

Олимпиада «Физтех» по физике 2022

Класс 9

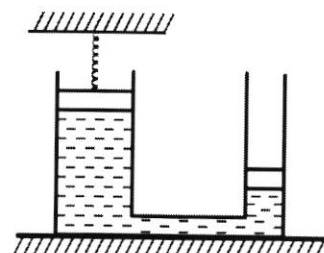
Вариант 09-02

Шифр

(заполняется секретарём)

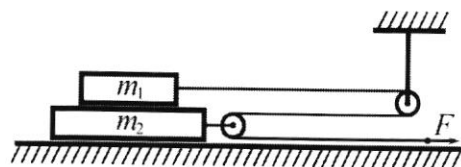
1. Школьник бросает камень вертикально вверх с начальной скоростью $V_0 = 10$ м/с.
- 1) Через какое время t после старта скорость камня будет равна по величине $V_0/2$?
 - 2) На какой высоте h , отсчитанной от точки старта скорость камня будет равна по величине $V_0/2$?
- Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Сопротивление воздуха не учитывать.

2. На горизонтальной поверхности расположены два цилиндрических сообщающихся сосуда (см. рис.), в которых налита жидкость плотности ρ . На свободных поверхностях жидкости находятся лёгкие поршни. Зазоров между стенками сосудов и поршнями нет. Левый поршень соединён пружиной жёсткости k с верхней опорой. Деформация пружины равна x . Площадь сечения левого поршня S , правого $S/3$. Трение поршней о стенки сосудов пренебрежимо мало. Ускорение свободного падения g .



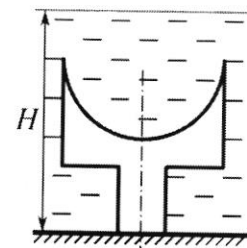
- 1) Найдите разность h уровней жидкости в сосудах.
 - 2) Найдите массу m груза, который следует положить на правый поршень, чтобы пружина стала недеформированной.
3. Спутник обращается по круговой орбите вокруг планеты. Высота орбиты $h = R$, здесь R – радиус планеты. Плотность планеты ρ . Гравитационная постоянная G . Объём шара $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.
- 1) Найдите ускорение g свободного падения на расстоянии $3R$ от центра планеты.
 - 2) Найдите период T обращения спутника.

4. На горизонтальном столе находятся бруски, соединённые нитью с системой блоков (см. рис.). Массы брусков $m_1 = 3m$, $m_2 = 5m$. Коэффициент трения скольжения нижнего бруска по столу и верхнего бруска по нижнему равен μ . Массы нити и блоков, а также трение в осях блоков пренебрежимо малы.



- 1) Найдите величину F_0 горизонтальной силы, которую следует приложить к свободному концу нити, чтобы нижний брусок скользил по столу, а сила трения, действующая на верхний брусок, была равна нулю.
- 2) Найдите минимальную силу F , при которой нижний брусок скользит по столу, а верхний брусок движется влево относительно нижнего бруска.

5. Ко дну бассейна глубиной $H=3$ м приклеена осесимметричная конструкция (см. рис.). Клей затвердел. Верхняя поверхность конструкции – полусфера. Объём конструкции $V = 5$ дм³, площадь соприкосновения конструкции с дном через клей $S = 10$ см². Плотность воды $\rho = 1$ г/см³, атмосферное давление $P_0 = 100$ кПа. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².



- 1) Найдите давление P_1 вблизи дна.
- 2) Найдите величину F силы (с указанием направления), с которой вода действует на конструкцию.

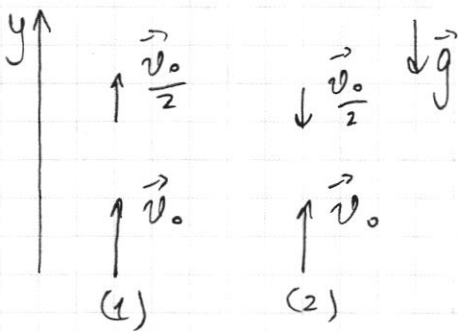
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

N1
Дано:
 $v_0 = 10 \frac{м}{с}$
 $v = \frac{v_0}{2}$
 $g = 10 \frac{м}{с^2}$
 $t = ?$ $h = ?$

Решение:

Заметим, что камень дважды приобретает скорость v — при подъёме и при спуске.

В проекции на ось Oy :



$$1) v_y = v_{0y} + a_y t \Rightarrow \frac{v_0}{2} = v_0 - g t_1$$

$$g t_1 = \frac{v_0}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{v_0}{2g} = \frac{10 \frac{м}{с}}{2 \cdot 10 \frac{м}{с^2}} = 0,5 \text{ с}$$

$$2) v_y = v_{0y} + a_y t \Rightarrow -\frac{v_0}{2} = v_0 - g t_2$$

$$g t_2 = v_0 + \frac{v_0}{2} = \frac{3}{2} v_0 \Rightarrow t_2 = \frac{3 v_0}{2g}$$

$$t_2 = \frac{3 \cdot 10 \frac{м}{с}}{2 \cdot 10 \frac{м}{с^2}} = 1,5 \text{ с}$$

Запишем уравнение движения для оси Oy :

$$y = y_0 + v_{0y} t + \frac{a_y t^2}{2}$$

$$\Rightarrow h = 0 + v_0 t - g \frac{t^2}{2}$$

$$h = v_0 t - \frac{g t^2}{2}$$

Т.к. сопротивление воздуха не учитывается, время подъёма равно времени падения и высота будет той же при $v = \frac{v_0}{2}$ как при спуске, так и при подъёме.

$$h = v_0 t_1 - \frac{g t_1^2}{2} = t_1 (v_0 - \frac{g t_1}{2})$$

$$h = 0,5 \text{ с} (10 \frac{м}{с} - \frac{10 \frac{м}{с^2} \cdot 0,5 \text{ с}}{2}) = 0,5 \text{ с} \cdot 7,5 \frac{м}{с} = 3,75 \text{ м}$$

Ответ: $t_1 = 0,5 \text{ с}$; $t_2 = 1,5 \text{ с}$. $h = 3,75 \text{ м}$

N3

Дано:
 $h = R$
 $\rho, G, v = \frac{4}{3} \pi R^3$
 $g = ?$ $T = ?$

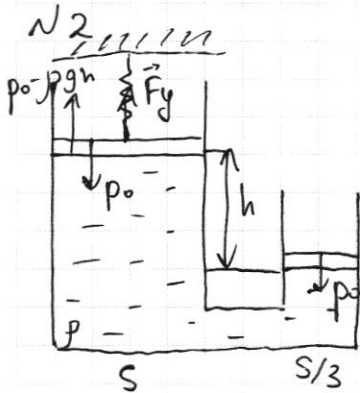
Решение:

$$F_T = mg = G \frac{Mm}{(R+h)^2} \Rightarrow g = \frac{GM}{(3R)^2} = \frac{G \rho \frac{4}{3} \pi R^3}{9R^2} = \frac{G \rho \cdot 4 \pi R}{27}$$

$$T = \frac{2\pi}{v_T} \quad v_T = \sqrt{g_2 \cdot 2R} \quad g_2 = \frac{GM}{4R^2}$$

$$v_I = \sqrt{\frac{GM}{4R^2} \cdot 2R} = \sqrt{\frac{GM}{2R}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{GM}{2R}}} = \frac{2\pi \sqrt{2R}}{\sqrt{GM}} = \frac{2\pi \sqrt{3}}{R \sqrt{2GM}} \cdot R$$

Ответ: $g = \frac{4\pi R \rho G}{27}$ $T = \frac{2\pi \sqrt{2R}}{\sqrt{GM}}$ $T = \frac{2\pi \sqrt{3}}{R \sqrt{2GM}}$



Дано:

$$S, S/3, \rho, k, x, g, h - ? \text{ м?}$$

Решение:

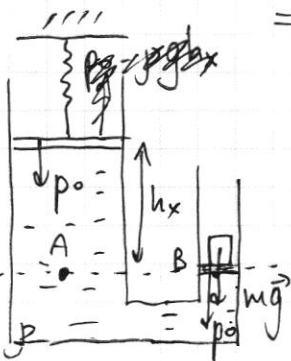
Запишем уравнение равновесия для большого поршня.

На него действуют: давление атмосферы p_0 , растянутая пружина

с силой упругости, жидкость ~~с силой~~ с $p_0 - \rho g h$.

Пружина растянута, т.к. позже, когда на ~~II~~ поршень кладут груз, уровень жидкости в левом колене \uparrow , а пружина становится недеформ. \Rightarrow изначально пружина растянута. Жидкость действует с ~~силой~~ $p_0 - \rho g h$, т.к. на одной высоте в обоих коленах должно быть одинаковое давление. Тогда $p_0 - \rho g h + \frac{F_y}{S} = p_0$

$$\Rightarrow \frac{F_y}{S} = \rho g h \Rightarrow h = \frac{kx}{\rho g S}$$



Теперь, во II случае, пружина не деформирована \Rightarrow на поршень не действует.

Заметим, что если поршень поднимется на x (знач. деформ. пружины), то правый поршень ~~подня~~ опустится на $3x$ из-за сохранения объема

жидкости. \Rightarrow Теперь разница между уровнями поршней $- h_x = h + 4x = \frac{kx}{\rho g S} + 4x = x \left(\frac{k}{\rho g S} + 4 \right)$

Запишем условие равновесия системы. Оно состоит в том, что давления в жидкости на одной высоте одинаковы. Рассмотрим две точки на уровне правого поршня.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

$$p_A = p_B. \quad p_A = p_0 + \rho g h_x$$

$$p_B = p_0 + \frac{mg}{S/3} = p_0 + \frac{3mg}{S}$$

$$\Rightarrow p_0 + \rho g h_x = p_0 + \frac{3mg}{S} \Rightarrow \rho g h_x = \frac{3mg}{S}$$

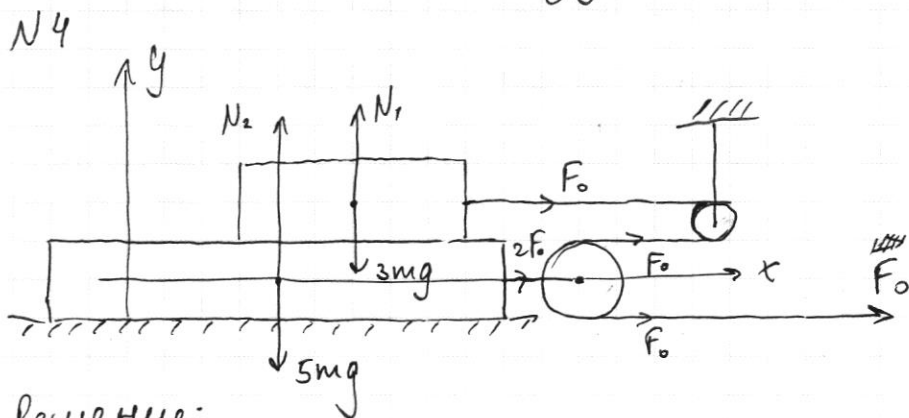
$$m = \frac{\rho g h_x S}{3g} = \frac{\rho S h_x}{3} = \frac{\rho S x (k + \rho g S)}{3g} = \frac{\rho S x (k + \rho g S)}{3g}$$

$$= \frac{S x (k + \rho g S)}{3g} = \frac{x (k + \rho g S)}{3g}$$

Проверим формулу на единицы измерения:

$$m = \frac{\frac{H}{m} \cdot m \left(\frac{H}{m} + \frac{H}{m^2} \cdot \frac{H}{m} \cdot m^2 \right)}{\frac{H}{m}} = \frac{m \cdot \frac{H}{m}}{\frac{H}{m}} = m, \text{ верно}$$

Ответ: $h = \frac{kx}{\rho g S}$. $m = \frac{x(k + \rho g S)}{3g}$



Дано:
 ~~$m_1 = 3mg$; $m_2 = 5mg$~~
 ~~μ~~

Дано:
 $m_1 = 3m$, $m_2 = 5m$
 μ , g
 $F_0 = ?$ $F = ?$

Решение:

При F_0 сила трения $\vec{F}_{тр1} = 0$ для верхнего бруска, значит на нижний брусок действуют только сила тяжести, сила нормальной реакции опоры, вес верхнего бруска и сила трения по столу, а также $2F$ (по правому для свободного блока). Тогда в проекции на OY : $N_2 = 5mg + P_1$. ($\vec{P}_1 = \vec{N}_1$ по III З.М.) $\Rightarrow P_1 = 3mg$.

$N_1 = 3 \text{ мд}$, т.к. на верхний брусок вдоль ОУ действуют только N_1 и 3 мд , а их векторная сумма равна 0, т.к. вертик. ускорение бруска равно 0.

Тогда $N_2 = 5 \text{ мд} + 3 \text{ мд} = 8 \text{ мд}$.

~~Чтобы нижний брусок не начал скользить, сумма сил в проекции на ОХ должна быть равна сумме действующих на нижний брусок. Тогда~~

~~$2F - F_{\text{тр}2} = 0$~~

Т.к. нижний брусок скользит, по II З.Н. $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$, и т.е. $2\vec{F}_0 + \vec{F}_{\text{тр}2} = 5m\vec{a}$ — по горизонтали

на ОХ: $2F_0 - F_{\text{тр}2} = 5ma$.

$F_{\text{тр}2} = \mu N_2 = 8 \mu \text{ мд}$.

$2F_0 - 8 \mu \text{ мд} = 5ma$.

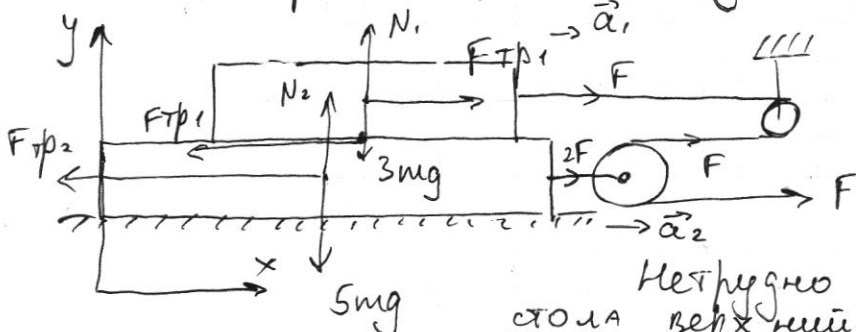
Заметим, что чтобы сила трения на верхний брусок была равна 0, он должен также двигаться с ускорением a отн. стола. Тогда $F_0 = 3ma$, т.к. на брусок верхний по горизонтали действует только F_0 (действует F_0 в силу невесомости нити)

Тогда $2F_0 = 6ma \Rightarrow 6ma - 8 \mu \text{ мд} = 5ma$

$a = 8 \mu \text{ д}$

$F_0 = 3ma = 3 \text{ м} \cdot 8 \mu \text{ д} = 24 \mu \text{ мд}$.

Теперь рассмотрим II случай.



Теперь, когда верхний движ. ~~вверх~~ отн. влево

нижнего, $F_{\text{тр}1}$ направлена вправо, проти в их относ. скорости.

Нетрудно заметить, что отн. ~~а~~ стола верхний брусок движ. вправо, как и нижний. $\Rightarrow a_2 > a_1$, иначе бы скольжение в другую стор.

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Рассмотрим силы, действующие на верхний брусок.
Это II З.Н. $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$. На ОУ: $N_1 = 3mg$

$$\text{ОХ: } F + F_{\text{тр}_1} = 3ma_1. \quad F_{\text{тр}_1} = \mu N_1 = 3\mu mg$$

$$F + 3\mu mg = 3ma_1$$

$$a_1 = \frac{F}{3m} + \mu g$$

Теперь рассмотрим силы, действующие на нижний брусок.
Это II З.Н. $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$. На ОУ: $N_2 = 5mg + P_1$

$$|P_1| = |N_1| \text{ по III З.Н. } \Rightarrow P_1 = 3mg \Rightarrow N_2 = 8mg.$$

$$\text{На ОХ: } 2F - F_{\text{тр}_1} - F_{\text{тр}_2} = 5ma_2$$

$$F_{\text{тр}_1} = \mu N_1 = 3\mu mg; \quad F_{\text{тр}_2} = \mu N_2 = 8\mu mg$$

$$2F - 3\mu mg - 8\mu mg = 5ma_2$$

$$2F - 11\mu mg = 5ma_2$$

$$a_2 = \frac{2F}{5m} - \frac{11}{5}\mu g$$

$$a_2 > a_1 \Rightarrow \frac{2F}{5m} - \frac{11}{5}\mu g > \frac{F}{3m} + \mu g$$

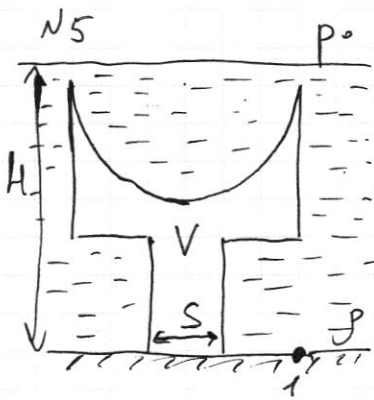
$$\frac{2F}{5m} - \frac{F}{3m} > \frac{11}{5}\mu g + \mu g$$

$$\frac{F}{15m} > \frac{16}{5}\mu g$$

$$F > \frac{16}{5}\mu g \cdot 15m$$

$$F > 48\mu mg$$

$$\text{Ответ: } F_0 = 24\mu mg. \quad F > 48\mu mg$$



Дано:

$$\rho = 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$H = 3 \text{ м}$$

$$V = 5 \text{ дм}^3$$

$$S = 10 \text{ см}^2$$

$$p_0 = 100 \text{ кПа}$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$P_i = ?$ $F = ?$

~~Решение:~~

$$1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$10 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$$

$$100 \cdot 10^3 \text{ Па}$$

Решение:

$$P_i = P_0 + \rho g H$$

$$P_i = 100 \cdot 10^3 \text{ Па} + 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 3 \text{ м} =$$

$$= 10^3 (100 \text{ Па} + 30 \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}^2}) =$$

$$= 130 \cdot 10^3 \text{ Па} = 130 \text{ кПа}$$

Заметим, что раз конструкция прижата, то вода не

подтекает под дно. \Rightarrow вода прижимает тело ко дну, а не отталкивает. Тело действует на воду с силой

$$F_i = \rho g V_T \Rightarrow \text{вода действует на тело с той же силой.}$$

$$F = \rho g V = 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 50 \text{ Н. (с силой Архимеда)}$$

Чтобы определиться с направлением действия силы, заметим, что тело не движется вправо или влево,

\Rightarrow Все горизонтальные силы скомпенсированы, но по

горизонтали на объект действует только вода. \Rightarrow

сила, с которой вода действует на конструкцию, вертикальна. (Имеется в виду векторная сумма всех F_i со

стороны воды на тело на каждом малом участке тела

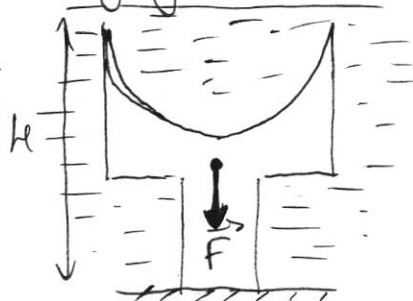
таких, что $\sum \vec{F}_i = \vec{F}$). Тогда рассмотрим вертикальные

составляющие всех \vec{F}_i , действующих на конструкцию

со стороны воды. Вода не подтекает под дно \Rightarrow

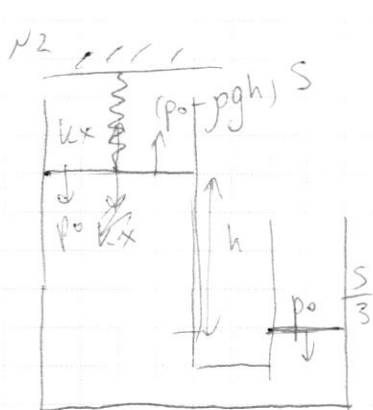
прижимает тело ко дну $\Rightarrow \vec{F}$ направлена вертикально

вниз. Получаем



Ответ: $P_i = 130 \text{ кПа}$; $F = 50 \text{ Н}$, действ. вертик. вниз.

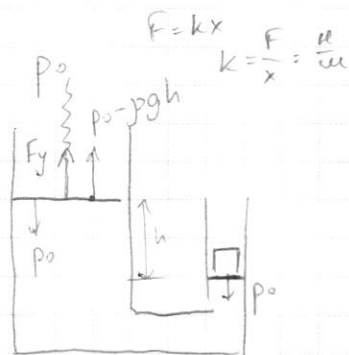
ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$\rho_0 S - \rho_0 gh S = kx \quad \frac{h}{kx} = \frac{\rho_0 S}{\rho_0 gh S}$$

$$\rho_0 S - kx = \rho_0 gh S$$

$$h = \frac{\rho_0 S - kx}{\rho_0 g S}$$

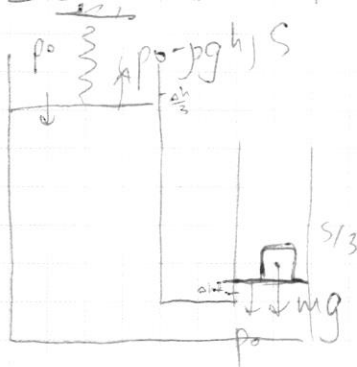


$$F = kx \quad k = \frac{F}{x} = \frac{\mu}{\Delta x}$$

$$\rho_0 - \rho_0 gh + kx = \rho_0$$

$$kx = \rho_0 gh$$

$$h = \frac{kx}{\rho_0 g}$$



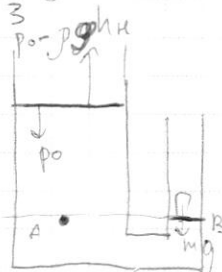
$$(\rho_0 - \rho_0 gh) S = \frac{S}{3} (\rho_0 + mg)$$

$$\rho_0 - \rho_0 gh = \frac{\rho_0 + mg}{3}$$

$$x = \frac{1}{3} \Delta h$$

$$h_k = h + \frac{4}{3} \Delta h$$

$$h_k = h + 4x$$



$$\frac{3mg}{S} + \rho_0 - B$$

$$A - \rho_0 + \frac{\rho_0 gh_k}{S}$$

$$\frac{3mg + \rho_0 S}{S} = \rho_0 + \frac{\rho_0 gh_k}{S}$$

$$\frac{3mg}{S} = \frac{\rho_0 gh_k}{S}$$

$$m = \frac{\rho_0 gh_k}{3g}$$

$$v = \sqrt{ar}$$

N3 $h = R$

$$mg = G \frac{\mu m}{r^2}$$

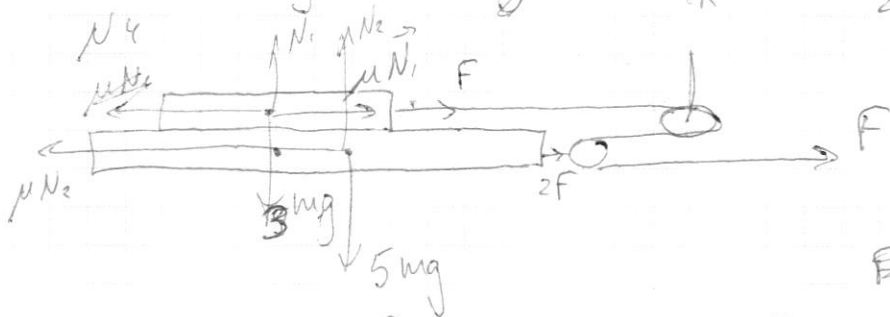
G $V = \frac{4}{3} \pi R^3$

$$g = G \frac{\mu}{9R^2} = G \rho \frac{\frac{4}{3} \pi R^3}{9R^2} = G \rho \frac{4\pi R}{27}$$

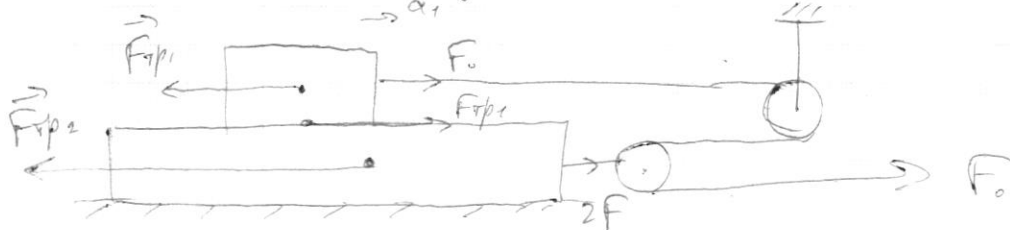
T:z $v = \frac{2\pi}{T}$

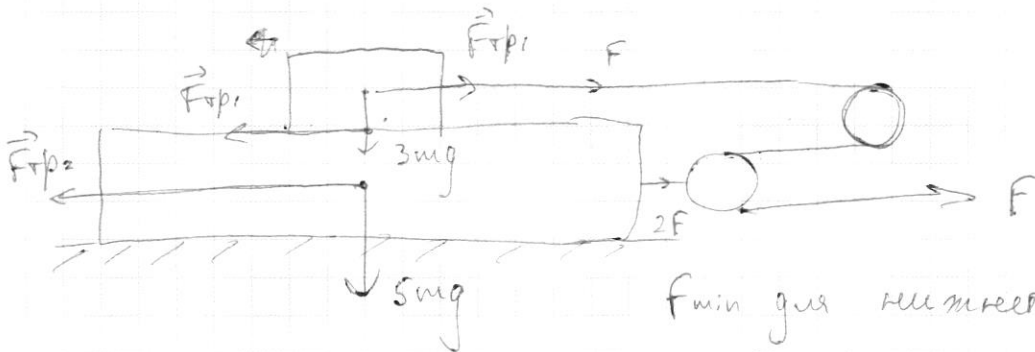
$T = \frac{2\pi}{v}$

$$v = \sqrt{g \cdot 2R} = \sqrt{\frac{4}{27} \pi R \cdot G \frac{\mu}{4R^2}} = \sqrt{\frac{G\mu}{27R}}$$



$F_0 \quad \Gamma_{F_0} = 3mg = 0 \dots$





Но тогда $4\mu mg > 3\mu mg \Rightarrow$ вырвется вверх $F < 3\mu mg$

f_{min} для нитки: $5\mu mg + 3\mu mg = 2F$
 $4\mu mg = F$

~~нужно~~

$$\sqrt{\frac{GM}{2R}} =$$

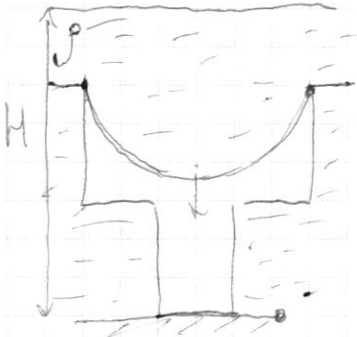
$$M = \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho$$

$$\frac{G \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho}{2 \cdot 3R} = \frac{2}{3} \frac{G\pi R^2 \rho}{3}$$

$$\frac{\frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho}{2R} =$$

$$\frac{\frac{4}{3}\pi R^2 \rho}{2} = \frac{2\pi R^2 \rho}{3} \cdot G$$

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА



$$V = 5 \text{ dm}^3 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 5 \cdot 10^3 \text{ cm}^3$$

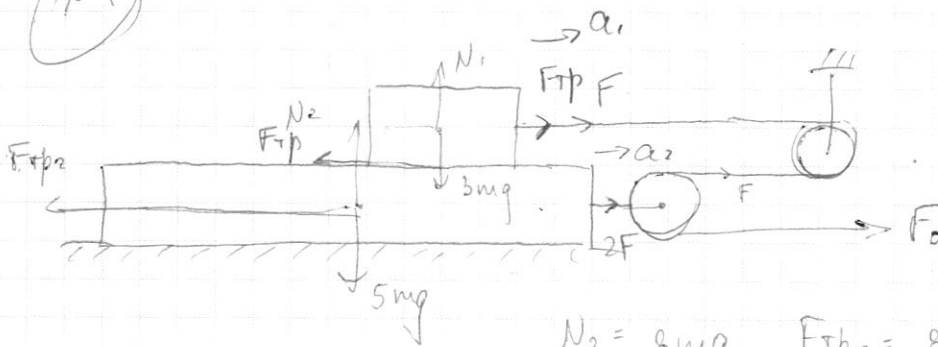
$$S = 10 \text{ cm}^2$$

Подтекающая жидк. нет \Rightarrow при давлении

$$p_1 = \rho g h + P_0 = 1000 \cdot 10 \cdot 3 + 100.000 = 130.000$$

$$F_A = \rho g V = 1000 \cdot 10 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 50 \text{ Н}$$

№4



В соот. законов:

$$3m a_1 = 5m a_2 - 3m g - F$$

$$a_2 = \frac{a_1}{2}$$

$$a_1 < a_2 \quad 3m a_1 = 3m g \Rightarrow a_1 = g$$

$$5m a_2 = 2F - 3m g - 3m g$$

$$a_2 = \frac{2F - 11m g}{5m}$$

$$m g < \frac{2F}{5m} - 11m g$$

$$12m g < 0,4 \frac{F}{m}$$

$$F > \frac{12m g}{0,4} \Rightarrow F > 30m g$$

$$N_2 = 8m g \quad F_{тр2} = 8m g$$

$$2F - 8m g = 5m a$$

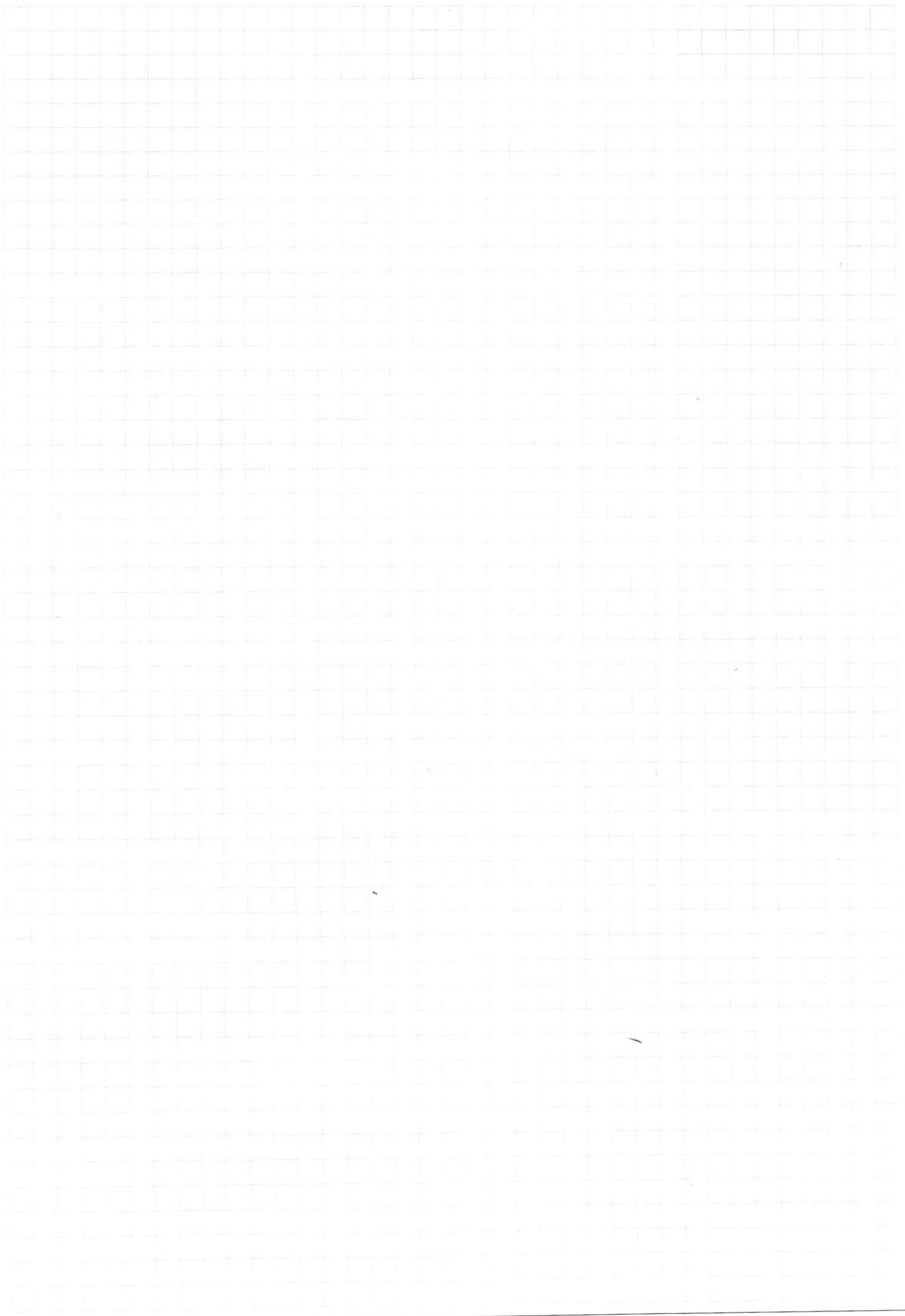
$$F = 3m a$$

$$6m a - 8m g = 5m a$$

$$m a = 8m g$$

$$F = 3m \cdot 8m g = 24m g$$

$$120 : 4$$



черновик чистовик
(Поставьте галочку в нужном поле)

Страница №__
(Нумеровать только чистовики)