

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

Вариант 09-01

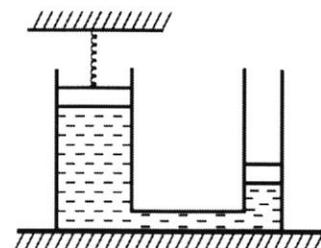
Шифр

(заполняется секретарём)

1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 12$ м/с.

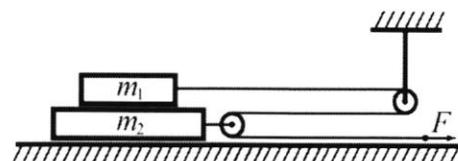
- 1) Через какое время t после старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?
 - 2) На какой высоте h , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?
- Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности ρ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Разность уровней жидкости в сосудах равна h . Площадь сечения левого поршня S , правого $S/2$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g .



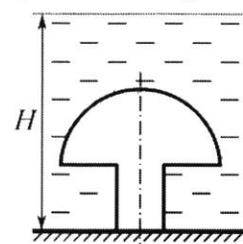
- 1) Найдите деформацию x пружины.
 - 2) Найдите массу m груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.
3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты $h = 0,5R$, здесь R – радиус планеты. Плотность планеты ρ . Гравитационная постоянная G . Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.
- 1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $2R$ от центра планеты.
 - 2) Найдите период T обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков $m_1 = 2m$, $m_2 = 3m$. Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен μ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



- 1) Найдите величину F_0 горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.
- 2) Найдите величину F минимальной силы, при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

5. Ко дну бассейна глубиной $H=2,5$ м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции $V = 8$ дм³, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей $S = 20$ см². Плотность воды $\rho = 1$ г/см³, атмосферное давление $P_0 = 100$ кПа. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



- 1) Найдите давление P_1 вблизи дна.
- 2) Найдите величину F силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1

Дано:

$$v_0 = 12 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

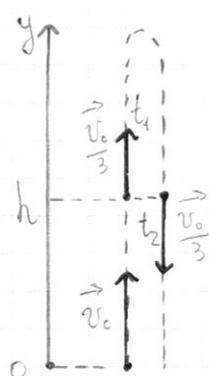
$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Найти:

$$t \left(\frac{v_0}{3} \right) - ?$$

$$h \left(\frac{v_0}{3} \right) - ?$$

Решение:



1. Нарисуем траекторию по которой движется камень.

2. Заметим, что скорость камня $\frac{v_0}{3}$ будет два раза, когда камень летит от школьника и к нему, но эта скорость будет на одной высоте - h .

3. Запишем уравнение изменения скорости на ось Oy :

$$\frac{v_0}{3} = v_0 - gt_1 \Rightarrow t_1 = \frac{2v_0}{3g} = \frac{2 \cdot 12}{3 \cdot 10} = \boxed{0,8 \text{ с}}$$

$$-\frac{v_0}{3} = v_0 - gt_2 \Rightarrow t_2 = \frac{4v_0}{3g} = \frac{4 \cdot 12}{3 \cdot 10} = \boxed{1,6 \text{ с}}$$

$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{g}t$ - векторный вид

4. Для того чтобы найти высоту, воспользуемся формулой:

$$\vec{h} = \frac{\vec{v}_k^2 - \vec{v}_0^2}{2\vec{g}} ; \text{ Оу: } h = \frac{\frac{v_0^2}{9} - v_0^2}{-2g} = \frac{8v_0^2}{9 \cdot 2g} = \frac{4v_0^2}{9g} = \frac{4 \cdot 12^2}{9 \cdot 10} = \boxed{6,4 \text{ м}}$$

Ответ: $t_1 = 0,8 \text{ с}$; $t_2 = 1,6 \text{ с}$; $h = 6,4 \text{ м}$

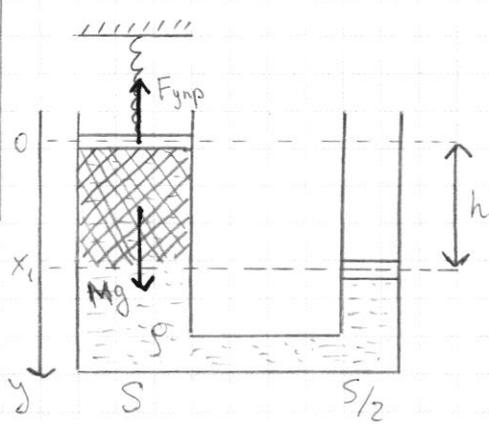
Дано:

$\rho; h; S; \frac{S}{2}; g$

Найти:

$x - ? ; m - ?$

Решение:



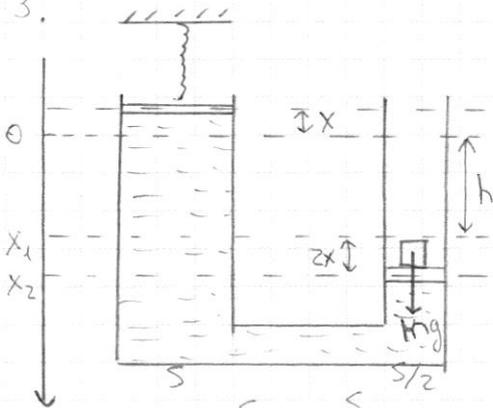
1. Сила упругости пружины может действовать на поршень только вверх, т.к. сил, направленных вверх, обеспечивающих такой равновесие ^{больше} нет.

2. На глубине x_1 давление правого поршня равно нулю, т.к. он невесомый, тогда заштрихованный кусок жидкости в левом поршне не должен оказывать никакого давления на глубине x_1 . Тогда его сила тяжести должна уравновешиваться силой упругости. $M = \rho S h$

Условие равновесия заштрих. части: $F_{упр} = \rho S h g = Mg$

$$kx = \rho S h g \Rightarrow x = \frac{\rho S h g}{k}$$

3.



Для того чтобы деформация пружины стала 0, левый поршень должен подняться на x вверх. Тогда правый поршень опустится на y вниз, т.к. объем ~~воды~~ жидкости не изменился,

то $x S = y \frac{S}{2} \Rightarrow y = 2x$

4. Рассмотрим давление на ~~глубине~~ x_2 :

От левого поршня: $p_1 = \rho g (x + h + 2x)$

От правого поршня: $p_2 = \frac{2mg}{S}$

Система в равновесии $\Rightarrow p_1 = p_2$:

$\rho g (3x + h) = \frac{2mg}{S}$; из 2 пункта: $x = \frac{\rho S h g}{k}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Получаем: $g \left(\frac{3gShg}{k} + h \right) = \frac{2m}{s} \Rightarrow m = \frac{gSh \left(\frac{3gSg}{k} + 1 \right)}{2}$

Ответ: $x = \frac{gShg}{k}$; $m = \frac{gSh \left(\frac{3gSg}{k} + 1 \right)}{2}$

№3

Дано:

$h = 0,5R$

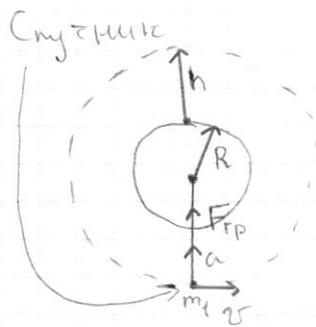
g ; G

Найти:

$g(2R) - ?$

$T - ?$

Решение:



1. Для того чтобы найти g на расстоянии $2R$ от центра планеты нужно рассчитать F -силу притяжения, на расстоянии $2R$; $F = \frac{GMm}{(2R)^2}$

M - масса планеты; $M = Vg = \frac{4}{3}\pi R^3 g$

m - масса какого-то тела

Сила притяжения должна равняться mg :

$$\frac{GMm}{4R^2} = mg \Rightarrow g = \frac{G \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 g}{4R^2} = \boxed{\frac{G\pi R g}{3}}$$

2. Рассмотрим спутник, движущийся по круговой орбите со скоростью v , ускорением a , направленным к центру планеты, также действует $F_{гр}$. По II закону Ньютона:

$$F_{гр} = m_1 a \Rightarrow \frac{GMm_1}{(R+h)^2} = m_1 a ; h = 0,5R \Rightarrow R+h = 1,5R$$

Ускорение a можно рассчитать: $a = \frac{4\pi^2(R+h)}{T^2}$

~3

Получаем: $\frac{GM}{(1,5R)^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 1,5R}{T^2} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot 1,5^3 R^3}{GM}$

Подставляем: $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot 1,5^3 R^3}{G \frac{4}{3}\pi R^3 \rho} = \frac{3\pi \cdot 1,5^3}{G\rho} \Rightarrow T = \frac{9\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{G\rho}} = \frac{4,5\sqrt{\pi}}{\sqrt{2G\rho}}$$

Ответ: $g = \frac{G\pi R\rho}{3}$; $T = 4,5\sqrt{\frac{\pi}{2G\rho}}$

~4

Дано:

$m_1 = 2m$

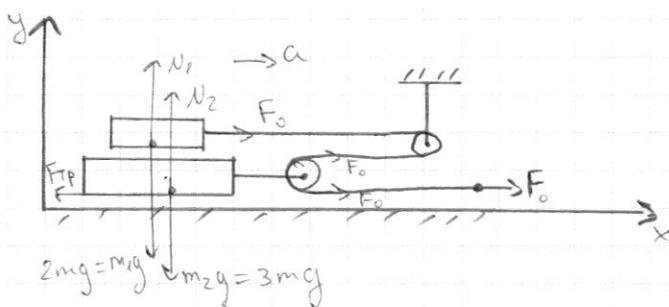
$m_2 = 3m$

μ

Найти:

F_0 ; F

Решение:



1. Вдоль оси y система не движется, тогда:

$$N_1 = m_1 g = 2mg$$

$$N_2 = m_1 g + m_2 g = 5mg$$

2. Если сила трения на брусок верхний 0, то он будет двигаться только под действием силы F_0 . На нижний брусок будет действовать $F_{тр} = \mu N_2 = 5mg\mu$, т.к. происходит скольжение и из-за подвижного блока $2F_0$. Чтобы не было силы трения между брусками, они должны двигаться с одинаковым ускорением:

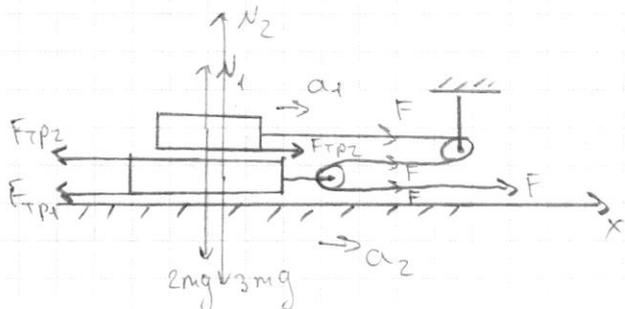
II закон Ньютона на ниж. брусок: $Ox: 3ma = 2F_0 - 5mg\mu$

на верх. брусок: $Ox: 2ma = F_0 \Rightarrow ma = \frac{F_0}{2}$

Подставляем ma в первое уравнение:

$$\frac{3}{2}F_0 = 2F_0 - 5mg\mu \Rightarrow 5mg\mu = \frac{F_0}{2} \Rightarrow \boxed{F_0 = 10mg\mu}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



н4

3. Поскольку все бруски будут двигаться относительно друг друга, то $F_{тр1} = 5mg\mu$

$$F_{тр2} = 2mg\mu$$

4. При движении нижнего бруска вправо, сверху на него от тела верхнего будет действовать $F_{тр2}$ влево, по III закону Ньютона $F_{тр2}$ будет действовать на верхний брусок вправо. Пусть нижний брусок движется с ускорением a_2 . Верхний - a_1 .

II закон Ньютона на ось OX:

$$\text{ниж: } 3ma_2 = 2F - F_{тр1} - F_{тр2} = 2F - 7mg\mu \Rightarrow a_2 = \frac{2F}{3m} - \frac{7g\mu}{3}$$

$$\text{вер: } 2ma_1 = F + F_{тр2} = F + 2mg\mu \Rightarrow a_1 = \frac{F}{2m} + g\mu$$

Поскольку верхний брусок должен двигаться влево относительно нижнего бруска, то $a_2 > a_1$

$$\frac{2F}{3m} - \frac{7g\mu}{3} > \frac{F}{2m} + g\mu \quad | \cdot 6$$

$$\frac{4F}{m} - 14g\mu > \frac{3F}{m} + 6g\mu$$

$$\frac{F}{m} > 20g\mu \Rightarrow F > 20mg\mu$$

Значит $F_{\min} = 20mg\mu$

Ответ: $F_0 = 10mg\mu$; $F = 20mg\mu$

~5

Дано:

$$H = 2,5 \text{ м}$$

$$V = 8 \text{ дм}^3$$

$$S = 20 \text{ см}^2$$

$$\rho = 10^3 / \text{см}^3$$

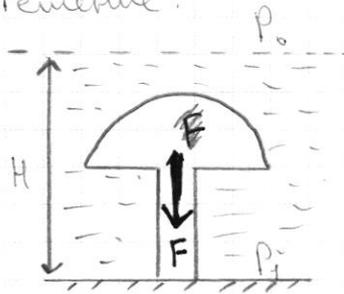
$$P_0 = 100 \text{ кПа}$$

$$g = 10 \text{ м/с}^2$$

Найти:

$$P_1; F$$

Решение:



1. Давление P_1 вблизи дна равно атмосферному давлению и плюс давление, которое формирует столб жидкости высотой H :

$$P_1 = P_0 + \rho g H = 100 \text{ кПа} + 1000 \cdot 10 \cdot 2,5 \text{ Па} = \boxed{125 \text{ кПа}}$$

2. Если бы конструкция не была прикреплена ко дну, то действовала бы $F_A = \rho g V$, но т.к.

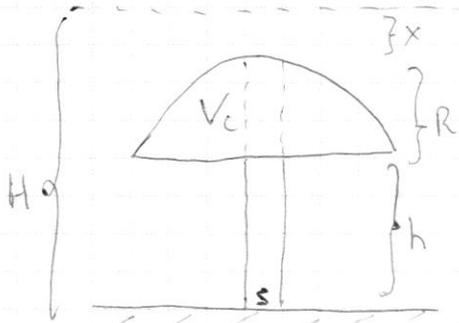
она прикреплена, то сила Архимеда противодействует сила давления вблизи дна. Пусть равнодействующая направлена вверх:

$$F = F_A - P_1 S = \rho g V - P_1 S = 1000 \cdot 10 \cdot 8 \cdot 10^{-3} - 125 \cdot 10^3 \cdot 20 \cdot 10^{-4} = 80 - 125 \cdot 2 = 80 - 250 = -170 \text{ Н}$$

Сила получилась отрицательная, значит она направлена \downarrow .

Ответ: $P_1 = 125 \text{ кПа}$; $F = 170 \text{ Н}$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



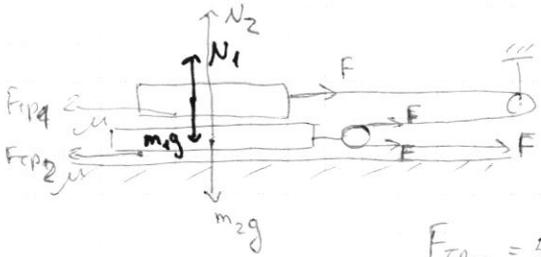
$$20 \cdot 2,5 = 50$$

$$\begin{aligned} & \rho g \left(\frac{2}{3} \pi R^3 - SR \right) - \rho g S(R+h) = \\ & = \rho g \frac{2}{3} \pi R^3 - \rho g SR - \rho g SR - \rho g Sh = \end{aligned}$$

$$\rho g V - \rho g SH =$$

$$\begin{aligned} & = 1000 \cdot 10 \left(\frac{2}{3} \cdot 10^{-3} \cdot 8 \cdot 10^{-3} - 20 \cdot 10^{-4} \cdot 2,5 \right) = \\ & = 80 - 50 = 30 \text{ Н.} \end{aligned}$$

$$80 - 125 \cdot 2 = 80 - 250 = -170$$



$$N_2 = m_1 g + m_2 g = 5mg$$

$$N_1 = m_1 g = 2mg$$

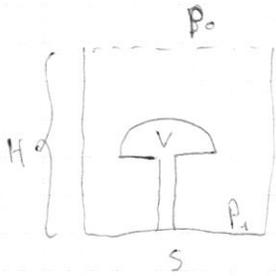
$$F_{cp2} = 5mg\mu$$

$$F_{cp1} \leq 2mg\mu$$

$$F_{TP1} = F$$

$$25000 \text{ Па} = 25 \text{ кПа}$$

$$\frac{4 \cdot 4 \cdot 8 \cdot \pi \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 2} = \frac{32}{5} = 6,4$$



$$p_1 = p_0 + \rho g H = 100 \text{ кПа} + 1000 \cdot 10 \cdot 2,5 = 125 \text{ кПа}$$

$$\frac{4}{3} : 2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{3} \pi R^3 \Rightarrow \frac{2}{3} \pi R^3$$

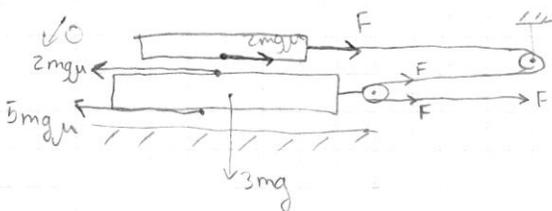
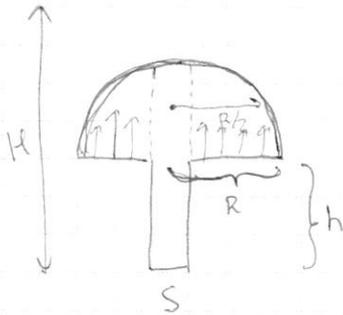
$$a = \omega^2 (R+h)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$a = \frac{4\pi^2 (R+h)}{T^2}$$

$$sg \frac{2}{3} \pi R^3$$

$$sgV -$$



$$5mg\mu = 2F_0 \Rightarrow F_0 = \frac{5}{2} mg\mu$$

$$3ma_2 = 2F - 7mg\mu \quad 2ma_1 = F + 2mg\mu$$

$$a_2 = \frac{2F}{3m} - \frac{7}{3} g\mu \quad a_1 = \frac{F}{2m} + g\mu$$

$$3ma = 2F - 5mg\mu$$

$$2ma = F$$

$$1,5F = 2F - 5mg\mu$$

$$\sqrt{3 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2}} = \sqrt{\frac{3^4}{2^3}} = \frac{9}{2\sqrt{2}}$$

$$0,5F = 5mg\mu \quad a_2 > a_1$$

$$F = \frac{5mg\mu}{0,5} = \frac{2F}{3m} - \frac{7}{3} g\mu > \frac{F}{2m} + g\mu \cdot 1,6$$

$$10mg\mu \cdot \frac{4F}{m} - 14g\mu > \frac{3F}{m} + 6g\mu$$

$$\frac{F}{m} > 20g\mu$$

$$F = 20mg\mu$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\frac{v_0}{3} = v_0 - gt$ $t = \frac{2}{3} \frac{v_0}{g} = \frac{2 \cdot 12}{3 \cdot 10} = \frac{4}{5} \text{ с.} = 0,8 \text{ с}$

$-\frac{v_0}{3} = v_0 - gt$ $t = \frac{4}{3} \frac{v_0}{g} = \frac{4 \cdot 12}{3 \cdot 10} = \frac{8}{5} \text{ с.} = 1,6 \text{ с}$

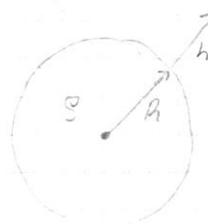
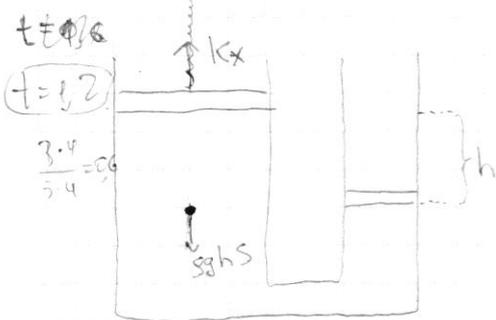
$h = \frac{v_0^2 - v_0^2}{2g} = \frac{8v_0^2}{9g} = \frac{4v_0^2}{9g} = \frac{4 \cdot 12^2}{9 \cdot 10} = \frac{4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3}{2 \cdot 3 \cdot 10 \cdot 5} = \frac{32}{5} \text{ м} = 6,4 \text{ м}$

$h = 12 \cdot 0,8 - \frac{10 \cdot 0,8^2}{2} = 9,6 - 0,64 \cdot 5 = 9,6 - 3,2 = 6,4 \text{ м}$

$12 = a_0 \cdot t$

$kx = \rho g h S$

$x = \frac{\rho g h S}{k}$



$\frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{4} =$
 $= \frac{3^4}{2^5}$

$S \quad S/2$

$\frac{GM_{max}}{(R+h)^2} = \omega^2 (R+h)$

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$

$\frac{GM}{(R+h)^3} = \omega^2 \quad \sqrt{\frac{GM}{(R+h)^3}} = \frac{2\pi}{T}$

$T = \frac{2\pi}{\omega}$

$T = \frac{\sqrt{(R+h)^3} \cdot 2\pi}{\sqrt{GM}} = \frac{\sqrt{(1,5R)^3} \cdot 2\pi}{\sqrt{GM}}$

$M = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$

$= 2\pi \sqrt{\frac{G \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \rho}{G \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \rho}} = 2\pi \frac{3^2}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{G \pi \rho}} =$

$g = \frac{GM}{4R^2} = \frac{G \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \rho}{4R^2} =$

$= \frac{g \sqrt{\pi}}{2\sqrt{2} \sqrt{G \rho}} = T$

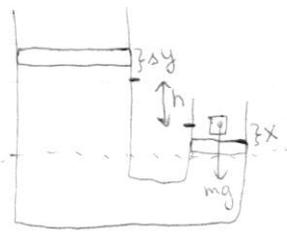
$\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = \frac{\text{Н}}{\text{кг} \cdot \text{м}} = \frac{1}{\text{с}^2}$

$= \frac{GR\pi\rho}{3}$

$H = \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = \frac{\text{Н}}{\text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$\Delta x \frac{\rho}{2} = \rho g S$



$\rho g (\Delta y + \Delta x + h) = mg \frac{\rho}{2} \frac{2mg}{S}$

$\Delta x = 2 \Delta y$

$\rho (3 \Delta y + h) = \frac{2m}{S}$

$3 \Delta y = \frac{3 \rho g h S}{k}$

$m = \frac{3 \rho^2 g h S^2 + \rho g h S}{2} = \frac{\rho g h S (3 \rho g S + k)}{2}$