

# Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

Вариант 09-01

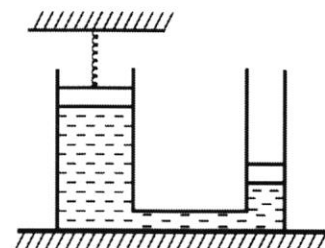
Шифр

(заполняется секретарём)

1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью  $V_0 = 12$  м/с.

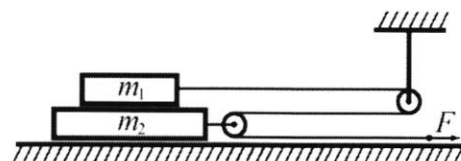
- 1) Через какое время  $t$  после старта скорость камня будет равна по величине  $V_0/3$ ?
  - 2) На какой высоте  $h$ , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине  $V_0/3$ ?
- Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности  $\rho$ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости  $k$  с верхней опорой. Разность уровней жидкости в сосудах равна  $h$ . Площадь сечения левого поршня  $S$ , правого  $S/2$ . Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения  $g$ .



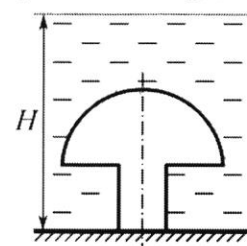
- 1) Найдите деформацию  $x$  пружины.
  - 2) Найдите массу  $m$  груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.
3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты  $h = 0,5R$ , здесь  $R$  – радиус планеты. Плотность планеты  $\rho$ . Гравитационная постоянная  $G$ . Объём шара  $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ .
- 1) Найдите ускорение  $g$  свободного падения на расстоянии  $2R$  от центра планеты.
  - 2) Найдите период  $T$  обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков  $m_1 = 2m$ ,  $m_2 = 3m$ . Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен  $\mu$ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



- 1) Найдите величину  $F_0$  горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.
- 2) Найдите величину  $F$  минимальной силы, при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

5. Ко дну бассейна глубиной  $H=2,5$  м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции  $V = 8$  дм<sup>3</sup>, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей  $S = 20$  см<sup>2</sup>. Плотность воды  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>, атмосферное давление  $P_0 = 100$  кПа. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>.



- 1) Найдите давление  $P_1$  вблизи дна.
- 2) Найдите величину  $F$  силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Дано:

$$v_0 = 12 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

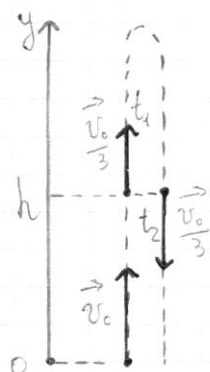
$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Найти:

$$t \left( \frac{v_0}{3} \right) - ?$$

$$h \left( \frac{v_0}{3} \right) - ?$$

Решение:



1. Нарисуем траекторию по которой движется камень.

2. Заметим, что скорость камня  $\frac{v_0}{3}$  будет два раза, когда камень летит от школьника и к нему, но эта скорость будет на одной высоте -  $h$ .

3. Запишем уравнение изменения скорости на ось  $Oy$ :

$$\frac{v_0}{3} = v_0 - g t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{2v_0}{3g} = \frac{2 \cdot 12}{3 \cdot 10} = \boxed{0,8 \text{ с}}$$

$$-\frac{v_0}{3} = v_0 - g t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{4v_0}{3g} = \frac{4 \cdot 12}{3 \cdot 10} = \boxed{1,6 \text{ с}}$$

$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$  - векторный вид

4. Для того чтобы найти высоту, воспользуемся формулой:

$$\vec{h} = \frac{\vec{v}_k^2 - \vec{v}_0^2}{2\vec{g}}; \quad O_y: h = \frac{v_k^2 - v_0^2}{-2g} = \frac{8v_0^2}{9 \cdot 2g} = \frac{4v_0^2}{9g} = \frac{4 \cdot 12^2}{9 \cdot 10} = \boxed{6,4 \text{ м}}$$

Ответ:  $t_1 = 0,8 \text{ с}$ ;  $t_2 = 1,6 \text{ с}$ ;  $h = 6,4 \text{ м}$

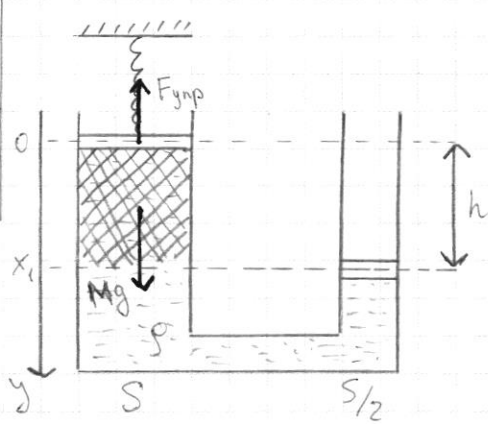
Дано:

$\rho; h; S; \frac{S}{2}; g$

Найти:

$x - ? ; m - ?$

Решение:



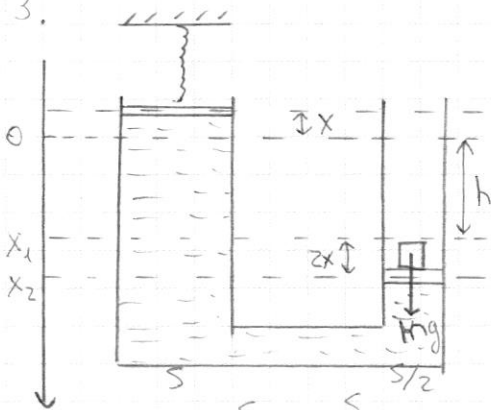
1. Сила упругости пружины может действовать на поршень только вверх, т.к. сил, направленных вверх, обеспечивающих такой равновесие <sup>большее</sup> нет.

2. На глубине  $x_1$  давление правого поршня равно нулю, т.к. он невесомый, тогда заштрихованный кусок жидкости в левом поршне не должен оказывать никакого давления на глубине  $x_1$ . Тогда его сила тяжести должна уравновешиваться силой упругости.  $M = gSh$

Условие равновесия заштрих. части:  $F_{упр} = gShg = Mg$

$$kx = gShg \Rightarrow x = \frac{gShg}{k}$$

3.



Для того чтобы деформация пружины стала 0, левый поршень должен подняться на  $x$  вверх. Тогда правый поршень опустится на  $y$  вниз, т.к. объем ~~воды~~ жидкости не изменился,

то  $xS = y \frac{S}{2} \Rightarrow y = 2x$

4. Рассмотрим давление на ~~глубине~~  $x_2$ :

От левого поршня:  $p_1 = \rho g(x+h+2x)$

От правого поршня:  $p_2 = \frac{2mg}{S}$

Система в равновесии  $\Rightarrow p_1 = p_2$ :

$\rho g(3x+h) = \frac{2mg}{S}$  ; из 2 пункта:  $x = \frac{gShg}{k}$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Получаем:  $g \left( \frac{3gShg}{k} + h \right) = \frac{2m}{5} \Rightarrow m = \frac{gSh \left( \frac{3gSg}{k} + 1 \right)}{2}$

Ответ:  $x = \frac{gShg}{k}$ ;  $m = \frac{gSh \left( \frac{3gSg}{k} + 1 \right)}{2}$

№3

Дано:

$h = 0,5R$

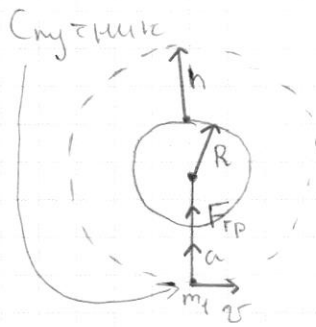
$g$ ;  $G$

Найти:

$g(2R) - ?$

$T - ?$

Решение:



1. Для того чтобы найти  $g$  на расстоянии  $2R$  от центра планеты нужно рассчитать  $F$  - сила притяжения, на расстоянии  $2R$ ;  $F = \frac{GMm}{(2R)^2}$

$M$  - масса планеты;  $M = Vg = \frac{4}{3}\pi R^3 g$

$m$  - масса какого-то тела

Сила притяжения должна равняться  $mg$ :

$$\frac{GMm}{4R^2} = mg \Rightarrow g = \frac{G \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 g}{4R^2} = \boxed{\frac{G\pi R g}{3}}$$

2. Рассмотрим спутник, движущийся по круговой орбите со скоростью  $v$ , ускорением  $a$ , направленным к центру планеты, также действует  $F_{gr}$ . По II закону Ньютона:

$$F_{gr} = ma \Rightarrow \frac{GMm}{(R+h)^2} = ma; h = 0,5R \Rightarrow R+h = 1,5R$$

Ускорение  $a$  можно рассчитать:  $a = \frac{4\pi^2(R+h)}{T^2}$

~3

Получаем:  $\frac{GM}{(1,5R)^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 1,5R}{T^2} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot 1,5^3 R^3}{GM}$

Подставляем:  $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot 1,5^3 R^3}{G \frac{4}{3}\pi R^3 \rho} = \frac{3\pi \cdot 1,5^3}{G\rho} \Rightarrow T = \frac{9\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{G\rho}} = \frac{4,5\sqrt{\pi}}{\sqrt{2G\rho}}$$

Ответ:  $g = \frac{G\pi R\rho}{3}$  ;  $T = 4,5\sqrt{\frac{\pi}{2G\rho}}$

~4

Дано:

$m_1 = 2m$

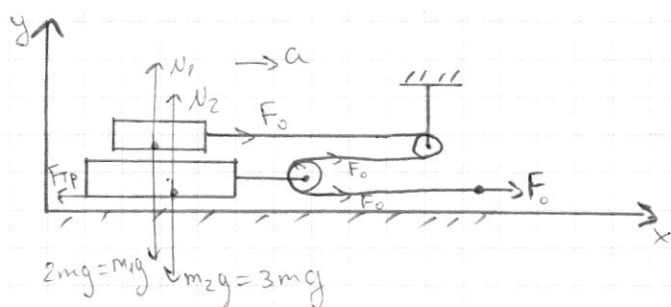
$m_2 = 3m$

$\mu$

Найти:

$F_0$  ;  $F$

Решение:



1. Вдоль оси  $y$  система не движется, тогда:

$N_1 = m_1 g = 2mg$

$N_2 = m_1 g + m_2 g = 5mg$

2. Если сила трения на брусок верхний 0, то он будет двигаться только под действием силы  $F_0$ . На нижний брусок будет действовать  $F_{тр} = \mu N_2 = 5m\mu$ , т.к. происходит скольжение и из-за подвижного блока  $2F_0$ . Чтобы не было силы трения между брусками, они должны двигаться с одинаковым ускорением:

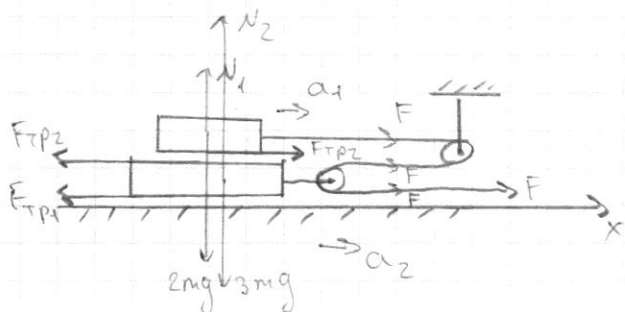
II закон Ньютона на ниж. брусок:  $Ox: 3ma = 2F_0 - 5m\mu$

на верх. брусок:  $Ox: 2ma = F_0 \Rightarrow ma = \frac{F_0}{2}$

Подставляем  $ma$  в первое уравнение:

$$\frac{3}{2}F_0 = 2F_0 - 5m\mu \Rightarrow 5m\mu = \frac{F_0}{2} \Rightarrow \boxed{F_0 = 10m\mu}$$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



н4

3. Поскольку все бруски будут двигаться относительно друг друга, то  $F_{тр1} = 5mg\mu$

$$F_{тр2} = 2mg\mu$$

4. При движении нижнего бруска вправо, сверху на него от тела верхнего будет действовать  $F_{тр2}$  влево, по III закону Ньютона  $F_{тр2}$  будет действовать на верхний брусок вправо. Пусть нижний брусок движется с ускорением  $a_2$ . Верхний -  $a_1$ .

II закон Ньютона на ось OX:

$$\text{ниж: } 3ma_2 = 2F - F_{тр1} - F_{тр2} = 2F - 7mg\mu \Rightarrow a_2 = \frac{2F}{3m} - \frac{7g\mu}{3}$$

$$\text{вер: } 2ma_1 = F + F_{тр2} = F + 2mg\mu \Rightarrow a_1 = \frac{F}{2m} + g\mu$$

Поскольку верхний брусок должен двигаться влево относительно нижнего бруска, то  $a_2 > a_1$

$$\frac{2F}{3m} - \frac{7g\mu}{3} > \frac{F}{2m} + g\mu \quad | \cdot 6$$

$$\frac{4F}{m} - 14g\mu > \frac{3F}{m} + 6g\mu$$

$$\frac{F}{m} > 20g\mu \Rightarrow F > 20mg\mu$$

Значит  $F_{\min} = 20mg\mu$

Ответ:  $F_0 = 10mg\mu$  ;  $F = 20mg\mu$

~5

Дано:

$$H = 2,5 \text{ м}$$

$$V = 8 \text{ дм}^3$$

$$S = 20 \text{ см}^2$$

$$\rho = 10^3 / \text{см}^3$$

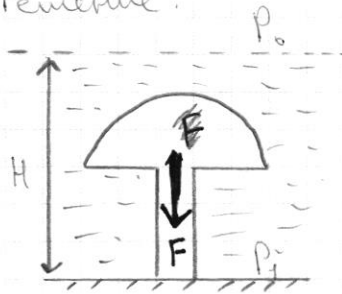
$$P_0 = 100 \text{ кПа}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

Найти:

$$P_1; F$$

Решение:



1. Давление  $P_1$  вблизи дна равно атмосферному давлению и плюс давление, которое формирует столб жидкости высотой  $H$ :

$$P_1 = P_0 + \rho g H = 100 \text{ кПа} + 1000 \cdot 10 \cdot 2,5 \text{ Па} = \boxed{125 \text{ кПа}}$$

2. Если бы конструкция не была прикреплена ко дну, то действовала бы  $F_A = \rho g V$ , но т.к.

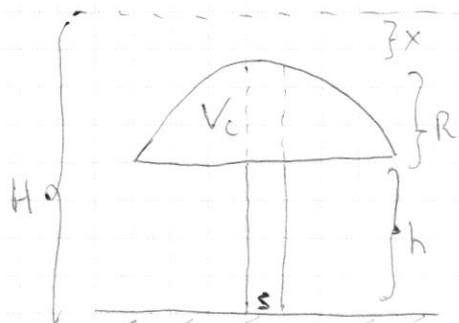
она прикреплена, то сила Архимеда противодействует сила давления вблизи дна. Пусть равнодействующая направлена вверх:

$$F = F_A - P_1 S = \rho g V - P_1 S = 1000 \cdot 10 \cdot 8 \cdot 10^{-3} - 125 \cdot 10^3 \cdot 20 \cdot 10^{-4} = 80 - 125 \cdot 2 = 80 - 250 = -170 \text{ Н}$$

Сила получилась отрицательная, значит она направлена  $\downarrow$ .

Ответ:  $P_1 = 125 \text{ кПа}$ ;  $F = 170 \text{ Н}$

## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$20 \cdot 2,5 = 50$$

$$\rho g \left( \frac{2}{3} \pi R^3 - SR \right) - \rho g S(R+h) =$$

$$= \rho g \frac{2}{3} \pi R^3 - \rho g SR - \rho g SR - \rho g Sh =$$

$$\rho g V - \rho g SH =$$

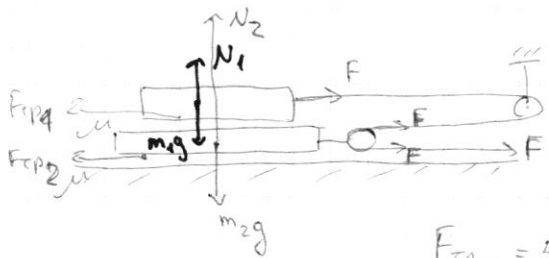
$$= 1000 \cdot 10 \left( \frac{2}{3} \cdot 10^3 \cdot 8 \cdot 10^{-3} - 20 \cdot 10^{-4} \cdot 2,5 \right) =$$

$$= 80 - 50 = 30 \text{ Н.}$$

$$80 - 125 \cdot 2 = 80 - 250 = -170$$







$$N_2 = m_1 g + m_2 g = 5mg$$

$$N_1 = m_1 g = 2mg$$

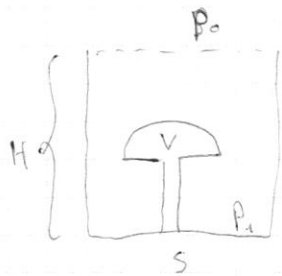
$$\frac{4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2} = \frac{3 \cdot 2}{5} = 6,4$$

$$F_{cp1} \leq 2mg\mu$$

$$F_{TP1} = F$$

$$F_{TP2} = 5mg\mu$$

$$25000 \text{ Па} = 25 \text{ кПа}$$



$$p_1 = p_0 + \rho g H = 100 \text{ кПа} + 1000 \cdot 10 \cdot 2,5 = \boxed{125 \text{ кПа}}$$

$$\frac{4}{3} : 2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{3} \pi R^3 \Rightarrow \frac{2}{3} \pi R^3$$

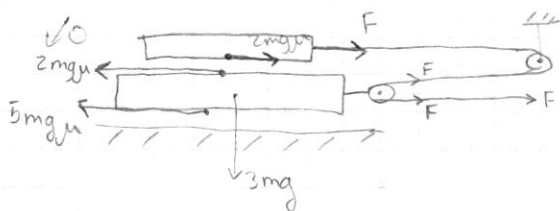
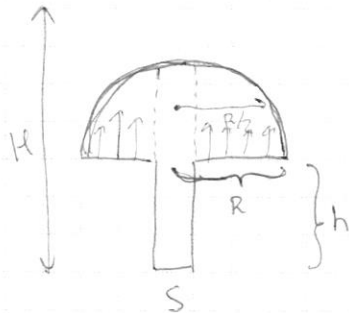
$$a = \omega^2 (R+h)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$a = \frac{4\pi^2 (R+h)}{T^2}$$

$$sg \frac{2}{3} \pi R^3$$

$$sgV -$$



$$5mg\mu = 2F_0 \Rightarrow F_0 = \frac{5}{2} mg\mu$$

$$3ma_2 = 2F - 7mg\mu \quad 2ma_1 = F + 2mg\mu$$

$$a_2 = \frac{2F}{3m} - \frac{7}{3} g\mu \quad a_1 = \frac{F}{2m} + g\mu$$

$$3ma = 2F - 5mg\mu \quad \left| \begin{array}{l} 0,5F = 5mg\mu \\ a_2 > a_1 \end{array} \right.$$

$$2ma = F$$

$$1,5F = 2F - 5mg\mu$$

$$\sqrt{3 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{3^4}{2^3}} = \frac{9}{2\sqrt{2}}$$

$$F = \frac{5mg\mu}{0,5} = \frac{2F^{12} - 7^{12}}{3m} > \frac{F^{13}}{2m} + g\mu \cdot 1,6$$

$$\frac{4F}{m} - 14g\mu > \frac{3F}{m} + 6g\mu$$

$$\frac{F}{m} > 20g\mu$$

$$\boxed{F = 20mg\mu}$$

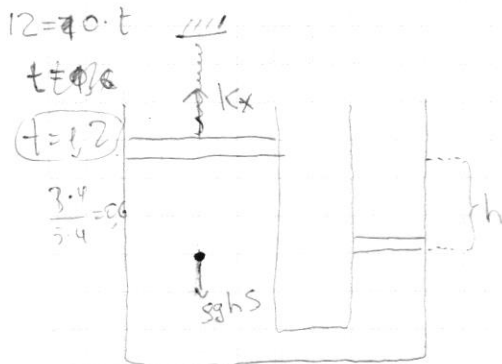
## ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{v_0}{3} = v_0 - gt$       $t = \frac{2}{3} \frac{v_0}{g} = \frac{2 \cdot 12}{3 \cdot 10} = \frac{4}{5} \text{ с.} = 0,8 \text{ с}$

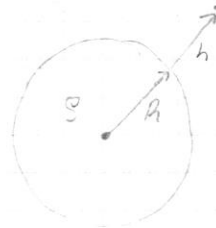
$-\frac{v_0}{3} = v_0 - gt$       $t = \frac{4}{3} \frac{v_0}{g} = \frac{4 \cdot 12}{3 \cdot 10} = \frac{8}{5} \text{ с.} = 1,6 \text{ с}$

$h = \frac{v_0^2 - v_0^2}{2g} = \frac{8v_0^2}{9g} = \frac{4v_0^2}{9g} = \frac{4 \cdot 12^2}{9 \cdot 10} = \frac{4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3}{2 \cdot 3 \cdot 10 \cdot 5} = \frac{32}{5} \text{ м} = 6,4 \text{ м}$

$h = 12 \cdot 0,8 - \frac{10 \cdot 0,8^2}{2} = 9,6 - 0,64 \cdot 5 = 9,6 - 3,2 = 6,4 \text{ м}$



$kx = \rho g h S$   
 $x = \frac{\rho g h S}{k}$



$\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4} =$   
 $= \frac{3^4}{2^5}$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$

$T = \frac{2\pi}{\omega}$

$\frac{GM}{(R+h)^2} = \omega^2 (R+h)$

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$

$\frac{GM}{(R+h)^3} = \omega^2$       $\sqrt{\frac{GM}{(R+h)^3}} = \frac{2\pi}{T}$

$T = \frac{\sqrt{(R+h)^3} \cdot 2\pi}{\sqrt{GM}} = \frac{\sqrt{(1,5R)^3} \cdot 2\pi}{\sqrt{GM}}$

$M = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$

$= 2\pi \sqrt{\frac{1,5^3 R^3}{G \frac{4}{3} \pi R^3 \rho}} = 2\pi \frac{3^2}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{G \pi \rho}} =$

$g = \frac{GM}{4R^2} = \frac{G \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \rho}{4R^2} =$

$= \frac{g \sqrt{\pi}}{2\sqrt{2} \sqrt{G \rho}} = T$

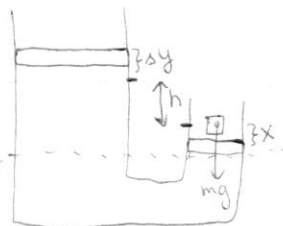
$\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = \frac{\text{Н}}{\text{кг} \cdot \text{м}} = \frac{1}{\text{с}^2}$

$= \frac{GR\pi\rho}{3}$

$H = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = \frac{\text{Н}}{\text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$\Delta x \frac{\rho}{2} = \rho y S$



$\rho g (\Delta y + \Delta x + h) = mg \frac{\rho}{2} \frac{2mg}{S}$

$\Delta x = 2 \Delta y$

$\rho (3 \Delta y + h) = \frac{2m}{S}$

$3 \Delta y = \frac{3 \rho g h S}{k}$

$m = \frac{3 \rho^2 g h S^2 + \rho g h S}{2} = \frac{\rho g h S (3 \rho g S + k)}{2}$