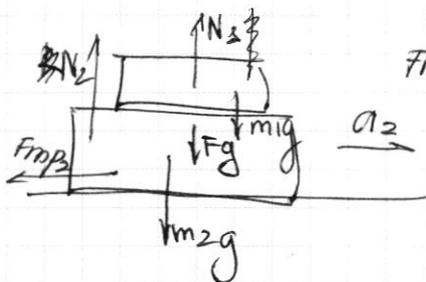
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



3m
5m
N

$$T - F_{mp2} = m_1 a_1$$

$$2T - F_{mp2} + F_{mp1} = m_2 a_2$$



$$F_{mp1} = 0 \quad F_{mp2} \leq \mu N$$

$$F_{mp1} - \mu p \text{ по условию}$$

$$a_1 = 0$$

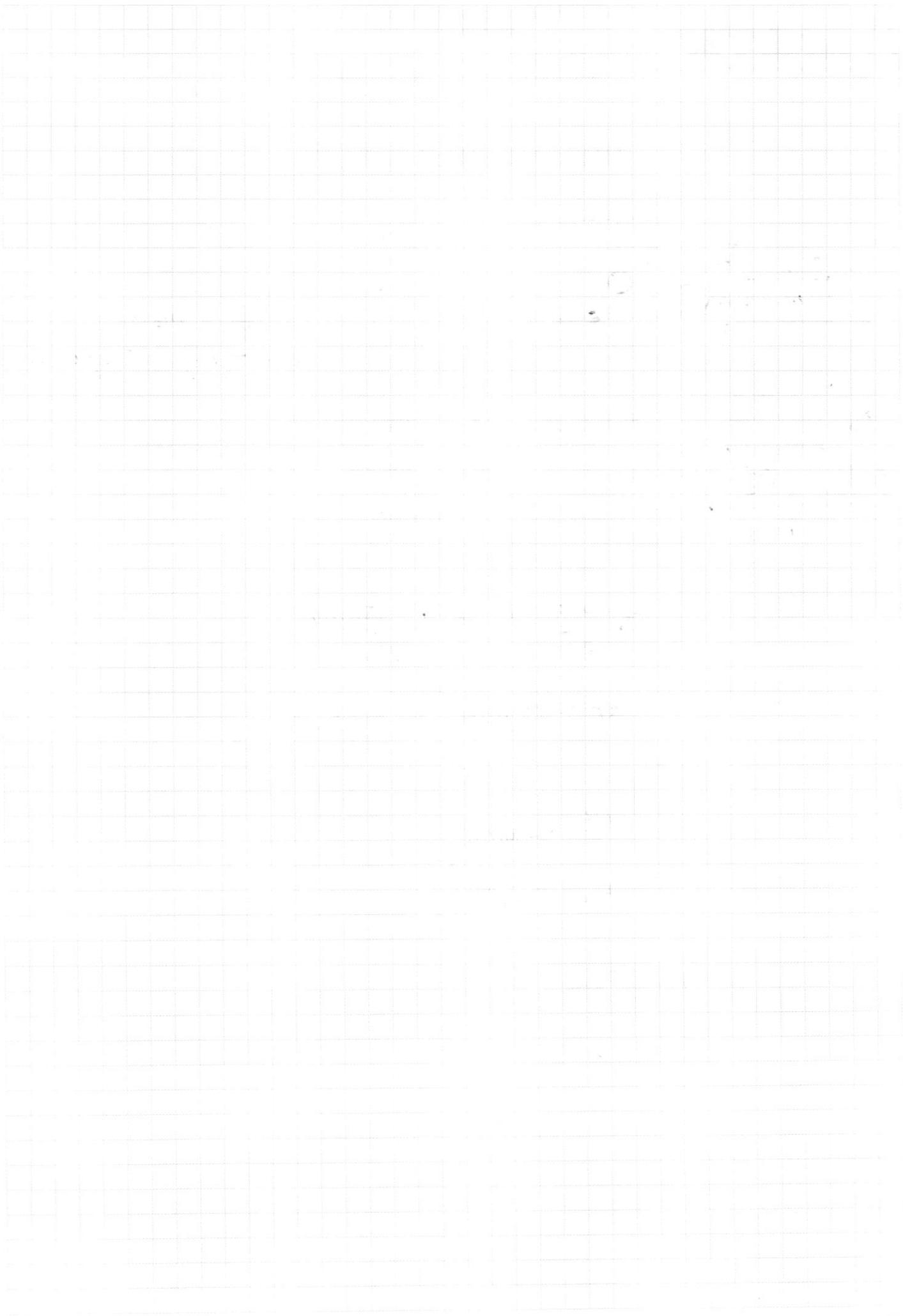
$$\frac{3\mu mg - F}{3m} < \frac{2F - 5\mu mg}{5m}$$

$$\frac{6F - 15\mu mg - 15\mu mg + 3F}{15} > 0$$

$$\frac{11F}{15} > \mu mg$$

$$F \geq \left[\frac{15}{11} \mu mg \right]$$

$$F = \frac{15}{11} \mu mg$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)