

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 10

Вариант 10-01

Шифр

(заполняется секретарём)

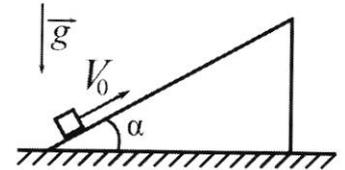
1. Фейерверк массой $m = 2$ кг стартует после мгновенной работы двигателя с горизонтальной поверхности, летит вертикально вверх и разбивается в высшей точке траектории на множество осколков, которые летят во всевозможных направлениях с одинаковыми по величине скоростями. Высота точки разрыва $H = 65$ м. На землю осколки падают в течение $\tau = 10$ с.

1) Найдите начальную скорость V_0 фейерверка.

2) Найдите суммарную кинетическую энергию K осколков сразу после взрыва.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха считайте пренебрежимо малым.

2. На гладкой горизонтальной поверхности расположен клин. Гладкая наклонная поверхность клина образует с горизонтом угол $\alpha = 30^\circ$. Шайбе, находящейся на наклонной поверхности клина, сообщают начальную скорость $V_0 = 2$ м/с (см. рис.), далее шайба безотрывно скользит по клину. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



1) На какую максимальную высоту H над точкой старта поднимется шайба на клине?

2) Найдите скорость V клина, в тот момент, когда шайба вернется в точку старта на клине. Массы шайбы и клина одинаковы. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

3. По внутренней поверхности проволочной металлической сферы радиуса $R = 1,2$ м равномерно со скоростью $V_0 = 3,7$ м/с движется модель автомобиля. Движение происходит в горизонтальной плоскости большого круга. Масса модели $m = 0,4$ кг. Модель приводится в движение двигателем. Силу сопротивления считайте пренебрежимо малой.

1) С какой по величине силой P модель действует на сферу?

2) Рассмотрим модель автомобиля равномерно движущуюся по окружности в плоскости большого круга, составляющей с горизонтом угол $\alpha = \frac{\pi}{6}$. Вычислите минимальную допустимую скорость V_{MIN} такого

равномерного движения. Коэффициент трения скольжения шин по поверхности сферы $\mu = 0,9$.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

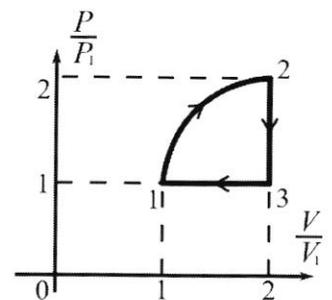
4. Один моль одноатомного идеального газа участвует в цикле 1-2-3-1 (см. рис.), участок 1-2 – дуга окружности с центром в точке 3. Температура газа в состоянии 1 равна T_1 .

1) Какое количество Q теплоты подведено к газу в процессе расширения?

2) Найдите работу A газа за цикл.

3) Найдите КПД η цикла.

Универсальная газовая постоянная R .



5. Заряд $Q > 0$ однородно распределен по сфере радиуса R . В первом опыте на расстоянии $2R$ от центра сферы помещают небольшой по размерам шарик с зарядом $q > 0$.

1) Найдите силу F_1 , действующую на заряженный шарик.

Во втором опыте заряд q однородно распределяют по стержню длины R , стержень помещают на прямой, проходящей через центр заряженной сферы. Ближайшая к центру сферы точка стержня находится на расстоянии $2R$ от центра.

2) Найдите силу F_2 , с которой заряд сферы действует на заряженный стержень.

Все силы, кроме кулоновских, считайте пренебрежимо малыми. Коэффициент пропорциональности в законе Кулона k . Явлениями поляризации пренебрегите.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Задача 1

Т.к. фейерверк разрывается в высшей точке траектории, соотв. высоте $H = 65 \text{ м}$ \Rightarrow на этой высоте его скорость равна нулю. Тогда по З.С.Э. $W_{\Sigma_1} = W_{\Sigma_2}$; $m \frac{\sigma_0^2}{2} = m g H$

$$\sigma_0 = \sqrt{2gH} = \sqrt{2 \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 65 \text{ м}} = \sqrt{1300 \frac{\text{м}^2}{\text{с}^2}} \approx 36 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Т.к. фейерверк разорвался на множество осколков, найдется осколок, движущийся вертикально вверх. Т.к. у всех осколков скорости одинаковы, у этого осколка проекция скорости на вертикальную ось будет максимальна и он упадет последним, т.е. через время $\tau = 10 \text{ с}$.

Пусть σ_1 — скорость каждого из осколков сразу после разрыва. Тогда $-H = \sigma_1 \tau - \frac{g \tau^2}{2}$ (для осколка, полетевшего вверх) $\sigma_1 \tau = \frac{g \tau^2}{2} - H$; $\sigma_1 = \frac{g \tau}{2} - \frac{H}{\tau}$

Суммарная кинет. энергия осколков после разрыва $K \equiv W_{k_2} = \frac{\sum \Delta m \cdot \sigma_1^2}{2}$, где Δm — масса осколка.

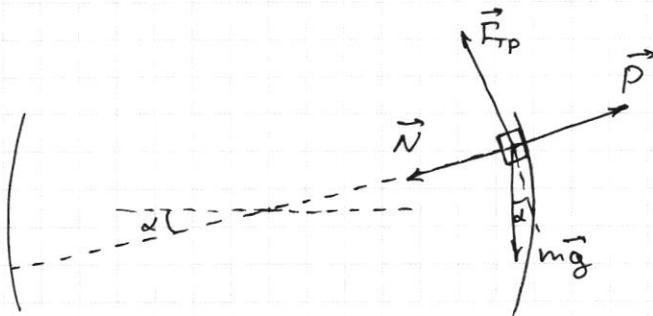
$$\begin{aligned} \frac{\sum \Delta m \cdot \sigma_1^2}{2} &= \frac{m \sigma_1^2}{2} = \frac{m}{2} \cdot \left(\frac{g \tau}{2} - \frac{H}{\tau} \right)^2 = \frac{2 \text{ кг}}{2} \cdot \left(\frac{10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 10 \text{ с}}{2} - \frac{65 \text{ м}}{10 \text{ с}} \right)^2 \\ &= 1 \text{ кг} \cdot (43,5 \frac{\text{м}}{\text{с}})^2 = 1892,25 \text{ Дж} \approx 1,89 \text{ кДж} \end{aligned}$$

Ответ: $\sigma_0 = 36 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

$$K = 1,89 \text{ кДж}$$

Задача 3.

$$P = m \cdot a_y = m \frac{v_0^2}{R} = 0,4 \text{ кг} \cdot \frac{(3,7 \text{ м/с})^2}{1,2 \text{ м}} \approx 4,56 \text{ Н}$$



По II з.м.:

$$N + mg \sin \alpha = P$$

$$F_{TP} = mg \cos \alpha$$

$$N \mu = mg \cos \alpha$$

$$P - mg \sin \alpha = \frac{mg \cos \alpha}{\mu}$$

$$\frac{m v_{\text{min}}^2}{R} = \frac{mg \cos \alpha}{\mu} + mg \sin \alpha$$

$$v_{\text{min}} = \sqrt{gR \left(\frac{\cos \alpha}{\mu} + \sin \alpha \right)} = \sqrt{10 \text{ м/с}^2 \cdot 1,2 \text{ м} \cdot \left(\frac{\cos(\frac{\pi}{6})}{0,9} + \sin(\frac{\pi}{6}) \right)} =$$

$$= \sqrt{12 \text{ м}^2/\text{с}^2 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{1,8} + \frac{1}{2} \right)} \approx 4,33 \text{ м/с}$$

Ответ: $P = 4,56 \text{ Н}$

$$v_{\text{min}} = 4,33 \text{ м/с}$$

Задача 4.

$\Delta U = Q + A'$ $Q = \frac{3}{2} \nu R \Delta T - A'$, где A' — площадь под графиком p - V кривой 1-2. $A' = p_1 V_1 + \frac{\pi p_1 V_1}{4}$

$$Q = \frac{3}{2} \nu R \Delta T - p_1 V_1 \left(1 + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\text{М.-к.: } p_1 V_1 = \nu R T_1; p_2 V_2 = \nu R T_2 \Rightarrow \Delta T = \frac{4 p_1 V_1 - p_1 V_1}{\nu R} =$$

$$= \frac{3 p_1 V_1}{\nu R}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$Q = \frac{3}{2} \cdot 3 p_1 V_1 - p_1 V_1 \cdot \left(1 + \frac{\pi}{4}\right) = p_1 V_1 \cdot \frac{14 - \pi}{4} = \nu R T_1 \cdot \frac{14 - \pi}{4}$$

В циклическом процессе работа газа равна площади внутри цикла. $A_{\text{газа}} = \pi R_1 \frac{\pi p_1 V_1}{4} = \frac{\nu R T_1 \pi}{4}$

Ответ: $Q = \nu R T_1 \cdot \frac{14 - \pi}{4} \cdot 1 \text{ моль}$
 $A_{\text{газа}} = \frac{R T_1 \pi}{4} \cdot 1 \text{ моль}$

Задача 5.

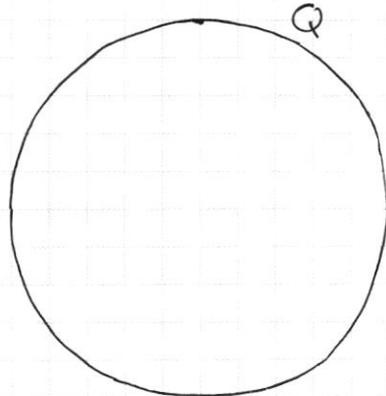
1. Поле вне сферы эквивалентно полю точечного заряда, помещенного в центр сферы.

$$\Rightarrow F_1 = k \frac{qQ}{4R^2}$$

σ — плотность заряда

$$\sigma = q/R$$

2.



$$F = \int_{2R}^{3R} k \frac{\sigma Q}{x^2} dx = k \sigma Q \left(\frac{3}{3R} - \frac{2}{2R} \right) = \frac{k \sigma Q}{6R} = \frac{k q Q}{6R^2}$$

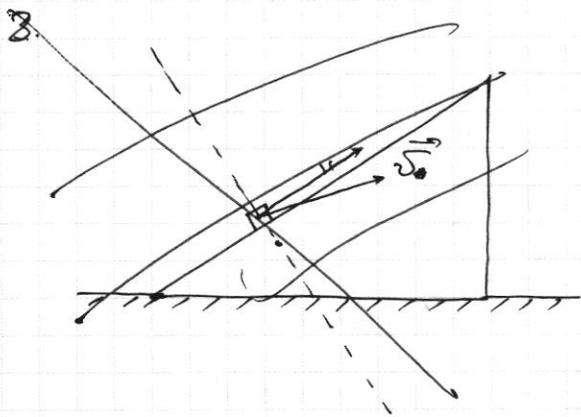
Ответ: $F_1 = \frac{k q Q}{4R^2}$

$$F_2 = \frac{k q Q}{6R^2}$$



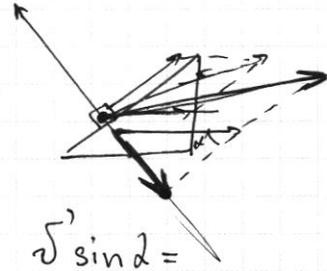
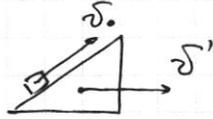
черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №
(Нумеровать только чистовики)



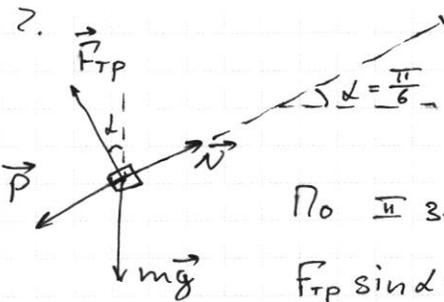
$$\frac{mv_0^2}{2} + mgh = mg(h+H)$$

$$H = \frac{v_0^2}{2g}$$



3. $\frac{mv_0^2}{2} + 2 \cdot \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} + mgH$

1. $p = m \cdot a_y = m \cdot \frac{v_0^2}{R}$



По II з.к.:

$$F_{TP} \sin \alpha = mg$$

$$\mu N \sin \alpha = mg$$

$$\mu m \frac{v_{min}^2}{R} \sin \alpha = mg$$

$$v_{min}^2 = \frac{gR}{\mu \sin \alpha}$$

$$v_{min} = \sqrt{\frac{gR}{\mu \sin \alpha}}$$

$$= \sqrt{\frac{10 \cdot 1,2}{0,9 \cdot \frac{1}{2}}} = \sqrt{\frac{24}{0,9}}$$

$$= \sqrt{\frac{240}{9}} = \frac{\sqrt{240}}{3} = \frac{2\sqrt{586}}{3} = \frac{4\sqrt{15}}{3}$$

$$\approx 5,2 \text{ м/с}$$

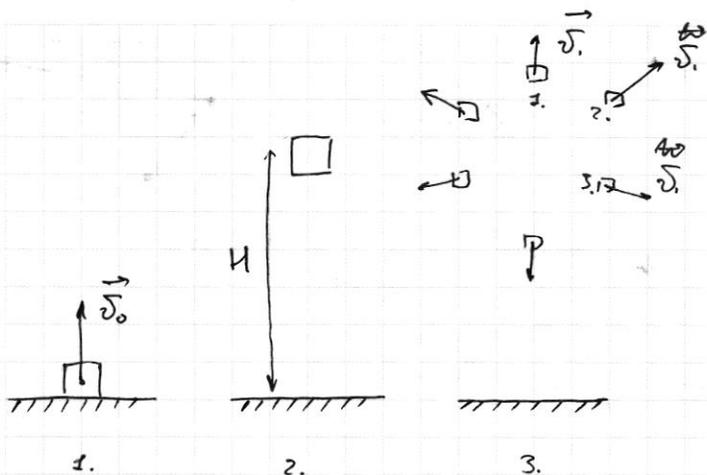
$$\begin{array}{r} \times 3,9 \\ 3,9 \\ \hline 117 \\ 1521 \end{array}$$

$$\frac{3,9 \times 9}{3} =$$

$$= 1,3 \cdot 4 = 5,2$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

1.



Последним упадет

осколок Δ

$$S = v_0 t + \frac{a t^2}{2}$$

$$-H = v_1 t - \frac{g t^2}{2}$$

$$v_1 = \frac{g t^2}{2} - H$$

$$= \frac{g t}{2} - \frac{H}{t}$$

$v_0 = ?$

$$W_{\Sigma_1} = \frac{m v_0^2}{2} \quad W_{\Sigma_2} = m g H$$

$$v_0 = \sqrt{2 g H}$$

$$= \frac{m v_1^2}{2} = \frac{m \left(\frac{g t^2}{2} - \frac{H}{t} \right)^2}{2}$$

$$= \frac{2 \cdot 10^4 \cdot 10^2 \cdot \left(\frac{10^4 \cdot 10^2}{2} - \frac{65 \cdot 10^4}{10^2} \right)^2}{2}$$

$$= 1892,25 \text{ Дж}$$

$$\begin{array}{r} 43,5 \\ \times 43,5 \\ \hline 1305 \\ 1740 \\ \hline 1892,25 \end{array}$$

$$K = W_{\Sigma_2} = \sum \frac{\Delta m \cdot v_i^2}{2}$$

$$= m v_1^2 = m \left(\frac{g t^2}{2} - \frac{H}{t} \right)^2$$

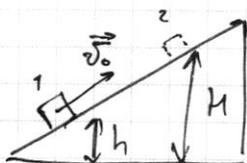
$$= 2 \cdot 10^4 \cdot \left(\frac{10^4 \cdot 10^2}{2} - \frac{65 \cdot 10^4}{10^2} \right)^2$$

$$= 10^4 \cdot 10^2 \cdot 13^2 = 13^2 \cdot 10^6$$

$$2 \cdot \left(\frac{100}{2} - 6,5 \right)^2 = (50 - 6,5)^2 = 43,5^2 = 1892,25$$

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot 10^4 \cdot 65} = \sqrt{1300 \cdot 10^4} \approx 36 \text{ м/с}$$

$$W_{\Sigma_1} = W_{\Sigma_2} \quad \frac{m v_0^2}{2} + m g h = \frac{m v_x^2}{2} + \frac{m v_x^2}{2} + m g H$$



$$\begin{array}{r} \times 35 \\ 35 \\ \hline 175 \\ \times 105 \\ 105 \\ \hline 1875 \\ \times 36 \\ 216 \\ \hline 6720 \\ \times 175 \\ 175 \\ \hline 11925 \\ \times 43,5 \\ 43,5 \\ \hline 1892,25 \end{array}$$

$$\sqrt{12 \cdot \frac{\sqrt{3} + 0,9}{0,9 \cdot 2}} = \sqrt{12 \cdot 20 \cdot \frac{\sqrt{3} + 0,9}{3}}$$

$$\sqrt{12 \cdot \frac{\sqrt{3} + 0,9}{0,9 \cdot 2}} = \sqrt{\frac{60(\sqrt{3} + 0,9)}{9}} \approx \frac{2}{3} \sqrt{15 \cdot 2,84} \approx 4,33$$

$$\begin{array}{r} 1,55 \times 1,79 \\ 1,55 \\ \hline 1225 \\ 175 \\ \hline 30625 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1,74 \\ 1,74 \\ \hline 696 \\ 1218 \\ 174 \\ \hline 30276 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1,74 \\ 1,74 \\ \hline 99 \\ \times 2,64 \\ 15 \\ \hline 1020 \\ 264 \\ \hline 3660 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 6,2 \\ 6,2 \\ \hline 124 \\ 372 \\ \hline 3844 \end{array}$$

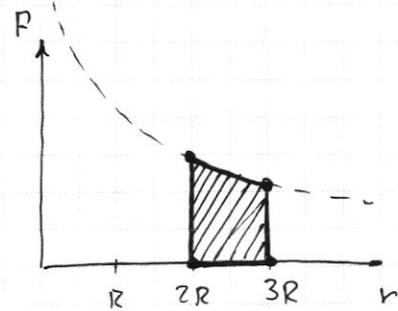
$$\begin{array}{r} \times 6,05 \\ 6,05 \\ \hline 3025 \\ 000 \\ 3630 \\ \hline 36,6025 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 6,1 \\ 6,1 \\ \hline 61 \\ 366 \\ \hline 37,21 \end{array}$$

$$6,05 \cdot 2 = 12,1 \quad \frac{12,1}{3} = 4,333$$

Q

q



$$F = kQ \cdot \left(\frac{\Delta q}{R_1^2} + \frac{\Delta q}{R_1^2} + \frac{\Delta q}{R_3^2} + \dots + \frac{\Delta q}{R_n^2} \right)$$

$$F = kqQ \frac{1}{6R} = \frac{kqQ}{6R^2} \quad q = \sigma R$$

$$F = \int_{2R}^{3R} k \frac{\sigma Q}{x^2} dx = \frac{k\sigma Q}{R} \cdot \frac{1}{6} = \frac{kqQ}{6R^2}$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

53

$$\textcircled{1} P = m \frac{v^2}{R} = 0,4 \cdot \frac{3,7^2}{1,2} = \frac{4 \cdot 3,7 \cdot 3,7}{1200}$$

$$= \frac{37^2}{300} = \frac{1369}{300} = 4,563 \text{ Н}$$

$$\begin{array}{r} \times 3,7 \\ 37 \\ 259 \\ \hline 1369 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1369 \mid 300 \\ 1200 \\ \hline 1690 \\ 1500 \\ \hline 1900 \\ 1800 \\ \hline 1000 \\ 900 \\ \hline 100 \end{array}$$

$$mg = 4 \text{ Н}$$

$$F_{\text{тр}} = \mu P = 4,11 \text{ Н} > 4 \text{ Н}$$

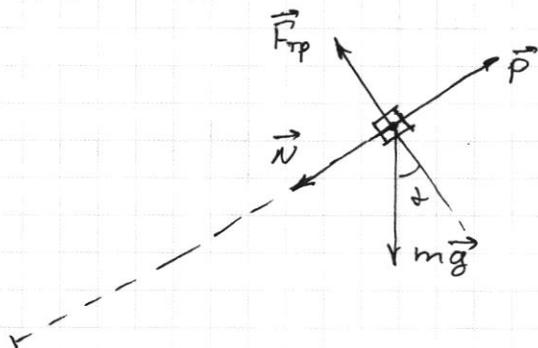
$$\begin{array}{r} \times 4,563 \\ 91067 \end{array}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + x^2 = 1$$

$$x = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

2



$$N$$

$$\mu R = mg \cos \alpha$$

$$\mu (P - mg \sin \alpha) = mg \cos \alpha$$

$$\frac{m v^2 \sin^2 \alpha}{R} - mg \sin \alpha = \frac{mg \cos \alpha}{\mu}$$

$$\frac{v^2 \sin^2 \alpha}{R} = g \left(\frac{\cos \alpha}{\mu} + \sin \alpha \right)$$

3,55

$$\begin{array}{r} \times 3,55 \\ 3,55 \\ \hline 1775 \\ 1775 \\ \hline 1065 \\ \hline 126025 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1,75 \\ 1,75 \\ \hline 875 \\ 1255 \\ 175 \\ \hline 30925 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - 1,74 \\ 0,00 \\ \hline \times 0,84 \\ 15 \\ \hline 420 \\ 84 \\ \hline 12,60 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 1,7 \\ 1,7 \\ \hline 119 \\ 17 \\ \hline 289 \\ \hline \times 1,8 \\ 1,8 \\ \hline 144 \\ 18 \\ \hline 324 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 3,5 \\ 3,5 \\ \hline 175 \\ 105 \\ \hline 12,25 \end{array}$$

$$v \sin \alpha = \sqrt{gR \left(\frac{\cos \alpha}{\mu} + \sin \alpha \right)}$$

$$= \sqrt{10 \cdot 1,2 \cdot \left(\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{0,9} + \frac{1}{2} \right)}$$

$$= \sqrt{12 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2 \cdot 0,9} + \frac{0,9}{2 \cdot 0,9} \right)}$$

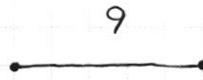
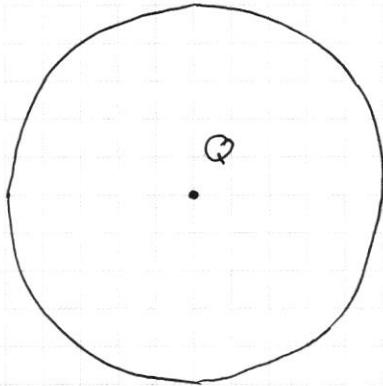
$$= \sqrt{12 \cdot \frac{6 \cdot (\sqrt{3} + 0,9)}{0,9}} = \sqrt{\frac{60(\sqrt{3} + 0,9)}{0,9}}$$

$$= \frac{2}{3} \sqrt{15(\sqrt{3} + 0,9)}$$

$$\approx \frac{2}{3} \sqrt{12,6}$$

~~$F = kQ \sum \frac{q}{r_i^2}$~~

$$F = \frac{kqQ}{R^2}$$

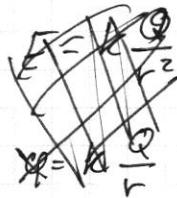


$$F = \sum \frac{kQ \cdot q}{r_i^2} = kQq \sum \frac{q}{r_i^2}$$

~~$S = \sum \sigma_i \cdot t_i = kQq \sum \sigma_i \cdot t_i =$~~

$$F = \frac{kQ \cdot \frac{q}{2}}{(2R)^2} + \frac{kQ \cdot \frac{q}{2}}{(3R)^2} =$$

$$= kQq \left(\frac{1}{4R^2} + \frac{1}{9R^2} \right) = \frac{kQq}{R^2} \cdot \frac{13}{36}$$

~~17~~


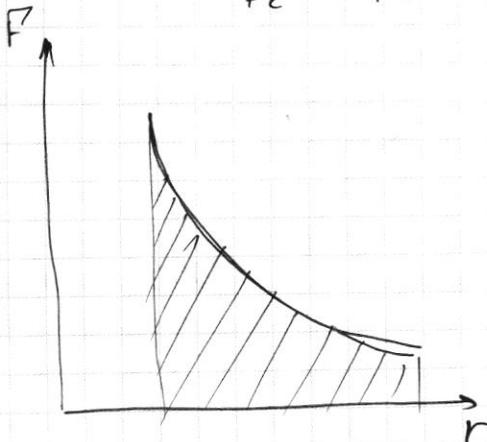
$$\frac{1}{4} + \frac{1}{9} = \frac{9+4}{36} = \frac{13}{36}$$

~~$= \frac{kQq}{R^2} \left(\frac{1}{4R^2} + \frac{1}{9R^2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{25} + \frac{1}{36} + \frac{1}{49} \right)$~~

$$\begin{array}{r} + 7,5 \\ 12,5 \\ \hline 20 \\ \hline 60 \end{array}$$

~~$\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} = \frac{1}{4} + \frac{3+2}{18} =$~~

~~$= \frac{18}{72} + \frac{20}{72} = \frac{38}{72} = \frac{19}{36}$~~



ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

4.

$$1. \quad \frac{3}{2} \nu \Delta T = Q + A$$

$$Q = \frac{3}{2} \nu \Delta T R S_{2p} = \frac{3}{2} R \Delta T - (V_1 P_1 + \frac{\pi P_1 V_1}{4}) =$$

$$= \frac{3}{2} R \Delta T - P_1 V_1 \cdot (1 + \frac{\pi}{4}) = \frac{3}{2} \cdot 3 P_1 V_1 - P_1 V_1 \cdot (1 + \frac{\pi}{4}) =$$

$$P_1 V_1 = \nu R T_1 \quad P_1 V_1 =$$

$$P_2 V_2 = \nu R T_2$$

$$T_2 - T_1 = \frac{P_2 V_2 - P_1 V_1}{\nu R} = \frac{4 P_1 V_1 - P_1 V_1}{\nu R} = \frac{3 P_1 V_1}{\nu R}$$

$$= P_1 V_1 \cdot (\frac{9}{2} - 1 - \frac{\pi}{4}) =$$

$$= P_1 V_1 \cdot \frac{18 - 4 - \pi}{4} =$$

$$= P_1 V_1 \cdot \frac{14 - \pi}{4} =$$

$$= \nu R T_1 \cdot \frac{14 - \pi}{4}$$

$$2. \quad A = S_{in} = \frac{\pi R_1 V_1}{4} = \frac{\nu R T_1 \pi}{4}$$

3.

$$= k q Q \left(\frac{(3R)^{-1}}{-1} - \frac{(2R)^{-1}}{-1} \right) =$$

$$= -k q Q \left(\frac{1}{3R} - \frac{1}{2R} \right) =$$

5.)

$$F_1 = k \frac{qQ}{3R^2}$$

$$F_2 = \int_{2R}^{3R} k \frac{qQ}{x^2} dx =$$

$$\boxed{k \frac{qQ}{4R^2}}$$

$$= k q Q \int_{2R}^{3R} \frac{dx}{x^2} =$$

$$= k q Q \int_{2R}^{3R} x^{-2} dx =$$

$$= k q Q \left[-\frac{1}{x} \right]_{2R}^{3R} =$$

$$= k q Q \left(\frac{3}{6R} - \frac{2}{6R} \right) = \frac{k q Q}{R} \cdot \frac{1}{6}$$