

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

Вариант 09-02

Шифр

(заполняется секретарём)

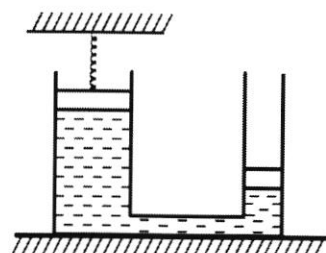
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 10$ м/с.

1) Через какое время t после старта скорость камня будет равна по величине $V_0/2$?

2) На какой высоте h , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине $V_0/2$?

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности ρ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Деформация пружины равна x . Площадь сечения левого поршня S , правого $S/3$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g .



1) Найдите разность h уровней жидкости в сосудах.

2) Найдите массу m груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.

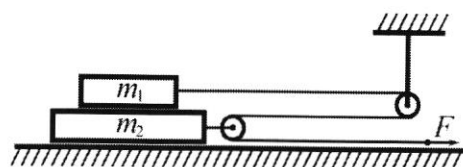
3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты $h = R$, здесь R – радиус планеты.

Плотность планеты ρ . Гравитационная постоянная G . Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $3R$ от центра планеты.

2) Найдите период T обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков $m_1 = 3m$, $m_2 = 5m$. Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен μ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



1) Найдите величину F_0 горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.

2) Найдите минимальную силу F , при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

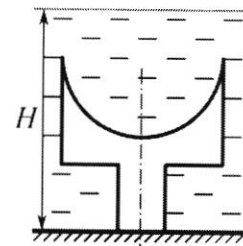
5. Ко дну бассейна глубиной $H=3$ м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции $V = 5$ дм³, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей

$S = 10$ см². Плотность воды $\rho = 1$ г/см³, атмосферное давление $P_0 = 100$ кПа. Ускорение

свободного падения $g = 10$ м/с².

1) Найдите давление P_1 вблизи дна.

2) Найдите величину F силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

№1.

1) Запишем функцию $v_x(t)$ (Проекция скорости на ось x , направленную вверх)

$$v_x(t) = v_0 - gt$$

⇒ найдем уравнение

$$|v_0 - gt| = \frac{v_0}{2} \quad (\text{переходим из проекции к модулю})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_0 - gt = \frac{v_0}{2} \\ gt - v_0 = \frac{v_0}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{v_0}{2g} = \frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{2 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 0,5 \text{ с} \\ t_2 = \frac{3v_0}{2g} = \frac{3 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{2 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 1,5 \text{ с} \end{cases}$$

Ответ: через 1,5 с и через 0,5 с

2) У нас есть значения t_1 и t_2 , запишем уравнение координаты

Запишем ЗСЭ для камня

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgh + \frac{m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2} \quad m - \text{масса камня}$$

$$\frac{v_0^2}{2} = gh + \frac{v_0^2}{8}$$

$$v_0^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{8} \right) = gh$$

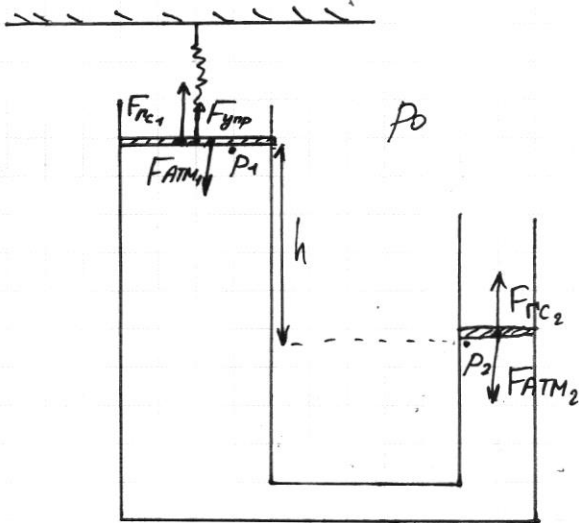
$$h = \frac{v_0^2}{g} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{8} \right) = \frac{3v_0^2}{8g} = \frac{3 \cdot \left(10 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2}{8 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = \frac{3 \cdot 10^5}{8} \text{ м} = \frac{15}{4} \text{ м} =$$

$$= 3,75 \text{ м}$$

Ответ: 3,75 м

Задача 1) два варианта

1. Пружина растянута



Силы на поршни

Все силы с индексом 1 - левый поршень.

С индексом 2 - правый

$F_{гс}$ - сила давления воды

$F_{упр}$ - сила пружины

$F_{атм}$ - сила атмосферного давления

P_0 - атм. давл.

P_1, P_2 - давления в соотв. точках

1) Уравнение давлений

$$P_1 + \rho g h = P_2$$

2) Усл. равн. левого поршня

$$F_{гс1} + F_{упр} = F_{атм1}$$

$$P_1 S + kx = P_0 S$$

3) Усл. равн. правого поршня.

$$F_{гс2} = F_{атм2}$$

$$P_2 \frac{S}{3} = P_0 \frac{S}{3}$$

$$P_2 = P_0$$

$$P_1 + \rho g h = P_2$$

$$P_1 = P_0 - \rho g h$$

$$(P_0 - \rho g h) S + kx = P_0 S$$

\Rightarrow пружина может быть только растянута.
(иначе kx будет в правой части, что невозможно)

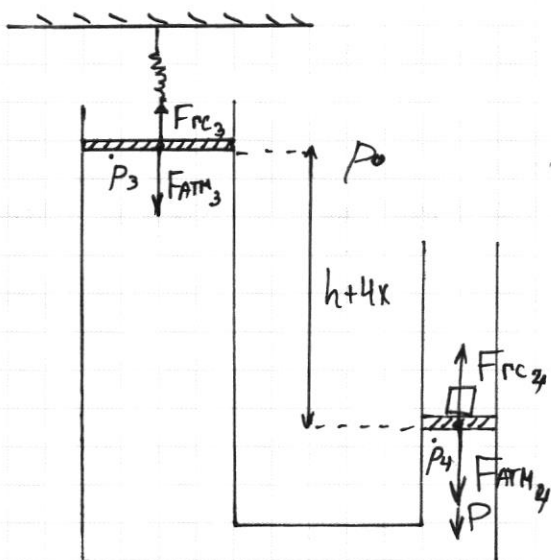
$$\rho g h S = kx$$

$$h = \frac{kx}{\rho g S}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ: $h = \frac{kx}{\rho g S}$

- 2) Если пружинка теперь недоработанная, то левый поршень поднялся от начального положения на x . \Rightarrow В левое колено перетекло $V = S \cdot x$ воды \Rightarrow правый поршень опустился на $\frac{V}{S/3} = \frac{3V}{S} = 3x$. К тому же, $F_{упр} = 0$. Теперь разность высот между поршнями $h + 3x + x = h + 4x$



Силы на поршни

P - действие груза на правый поршень

Все силы с инд. 3 - на левый поршень
с инд. 4 - правый.

$F_{гс}$ - обозначения $F_{гс}$ и $F_{атм}$ - как в первом пункте

p_0 - атм. давление

p_3, p_4 - давления в соотв. точках

1) Уравнение давлений

$$p_4 = p_3 + \rho g (h + 4x)$$

2) УР левого поршня

$$F_{гс3} = F_{атм3}$$

$$p_3 S = p_0 S$$

$$p_3 = p_0$$

3) УР правого поршня

$$F_{гс2} = F_{атм2} + P$$

$$p_4 S = p_0 S + mg$$

УР - условие равновесия

$$P_4 = P_3 + \rho g (h + 4x)$$

$$P_4 = P_0 + \rho g (h + 4x)$$

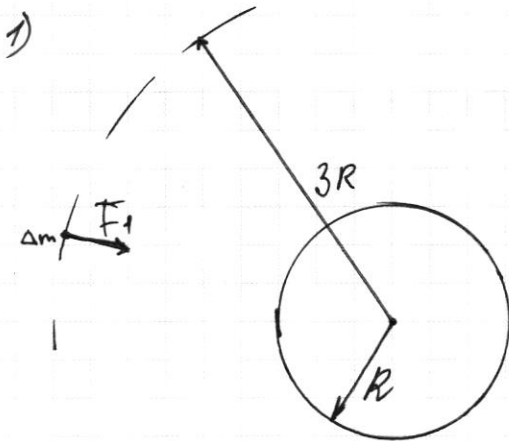
$$(\rho_0 + \rho g (h + 4x)) \frac{S}{3} = \rho_0 \frac{S}{3} + mg$$

$$\rho g (h + 4x) \frac{S}{3} = mg$$

$$m = \frac{\rho S (h + 4x)}{3} = \frac{\rho S (\frac{kx}{\rho g S} + 4x)}{3} = \frac{4\rho S x}{3} + \frac{kx}{3g}$$

$$\text{Ответ: } m = \frac{4\rho S x}{3} + \frac{kx}{3g}$$

№3.



(З-Н всемирного тяготения $F = G \frac{m_1 m_2}{R^2}$ работает как для точечных масс, так и для шаров)

Для определения g на высоте $3R$ поместим туда пробную точечную массу Δm . Тогда сила взаимодействия F_1 будет:

$$F_1 = G \frac{\Delta m \cdot M}{(3R)^2}$$

M - масса планеты

Но при этом $F_1 = \Delta m \cdot g$

$$\Delta m \cdot g = G \frac{\Delta m \cdot M}{(3R)^2}$$

$$g = G \frac{M}{9R^2}$$

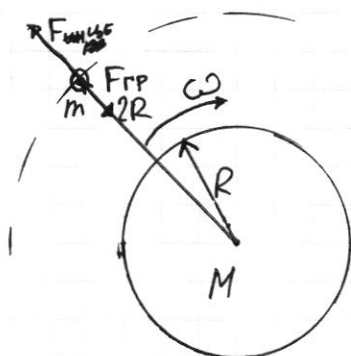
$$M = \rho V = \rho \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$g = G \frac{\rho \frac{4}{3} \pi R^3}{9R^2} = \frac{4\rho G \pi R}{27}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Ответ: $g = \frac{4\rho G J R}{27}$

2) Силы на планету-спутник



ω - угловая скорость спутника

$F_{гр}$ - грав. сила

$F_{цб}$ - „центробежная“ сила (хоть она и лишняя, однако в данном случае она удобна)

Усл. рав 1) Усл. того, что спутник не сходит с орбиты

$$F_{гр} = F_{цб}$$

$$G \frac{\rho M}{(2R)^2} = m \cdot \omega^2 \cdot 2R$$

$$\omega^2 = G \frac{M}{8R^3} = G \frac{\rho \frac{4}{3}\pi R^3}{8R^3} = \frac{\rho G \pi}{6}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\rho G \pi}{6}}$$

$v = \omega R$ - скорость планеты

$$v = \omega \cdot 2R$$

$l = 2\pi \cdot (2R)$ - длина орбиты

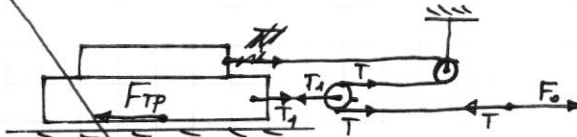
$$T = \frac{l}{v} = \frac{2\pi \cdot (2R)}{\omega \cdot (2R)} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{\rho G \pi}{6}}}$$

$$= \sqrt{\frac{4\pi^2}{\frac{\rho G \pi}{6}}} = \sqrt{\frac{24\pi}{\rho G}}$$

Ответ: $T = \sqrt{\frac{24J}{P6}}$

N4.

*) Сила трения на верхний брусок равна 0 \Rightarrow они скользят синхронно, и неподвижны друг отн. друга. \Rightarrow их можно свести в систему. можно расси. только ниж. брусок



Гориз. сила на нижн. брусок
состоит из двух
брусков

T - сила натяж. 1 нити
T₁ - сила натяж. 2 нити

F_{тр} - сила трения

1) $F_0 = T$

2) УР подвижного блока

$2T = T_1$

3) Условие движения брусков

~~$T_1 > F_{тр}$~~

$T_1 > F_{тр}$

~~$3T > F_{тр}$~~

$2 \cdot 3T > F_{тр}$

~~$3T > \mu N$~~

$2 \cdot 3T > \mu N$

~~$3T > \mu(m_1 g + m_2 g)$~~

$2 \cdot 3T > \mu(m_1 g + m_2 g)$

~~$3F_0 > \mu \cdot 8mg$~~

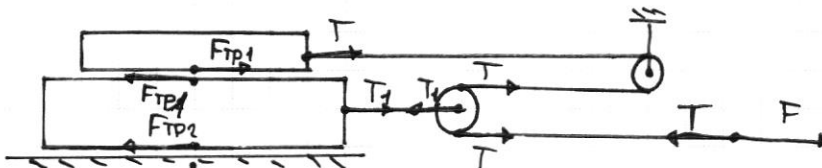
$2 \cdot 3F_0 > \mu \cdot 8mg$

~~$F_0 > \frac{8}{3} \mu mg$~~

$F_0 > \frac{8}{3} \mu mg$ $4 \mu mg$

Ответ: ~~$F_0 > \frac{8}{3} \mu mg$~~ $F_0 > \frac{8}{3} \mu mg$ $4 \mu mg$

2). Верхний брусок движется влево отн. нижнего \Rightarrow его horiz. ускорение меньше, чем ускорение нижнего бруска



Силы на бруски + подвиж. блок

F_{тр1} - сила тр. между верх. брусками

T - сила натяж. нити

F_{тр2} - сила тр. между нижн. брусками и по стальной

сила от нижн. к верхн.

1) $F = T$

2) УР подвиж. блока

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$T_1 = 2T$$

3) II 3-н Ньютона для верхнего бруска

$$T + F_{TP1} = m_1 a_1$$

4) II 3-н Ньютона для нижнего бруска

$$T_1 - F_{TP1} - F_{TP2} = m_2 a_2$$

5) Усл. движения влево

$$m_2 a_2 > a_1$$

~~2F - F_{TP1} - F_{TP2}~~

$$2F - F_{TP1} - F_{TP2}$$

$$\frac{2F - F_{TP1} - F_{TP2}}{m_2} > \frac{F + F_{TP1}}{m_1}$$

$$\frac{2F - \mu m_1 g - \mu(m_1 + m_2)g}{m_2} > \frac{F + \mu m_1 g}{m_1}$$

$$\frac{2F - 3\mu mg - 8\mu mg}{5m} > \frac{F + 3\mu mg}{3m}$$

$$6F - 33\mu mg > 5F + 15\mu mg$$

$$F > 48\mu mg$$

Ответ: $F \approx 48\mu mg > 48\mu mg$

N5.

$$1) P_1 = P_0 + \rho g H$$

$$P_1 = 100 \cdot 10^3 \text{ Па} + 1000 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 3 \text{ м} = 130 \text{ кПа}$$

Ответ: $P_1 = 130 \text{ кПа}$

2) Если бы конструкция не была прикреплена, на неё бы действовала

F_A (сила Архимеда) вверх. Она создаётся тем, что разностью сил давления вверх и вниз. Когда мы приклеивали конструкцию, мы уменьшаем действующую на неё силу давления воды вверх на $P_1 S$. Значит, новая сила со стороны воды равна $F_A - P_1 S$, и она направлена вверх. Если $F_A - P_1 S < 0$, то результирующая сила со стороны воды направлена вниз и равна $P_1 S - F_A$. из п. 1.

$$\text{Считаем } F_A - P_1 S = \rho V g - P_1 S = 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} - 130 \cdot 10^3 \text{ Па} \cdot 10 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$$

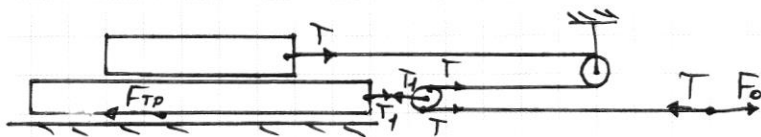
$$= 50 \text{ Н} - 130 \text{ Н} < 0 \Rightarrow F \text{ направлена вверх. вниз.}$$

$$F = P_1 S - F_A = 80 \text{ Н}$$

Ответ: $F = 80 \text{ Н}$ вниз.

№4 (продолжение)

1) Два условия: $\begin{cases} F_0 > F_{\text{тр}} & (\text{шарик не поедет}) \\ a_1 = a_2 & (\text{равенство ускорений брусков}) \\ & (\text{иначе между ними есть } F_{\text{тр}}) \end{cases}$



T — сила натяжения нити

1) ЧР по зв. блока.

$$T_1 = 2T$$

$$2) T = F_0$$

$$3) F_0 > F_{\text{тр}}$$

$$F_0 > 8 \text{ мН}$$

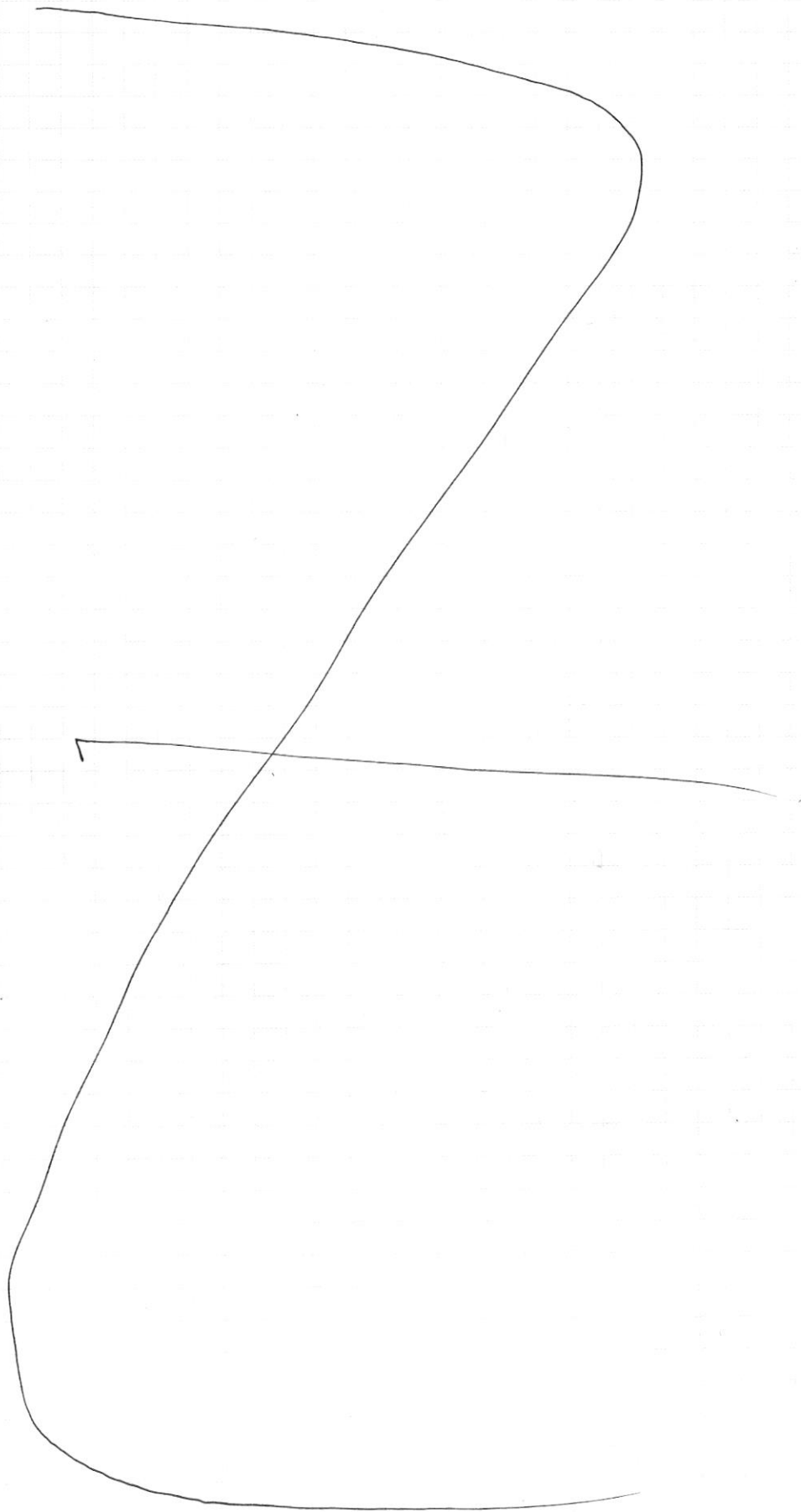
$$4) \frac{T}{m_1} = \frac{T_1 - F_{\text{тр}}}{m_2}$$

$$\frac{F_0}{3 \text{ кг}} = \frac{2F_0 - 4 \cdot 8 \text{ мН}}{5 \text{ кг}}$$

$$5F_0 = 6F_0 - 24 \text{ мН}$$

$$F_0 = 24 \text{ мН}$$

Ответ: $F_0 = 24 \text{ мН}$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)