Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

Вариант 09-01

Шифр

(заполняется секретарём)

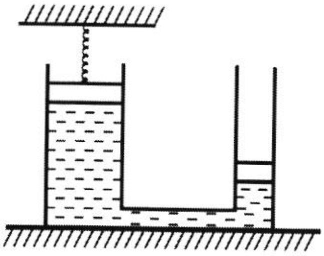
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 12$ м/с.

1) Через какое время t после старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?

2) На какой высоте h, отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине $V_0/3$?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности ρ. На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Разность уровней жидкости в сосудах равна h. Площадь сечения левого поршня S, правого $S/2$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g.



1) Найдите деформацию x пружины.

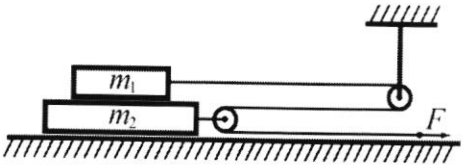
2) Найдите массу m груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.

3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты $h = 0{,}5R$, здесь R – радиус планеты. Плотность планеты ρ. Гравитационная постоянная G. Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $2R$ от центра планеты.

2) Найдите период T обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков $m_1 = 2m$, $m_2 = 3m$. Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен μ. Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.

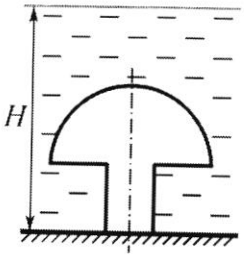


1) Найдите величину F_0 горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.

2) Найдите величину F минимальной силы, при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

5. Ко дну бассейна глубиной H=2,5 м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объем конструкции $V = 8$ дм^3, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей $S = 20$ см^2. Плотность воды $\rho = 1$ г/см^3, атмосферное давление $P_0 = 100$ кПа.

Ускорение свободного падения g =10 м/с^2.



1) Найдите давление P_1 вблизи дна.

2) Найдите величину F силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

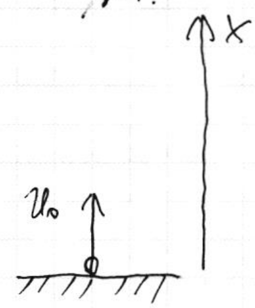
$v_0 = 12$ м/с

$v_t = \frac{v_0}{3}$

$g = 10$ м/с²

t — ?

$g \downarrow$



Построим OX, направленную вверх.

Закон движения (скорости) камня:

$v_x(t) = v_{0x} + a_x t$, где

$v_{0x} = v_0 \quad a_x = -g$

В момент времени t скорость равна по модулю $\frac{v_0}{3}$, следовательно, надо рассмотреть два случая:

$v_x = \frac{v_0}{3}$, $v_x = -\frac{v_0}{3}$

1) $\frac{v_0}{3} = v_0 - g t_1 \Rightarrow \boxed{t_1 = \frac{2 v_0}{3 g}}$ $\quad t_1 = \frac{2 \cdot \cancel{12}^{4}\ \text{м} \cdot \text{с}^{\cancel{2}}}{\cancel{\text{с}} \cdot \cancel{3} \cdot 10\ \text{м}} = 0{,}8\ \text{с}$

2) $-\frac{v_0}{3} = v_0 - g t_2 \Rightarrow \boxed{t_2 = \frac{4 v_0}{3 g}}$ $\quad t_2 = \frac{4 \cdot \cancel{12}^{4}\ \text{м} \cdot \text{с}^{\cancel{2}}}{\cancel{\text{с}} \cdot \cancel{3} \cdot 10\ \text{м}} = 1{,}6\ \text{с}$

Эти два случая возникают из-за обратимости движения. Так же можно понять, что в эти моменты времени высота предмета одинакова и равна: $H = v_0 t_1 - \frac{g t_1^2}{2} = t_1 \left(v_0 - \frac{g t_1}{2} \right) \Rightarrow H = 0{,}8\text{с} \cdot \left(12_{\text{м/с}} - \frac{10\ \text{м} \cdot \cancel{0{,}8}^{0{,}4}\ \text{с}}{\text{с}^2 \cdot \cancel{2}} \right) = 6{,}4\ \text{м}$

Ответ: 1) Через 0,8с и 1,6с.

2) На высоте 6,4м.

№2.

Эта система не ~~связана~~ зависит от атмосферы.

$k;\ S;\ \frac{S}{2};\ g;\ \rho$

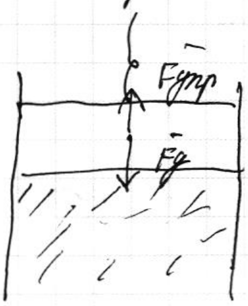
x – ?

m – ?

Левый поршень зафиксирован пружиной, которая не даёт ему опуститься и действует на него с силой $F_{упр} = kx$ (по закону Гука).

Из-за фиксации под ним ~~создается~~ образуется перепад давления, необходимый для равновесия системы.

Разница давлений $\Delta p = \rho g h$ и действует на левый поршень с силой $F_g = \Delta p \cdot S = S \cdot \rho g h$

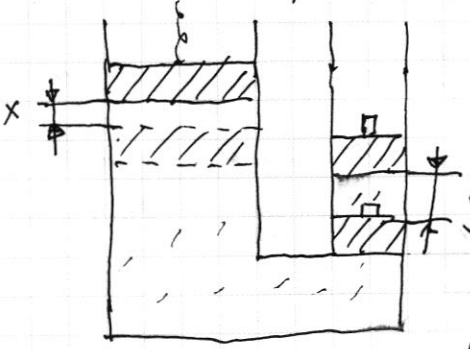


Т.к. система в равновесии $F_{упр} = F_g$

$kx = \rho g h \cdot S \Rightarrow \boxed{x = \frac{\rho g h S}{k}}$

На правый поршень положим груз массой m, который создает давление $p = \frac{F_т}{S_{порш}} = \frac{mg \cdot 2}{S}$

Теперь рассмотрим изменения в системе:



Левый груз поднялся на x, тем самым увеличив левый объём на величину $S \cdot x$, эта жидкость убыла из под правого сосуда, в следствии чего правый поршень опустился на $y = \frac{S \cdot x}{\frac{S}{2}} = 2x$.

Теперь разница высот увеличилась на $3x$ и перепад давления стал равен $\Delta p' = \rho g (h + 3x)$, он компенсируется давлением груза $\frac{mg \cdot 2}{S} = \rho g (h + 3x) \Rightarrow m = \frac{1}{2} \rho (h + 3x) \cdot S = \frac{1}{2} \rho \left(h + \frac{\rho g h S}{k}\right) S =$

$= \frac{1}{2} \rho h S \left(1 + \frac{\rho g S}{k}\right)$. Ответ: 1) $x = \frac{\rho g h S}{k}$; 2) $m = \frac{1}{2} \cdot \rho h S \left(1 + \frac{\rho g S}{k}\right)$.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№3.

h, ρ, G

$g(2R)$ - ?

$T_{сп}$?

$h = \frac{1}{2} R \Rightarrow R = 2h$

Сила тяжести равна mg, так же она равна силе тяготения $G\frac{M_п \cdot m}{r^2}$, $r = 2R$

$r^2 = 4R^2 = 4 \cdot 4h^2 = 16h^2$

$M_п = \rho \cdot V = \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho = \frac{4}{3}\pi 8h^3 \cdot \rho$

$\cancel{m}g = G\frac{M_п \cdot \cancel{m}}{r^2}$ $\quad g = G \cdot \frac{\overset{2}{\cancel{4}}\pi \cdot \cancel{8}h^{\cancel{3}} \cdot \rho}{3 \cdot \cancel{16}h^{\cancel{2}}} = G \cdot \frac{2\pi h \cdot \rho}{3}$

$$\boxed{g = \frac{2}{3} G\pi h \cdot \rho}$$

На орбите с высотой $0{,}5R$ испытывает ускорение

$g' = G \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot 8h^3 \cdot \rho \cdot \frac{1}{R^2 \cdot 1{,}5^2} = G \cdot \frac{4 \cdot 8}{3}\pi h^{\cancel{3}} \cdot \rho \cdot \frac{1}{4\cancel{h^2} \cdot 2{,}25} =$

$= G \cdot \frac{32}{27}\pi h \cdot \rho$

Тело движется по окружности с таким ц. с. ускорением и скоростью $v = \sqrt{g' \cdot 1{,}5R} = \sqrt{G \cdot \frac{32}{9}\pi h^2 \cdot \rho}$

$v = \frac{2 \cdot \cancel{\ } \cdot 1{,}5R \cdot \pi}{T} = \frac{3\pi \cancel{\ } h}{T}$

$\frac{3\pi h}{T} = \sqrt{G \cdot \frac{32}{9}\pi h^2 \cdot \rho}$, преобразуем и получаем:

$T = 3\sqrt{\frac{9\pi}{32G\rho}}$

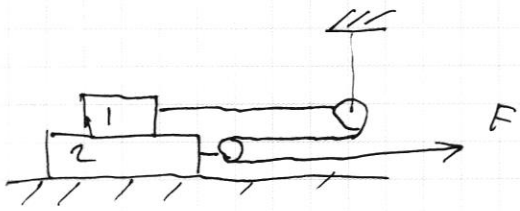
Ответ: 1) $\boxed{g = \frac{2}{3} G\pi h \cdot \rho}$; ~~2)~~ $\cancel{\boxed{T = 3\sqrt{\frac{9\pi}{32G\rho}}}}$ 2) $\boxed{T = \frac{9}{4}\sqrt{\frac{\pi}{2G\rho}}}$

№4.

$m;\ m_1 = 2m;\ m_2 = 3m;\ \mu$

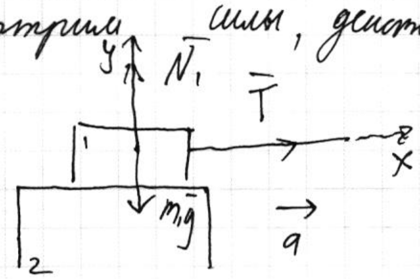
F_0 - ?

F_{min} - ?



1) Сила трения между 1 и 2 отсутствует, когда они неподвижны относительно друг друга, то есть их ускорения равны (и создаются другими силами), назовём их ускорение a.

Рассмотрим силы, действ. на тело 1.



Построим Ox и Oy.

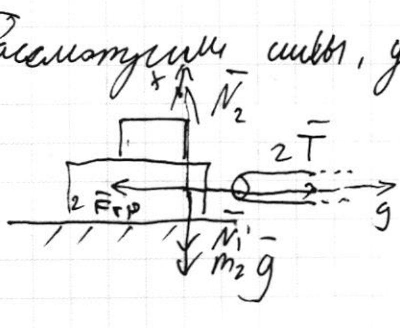
По Oy тело не двигается:

$y:\quad 0 = N_1 - m_1 g$

$x:\quad m_1 a = T$

$\bar{N_1}' = -\bar{N_1}$

Рассмотрим силы, действующие на тело 2:



$y:\quad 0 = N_2 - m_2 g - N_1 \Rightarrow N_2 = 5mg$

$x:\quad m_2 a = 2T - F_{тр} = 2T - \mu N_2 = 2T - 5\mu mg$

Вот, что мы имеем:
$$\begin{cases} 2ma = T & (1) \\ 3ma = 2T - 5\mu mg & (2) \end{cases}$$

~~Подставим (1) в (2)~~

$\cancel{3ma = 4ma - 5\mu mg}$

Разделим (2) на (1)

$$\frac{3}{2} = \frac{2T - 5\mu mg}{T}$$

$$\frac{3}{2} = 2 - 5\mu \frac{mg}{T}$$

$5\mu \frac{mg}{T} = \frac{1}{2} \Rightarrow T = 10\mu mg$, а как мы знаем T - это сила, с которой мы тянем за ниточку (F_0).

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\boxed{F_0 = 10\mu mg}$

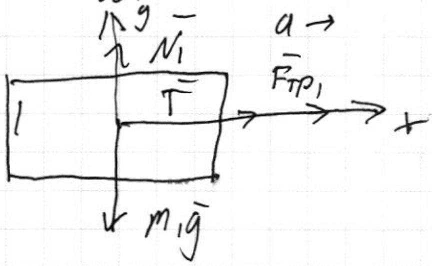
2) Так как по закону Галилея $a_{отн1x} = a_{1x} - a_{2x}$,

(Ox направлена вправо)

тогда $a_{отн1x}$ должна быть направлена влево, то есть $a_{отн1x} < 0$

$a_{1x} - a_{2x} < 0$, найдём когда $a_{1x} = a_{2x} = a$

В этом случае на тело 1 уже будет действовать сила трения, и т.к. относительно бруска 2 (поверхности) брусок 1 движется влево, то сила трения будет направлена вправо.

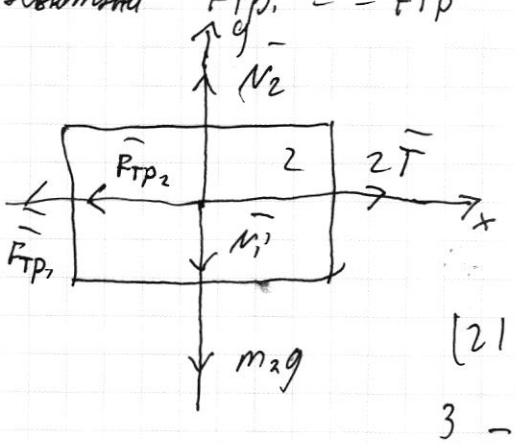


y: $0 = N_1 - m_1 g \Rightarrow N_1 = 2mg$

x: $m_1 a = T + F_{тр1} = T + \mu \cdot 2gm$

$2ma = T + 2\mu mg \quad (1)$

На второе тело действует сила $F_{тр1}'$ по III закону Ньютона $\overline{F_{тр1}'} = -\overline{F_{тр}}$



y: $0 = N_2 - N_1 - m_2 g = N_2 - 5mg$

$N_2 = 5mg$

x: $m_2 a = 2T - F_{тр1} - F_{тр2} = 2T - \cancel{7}5\mu mg \quad (2)$

$3ma = 2T - 5\mu mg$

(2):(1)

$$\frac{3}{2} = \frac{2T - \cancel{7}5\mu mg}{T + 2\mu mg}$$

$4T - \cancel{14}10\mu mg = 3T + 6\mu mg \qquad T = \cancel{20}16\mu mg$

Тогда сила должна быть $> \overset{16}{\cancel{20}} \mu mg$

$$\boxed{F_{min} = \overset{16}{\cancel{20}} \mu mg}$$

Ответ: 1) $\boxed{F_0 = 10 \mu mg}$ ~~2) $F_{min} = 20 \mu mg$~~ 2) $\boxed{F_{min} = 16 \mu mg}$

№5.

Вблизи дна бассейна давление $p = p_{ат} + p_{с.ж.} = p_{ат} + \rho g H$

$$\boxed{p = p_{ат} + \rho g H}$$

$p = 100\ 000$ Па $+ 2{,}5$ м $\cdot 1000$ кг/м3 $\cdot 10$ м/с^2 $= 125$ кПа

Ответ: 1) 125 кПа.

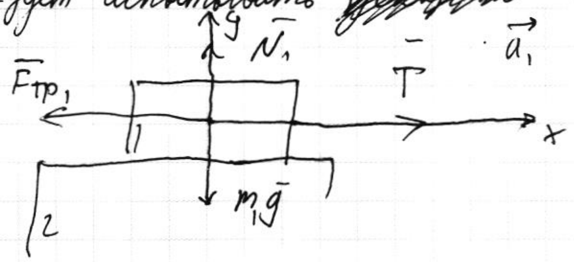
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$\boxed{F_0 = 6\mu mg}$

2) Так как по закону сложения скоростей (ускорений) $a_{1отн\,x} = a_{1x} - a_{2x}$, а брусок должен относительно (O_x направлена вправо) двигаться влево, то $a_{1отн\,x} < 0$

$a_{1x} - a_{2x} < 0$, найдем силу при которой $a_{1x} - a_{2x} = 0$ $(a_1 = a_2)$

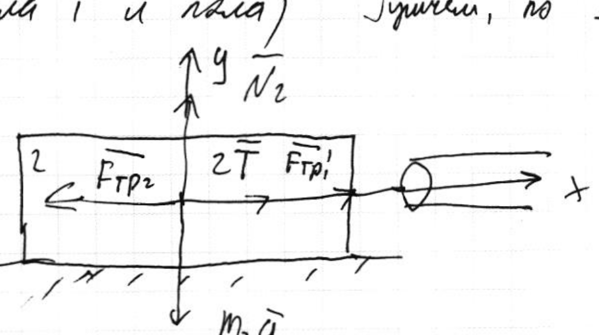
В этом случае 1 тело движется относительно 2, а значит, будет испытывать ~~?~~ силу трения.



$x: 2m a_1 = T - F_{тр_1} = T - 2\mu mg$ (1)

$y: 0 = N_1 - 2mg \Rightarrow N_1 = 2mg$

На второе тело уже действует две силы трения (со стороны тела 1 и пола) Причем, по III закону Ньютона $\vec{F_{тр_1}'} = -\vec{F_{тр_1}}$



$y: \quad 0 = N_2 - m_2 g$

$N_2 = 3mg$

$x: 3m a_2 = 2T + F_{тр_1} - F_{тр_2}$

$3ma_2 = 2T + 2\mu mg - 3\mu mg$

$3ma_2 = 2T - \mu mg$ (2)

(1):(2)

$$\frac{3}{2} = \frac{2T - \mu mg}{T - 2\mu mg}$$

$3T - 6\mu mg = 4T - 2\mu mg$

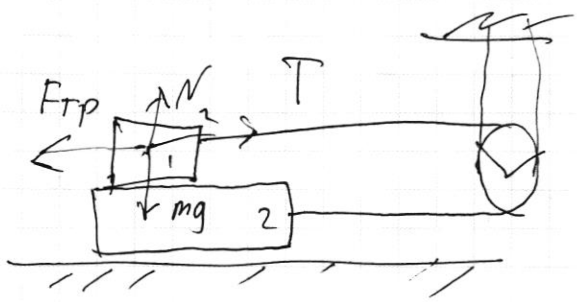
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

ШИФР

(заполняется секретарём)

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$H = \frac{кг \cdot м}{с^2}$

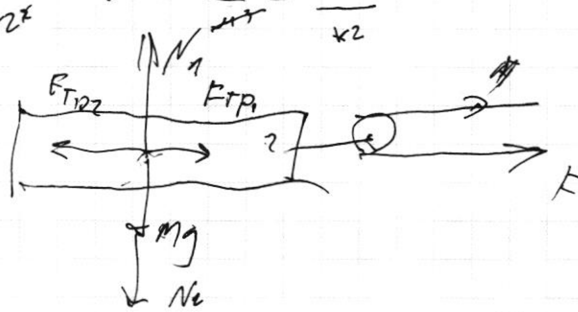
$\frac{H \cdot м^2}{кг^2} \cdot м^2 \cdot \frac{кг}{м^3} = \frac{H \cdot м}{кг}$

$v_0(t) = v_0 - gt$

$\rho g(h + 3x)$

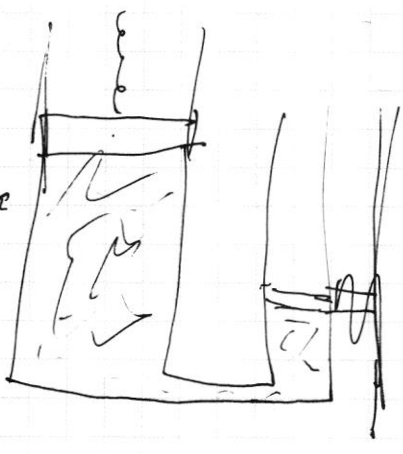
$\rho g(h + \frac{\rho g h S}{k} \cdot 3)$

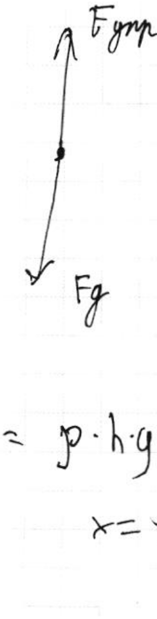
$\rho g h + \rho^2 g^2 h$

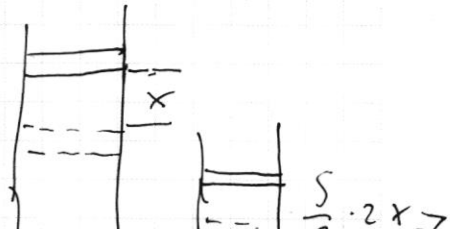


$S \cdot x$

$\frac{H \cdot м^2}{кг^2} \cdot \frac{м \cdot кг}{кг \cdot м^2}$







$\frac{S}{2} \cdot 2x$

$\Delta h = 3x$

$v = \frac{2\pi R}{T}$

$kx = \rho \cdot h \cdot g \cdot S$

$x = \frac{\rho g h S}{k}$

$\frac{v^2}{R} = a$

$\frac{1}{2} \frac{кг}{м^3} \cdot м \cdot м^2 \left(1 + \frac{кг \cdot м \cdot м^2 \cdot H}{м^3 \cdot H \cdot кг}\right)$

$P_{упр} = \frac{mg \cdot 2}{S}$

$v = \sqrt{aR}$

$G \frac{mM}{4R^2} = g m$

$h = \frac{1}{2} R$

$F_n = mg \cdot 2 = \frac{\rho g (h + 3x) S}{k}$

$g = \frac{GM}{16 h^2}$

$R = 2h$

☑ черновик ☐ чистовик

(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__

(Нумеровать только чистовики)

$2ma = T + 2\mu mg$

$\frac{3\pi K}{T} = \sqrt{G \cdot \frac{32}{3}\pi \cancel{h^2} \rho}$ $3ma = 2T - 5\mu mg$

$\frac{кг^2 \cdot м^3}{Н \cdot м^2 \cdot кг}$

$T = \frac{3\pi}{\sqrt{G \cdot \frac{32}{3}\pi \cdot \rho}} = 3\sqrt{\frac{3\pi}{32 G \rho}}$ $\frac{3}{2} = \frac{2T - 5\mu mg}{T + 2\mu mg}$

$Н = \frac{кг \cdot м}{c^2}$

$\frac{м \cancel{кг} \cdot м^3}{\cancel{кг} \cdot \cancel{м^2} \cdot кг}$

$Н = \frac{кг \cdot м^2}{c^3}$ $3T + 6\mu mg = 4T - 10\mu mg$

$T = 16\mu mg$

1) $G\frac{M_n}{16h^2} = G \cdot \frac{4\pi R^3 \cdot \rho}{3 \cdot 16 \cdot h^2 \cdot 4} = G \cdot \frac{28\pi h^3 \cdot \rho}{\frac{3}{3} h^2} =$

2) $g = G\frac{4\pi \cdot 8h^3 \cdot \rho \cdot 4}{3 \cdot 9 h^2 \cdot 4} = G \cdot \frac{32 \pi h \rho}{27}$ $= \frac{2}{3} G\pi h \rho$

$\frac{v^2}{1{,}5R} = g$ $\frac{v^2}{3h} = g$

$2ma = 6\mu mg$

$v = \sqrt{\frac{32}{\cancel{27}_9} G\pi h \rho \cdot 3h} = \frac{4}{3}\sqrt{2G\pi h^2 \rho}$

$3ma = 12\mu mg - 3\mu mg$

$\frac{3\pi \cdot h}{4}$ $T = \frac{9}{4}\sqrt{\frac{h}{2G\rho}}$

$3ma = 9$

$m_1 a = T - \mu m_1 g$

$N_2 = 3mg + 2mg = 5mg$

$N_1 = m_1 g$

$m_2 a = 2T - \mu g(m_1 + m_2)$

$m_1 a = T$

$N_1 + m_2 g = N_2$ $m_2 a = 2T - \mu m_2 g$

$N_2 = 5mg$ $\frac{m_2}{m_1} = 2 - \frac{\mu m_2 g}{T}$ $\frac{5\mu mg}{T} = \frac{1}{2}$

$3ma = 2T - 5\mu mg$

$2ma = T$ $T = \frac{\mu m_2 g}{2 - \frac{m_2}{m_1}} = \frac{\mu m_2 m_1}{2m_1 - m_2}$

$\frac{3}{2} = 2 - \frac{5\mu mg}{T}$

☑ черновик ☐ чистовик Страница №__

(Поставьте галочку в нужном поле) (Нумеровать только чистовики)